KOSPI 200 옵션가격을 이용한 선물가격 및 무위험이자율 추정과 차익거래전략

최 영 수*

1999년 10월

* 한국외국어대학교 수학과
경기도 용인시 모현면 왕산리 산 89번지 (우 449-791)
전화 : (0335) 330-4109
FAX : (0335) 333-1696
E-mail : choiys@san.hufs.ac.kr
본 논문의 자료분석에 도움을 준 김민혁에게 감사드린다.

KOSPI 200 옵션가격을 이용한 선물가격 및 무위험이자율 추정과 차익거래전략

최 영 수

Ⅰ. 서론

1996년 5월 3일에 KOSPI 200 선물시장이 개설되었고 1997년 7월 7일에 KOSPI 200 옵션시장이 개설됨으로써 주가지수선물과 옵션을 이용한 차익거래전략을 다양하게 구사할 수 있게 되었다. 그러나 97년 7월에 새로 도입된 KOSPI 200 옵션은 외가격(out-of-the-money)에서 많은 거래가 체결되는 현상과 같이 시장이 비효율적으로 움직이는 실정이므로 선물과 옵션을 이용한 차익거래전략에 대한 연구가 절실히 요구된다.

본 연구는 첫째, KOSPI 200 옵션시장에서 얻은 옵션가격이 같은 기초자산 (underlying asset) KOSPI 200 선물시장가격을 얼마나 잘 암시하는 가를 현금차입구조 없이 선물과 옵션만을 이용한 투자전략으로부터 이론적으로 도출하고 자료분석을 통하여 검증한다. 기존의 연구[1]에서 현금차입구조를 차익거래전략의 한 부분으로 간주함으로써 발생하는 단점들, 예를 들어 1) 현금차입시 사용되는 무위험이자율을 어떻게 선택할 것인가 2) 행사가격이나 주문량과 같은 주관적인 판단기준을 바탕으로 옵션시장가격으로부터 선물가격을 도출하는 점 등을 본 연구에서는 적절한 무위험이자율과 행사가격의 선택없이 해결함으로써 보다 간단하고 안정적인 결과를 유도할 수 있었다. 둘째, 옵션시장가격으로부터 도출해 낸 선물이론가격이 선물시장가격과의 가격괴리가 발생하여 차익거래전략을 행할 경우 선물과 옵션의 거래시 발생하는 거래비용으로 인하여 차익거래불가영역이 존재함을 이론적으로 보이고, 주어진 선물.옵션시장가격과 현재현물시장가격을 이용한 프로그램 차익거래전략에 대하여 논하였다. 셋째, Shimko(1993)에 의해 시도된 옵션시장가격으로부터 무위험이자율을 도출하는 방법으로 KOSPI 200 시장에서 일반적으로 사용되는 콜금리나 만기가 91일인 양도성 예금증서의 연 수익률이 적절한 무위험이자율인가를 자료분석을 통하여 검증하였고 검증결과를 바탕으로 어떤 차익거래전략이 가능한지를 논하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성되었다. 2장에서는 옵션시장가격으로부터 선물이론가격과 무위험이자율을 도출하는 과정과 거래비용을 고려한 차익거래전략에 대하여 논하고, 3장에서는 옵션시장이 개설된 이후 자료를 이용하여 2장의 결과를 분석하고 프로그램 차익거래 과정을 논하고, 4장에서는 KOSPI 200 시장에서 가능한 차익거래전략에 대해 언급한다.

Ⅱ. 이론적 모형과 차익거래전략

2.1 옵션 가격을 이용한 선물이론가격 추정

주가지수선물과 주가지수옵션간의 차익거래전략을 고려할 때 우선 거래비용을 고려하지

1)주가지수선물과 주가지수옵션간의 차익거래에 관한 연구는 Cornell and French(1983), Brennan and Schwartz(1990), Lee and Nayar(1993)에 의해 행하여 졌고 KOSPI 200 시장에 관한 연구는 이재하(1999)가 하였다.

않고 주가지수 선물의 일일정산 효과가 크지 않다고 가정하자. 현재의 거래시점을 t 라고 하고 선물과 옵션의 만기시점을 T 라고 할 때 행사가격(delivery price)이 K 인 주가지수 선물 계약을 매입한 포트폴리오 (전략 A)의 가치를 KOSPI 200 주가지수의 만기일에서의 가격 S_T 와의 관계를 그림(payoff function)으로 나타내 보면 [그림 1]이고 T 에서의 전략 A의 가치 $A=A(T,S_T,K)$ 는 S_T-K 이다. 또한 KOSPI 200에 대한 행사가격(exercise price)이 K 인 유럽형 콜옵션을 매입하고 유럽형 풋옵션을 매도한 포트폴리오 (전략 B)의 가치를 KOSPI 200 주가지수의 만기일에서의 가격 S_T 와의 관계를 그림(Payoff Function)으로 나타내 보면 역시 [그림 1]이고 T 에서의 전략 B의 가치 $B=B(T,S_T,K)$ 는 S_T-K 이다. 즉, 전략 A와 전략 B의 T 에서의 가치가 서로 같으므로 차익거래기회가 없다는 가정아래 t 에서의 두 전략의 가치도 같아야한다. 이것이 풋-콜 패리티(Put-Call Parity)이며 배당이 없는 경우

$$C-P=S-K\times B(t,T) \qquad (1)$$

이고 배당이 있는 경우

$$C-P=S\times D(t,T)-K\times B(t,T) \qquad (2)$$

이다. 여기서 $B(t,T)$ 는 신용위험이 없는 액면가가 1이고 만기가 T 인 채권의 t 에서의 채권가격이며 $D(t,T)$ 는 시구간 $[t,T]$ 에서의 배당조절계수(dividend adjustment factor)로, 예를 들어, 배당률이 δ 인 경우 $D(t,T)=e^{-\delta(T-t)}$ 이다.

선물계약 매입포지션을 취한 투자자는 t 시점에서 현금의 투자가 없으므로 선물가격 F_t 는 전략 A (혹은 전략 B)의 가치 $A(t,S_t,K)=B(t,S_t,K)$ 가 0 인 행사가격 K 가 된다. 그러나, 거래소에서 거래되는 옵션의 행사가격은 이산적이므로 정확하게 다음 식 $B(t,S_t,K)=B(K)=C(K)-P(K)=0$ 을 만족하는 K 을 옵션시장 행사가격 중에서는 찾을 수 없다. 이런 문제를 해결하기 위하여 옵션시장에서 주어진 데이터 $\{(K_i,C(K_i)-P(K_i))\}_{i=1}^{n}$ 을 (K_i 들은 다음 관계식 $K_1<K_2<...<K_n$ 을 만족한다.) 삼차다항식(cubic polynomial)으로 보간하여(interpolate) 다항식 값이 0 이 되는 K_o 을 구해내어 이를 옵션시장이 암시하는 선물가격 $F_{ot}=K_o$ 이라 한다. 이를 수식으로 표현해보면 삼차다항식 $S(t)$ 는 행사가격구간 $[K_1,K_n]$ 에서 다음을 만족한다.

- $S(K_i)=C(K_i)-P(K_i), \quad i=1,...,n$
- $S(K)=a_i+b_i(K-K_i)+c_i(K-K_i)^2+d_i(K-K_i)^3, \quad K\in[K_i,K_{i+1}]$
- $S(K_o)=a_{io}+b_{io}(K_o-K_{io})+c_{io}(K_o-K_{io})^2+d_{io}(K_o-K_{io})^3=0,$

여기서 i_0 는 1 과 n 사이에 있는 정수 값을 갖는다. 예를 들어, 1999년 8월 24일 만기가 1999년 9월인 KOSPI 200 옵션시장가격은 [표1]에 있고 이를 삼차방정식으로 보간하여

그림으로 보면 [그림2]에 있고 옵션가격이 암시하는 9월물 선물이론가격 $F_{ot}=K_o=110.87$ 이다. 이와 같이 구한 선물가격 F_{ot} 는 옵션의 행사가격 K 와 무위험 이자율 r 에 대하여 의존하지 않아서 기존의 연구에서 거래량이나 등가격(at the money)과 같은 자의적 판단기준을 이용하여 옵션가격으로부터 선물가격을 결정하는 단점을 보안해주고 2.3절에서 언급될 적절한 무위험이자율을 구할 필요 없이 선물가격이 결정되어 보다 간단하고 안정적이다.

2.2 옵션과 선물을 이용한 차익거래전략과 차익거래 불가영역

옵션시장에서 주어진 데이터중 아래의 조건을 만족하는 행사가격을 K_1, K_2 라 하자.

$$C(K_1)-P(K_1)>0 \quad \text{과} \quad C(K_2)-P(K_2)<0$$

차익거래불가논리에 의하여 행사가격 K_1 는 K_2 보다 작다는 것을 쉽게 알 수 있다. 2.1절에서도 언급했듯이 거래소에서 거래되는 옵션의 행사가격은 이산적이므로 정확하게 $C(K)-P(K)=0$ 을 만족하는 행사가격 K 을 구할 수 없고 간단한 차익거래전략을 만들기 위하여, 먼저 2.1절과는 다르게 두점을 연결하는 선형방정식을 이용하여 근사적으로 구해보자. 두 개의 옵션 데이터 $[K_1, C(K_1)-P(K_1)]$ 와 $[K_2, C(K_2)-P(K_2)]$ 를 연결하는 직선을 구하면 다음과 같이 표현된다.

$$(1-\theta)[K_1, C(K_1)-P(K_1)]+\theta[K_2, C(K_2)-P(K_2)], \qquad (3)$$

여기서 θ 는 0 과 1 사이의 실수이다. 선물계약 매입(매도)포지션을 취한 투자자는 초기 현금투자가 없으므로, 옵션시장이 암시하는 선물가격 F^0_{ot}는 근사적으로 아래 식을 만족하는 θ_0 을 구하면 얻을 수 있으며 그 값은 $F^0_{ot}=(1-\theta_0)K_1+\theta_0 K_2$ 이다.

$$(1-\theta_0)[C(K_1)-P(K_1)]+\theta_0[C(K_2)-P(K_2)]=0 \qquad (4)$$

거래비용이 없다는 가정아래, 만약 선물시장가격 F_{ft} 가 옵션가격을 이용한 선물가격 F_{ot} 보다 작을 경우에는 주가지수선물이 과소평가 되어 있으므로 기본적으로 [표2]에 나와 있는 것과 같이 주가지수선물을 직접 매입하고 (전략 C), 간접적으로 매도하는 전략 즉 콜옵션을 매도하고 (전략 D) 풋옵션을 매입하는 (전략 F) 선물.옵션 매입투자전략을 한다. 이 전략은 초기비용이 0 이고 매입투자 포트폴리오를 만기까지 보유하면 만기에 기초자산의 값에 상관없이 가격차 $(F^0_{ot}-F_{ft})\times 50$만원 을 이익으로 얻을 수 있다. 예를 들어, [표1]에 나타난 1999년 8월 24일 만기가 1999년 9월 9일인 KOSPI 200 옵션시장가격의 경우 $K_1=110.0$ 이고 $K_2=112.5$ 이며 식 (4)을 만족하는 $\theta_0=0.3462$ 이고 이를 이용한 선물이론가격 $F^0_{ot}=110.87$ 이다. 만약 그 시점의 선물시장가격이 $F_{ft}=110$ 이면 KOSPI 선물 1 계약을 매입하고, 행사가격이 110.0인 콜옵션 $5\times(1-\theta_0)=3.27$ 계약 매도와 풋옵

션 3.27 계약 매입하고, 행사가격이 112.5인 콜옵션 $5\times\theta_0=1.73$ 계약 매도와 풋옵션 1.73 계약 매입하여 만기까지 보유하면 0.87×50만원$=43.5$만원 의 이익을 얻을 수 있다. 반대로, 선물시장가격이 옵션가격을 이용한 선물이론가격보다 클 경우에는 주가지수선물이 과대평가 되어 있으므로 주가지수선물을 직접 매도하고, 간접적으로 매입하는 전략 즉 콜옵션을 매입하고 풋옵션을 매도하는 선물.옵션 매도투자전략을 이용하여 만기에 기초자산의 가격이 어떠하든지 이익을 얻을 수 있다.

거래비용을 고려할 경우, 먼저 선물과 옵션계약만을 이용한 차익거래전략을 유도하기 위하여 다음과 같은 기호가 사용된다.

$\gamma_{f,s}$ =시간 s 에서 선물거래비용
$\gamma_{C,s}$ =시간 s 에서 콜옵션거래비용
$\gamma_{P,s}$ =시간 s 에서 풋옵션거래비용,

여기서 이용되는 s 는 현재거래시점 t 나 만기일 T 의 값을 갖는다. 주어진 주가지수 옵션시장 데이터 $\{\,[K_i, C(K_i)], [K_i, P(K_i)]\,\}$ $(i=1,2)$ 의 시장가로 t 시점에서 콜.풋옵션 거래가 동시에 이루어졌다는 가정아래, 옵션거래비용 $\gamma_{O_i,t}=\gamma_{C_i,t}+\gamma_{P_i,t}$ $(i=1,2)$ 과 선물거래비용 $\gamma_{f,t}$ 를 구한 후 다음 식을 만족하는 θ_1 을 구한다.

$$(1-\theta_1)[C(K_1)-P(K_1)-\gamma_{O_1,t}]+\theta_1[C(K_2)-P(K_2)-\gamma_{O_2,t}]=\gamma_{f,t} \qquad (5)$$

위에서 구한 θ_1 을 이용하여 [표3]과 같이 직접적으로 선물계약을 매입하고 간접적으로 매도하는 즉 콜옵션을 매도하고 풋옵션을 매입하는 선물.옵션 매입차익거래전략을 행함으로써 다음 정리와 같이 선물시장가격의 차익거래불가영역 하한가를 구할 수 있다.

정리 1. *차익거래이익이 발생하지 않는 선물시장가격* F_{ft} *의 하한가는 다음과 같다.*

$$F^1_{ot}-\frac{\gamma_T}{5}\le F_{ft}, \qquad (6)$$

여기서 $F^1_{ot}=(1-\theta_1)K_1+\theta_1K_2$ *이고* $\gamma_T=\gamma_{f,T}+\gamma_{C,T}+\gamma_{P,T}$ *이다.*

<u>증명</u>: 만일 선물시장가격이 과소평가 되어 있으면 [표3]에서와 같이 주가지수선물 1 계약을 직접 매입하고 (전략 C), 콜옵션을 매도하고 (행사가격이 K_1 인 콜옵션 $5\times(1-\theta_1)$ 계약매도와 행사가격이 K_2 인 콜옵션 $5\times\theta_1$ 계약매도) (전략 D), 그리고 풋옵션을 매입하는 (행사가격이 K_1 인 풋옵션 $5\times(1-\theta_1)$ 계약매입과 행사가격이 K_2 인 풋옵션 $5\times\theta_1$ 계약매입) (전략 F) 매입차익거래전략을 한다. 식 (5)을 만족하는 θ_1 의 선택으로 매입차익거래전략의 초기비용은 0 이고 매입 포트폴리오를 만기까지 보유하면 $5(F^1_{ot}-F_{ft})-\gamma_T$ 의 현금흐름이 발생하나 이 금액이 0 보다 적거나 같으면 차익거래이익이 발생하지 않는다는 결과로부터 식 (6)과 같은 하한가를 얻을 수 있다.

마찬가지로 주어진 옵션시장가격과 선물.옵션 거래시 발생하는 선물.옵션 거래비용을 이

용하여 다음 식을 만족하는 θ_2 을 구한다.

$$(1-\theta_2)[P(K_1)-C(K_1)-\gamma_{O_1,t}]+\theta_2[P(K_2)-C(K_2)-\gamma_{O_2,t}]=\gamma_{f,t} \quad (7)$$

만일 선물시장가격이 과대평가 되어 있으면 주가지수선물 1계약을 매도하고, 행사가격이 K_1 인 콜옵션을 $5\times(1-\theta_2)$ 계약매입하고 풋옵션을 $5\times(1-\theta_2)$ 계약매도하고, 그리고 행사가격이 K_2 인 콜옵션을 $5\times\theta_2$ 계약매입하고 풋옵션을 $5\times\theta_2$ 계약 매도하는 매도차익거래전략을 행함으로써 다음 정리와 같이 선물시장가격의 차익거래불가영역 상한가를 구할 수 있다.

정리 2. *차익거래이익이 발생하지 않는 선물시장가격 F_{ft} 의 상한가는 다음과 같다.*

$$F_{ft} \le F^2_{ot}+\frac{\gamma_T}{5}, \quad (8)$$

여기서 $F^2_{ot}=(1-\theta_2)K_1+\theta_2K_2$ *이고* $\gamma_T=\gamma_{f,T}+\gamma_{C,T}+\gamma_{P,T}$ *이다.*

2.3 옵션 가격을 이용한 무위험이자율 추정

이재하(1998)의 연구에서와 같이 무위험이자율 r 에 관한 국내의 많은 연구에서는 만기가 91일인 양도성 예금증서(certificate of deposit; CD)의 연 수익률을 사용하거나 은행, 비은행 금융기관이 단기적으로 이용 가능한 자금을 서로 거래하는 콜시장의 콜금리를 사용하여 왔다. 같은 기초자산을 바탕으로 좀 더 복잡한 상품구조를 갖거나 유동성이 부족한 상품의 가격을 평가하고 헤징방법을 구하는 데 있어 무위험이자율은 매우 중요한 역할을 함으로 본 연구에서는 양도성 예금증서의 연 수익률과 콜금리가 옵션시장에 적용되는 무위험이자율로 적절한 금리인가를 다음과 같이 검증한다.

먼저 옵션시장에서 이용되는 무위험이자율을 추정하기 위하여 거래소에서 거래되는 콜옵션가격에서 풋옵션가격을 뺀 가격차 $C(K)-P(K)$ 을 종속변수로 하고 행사가격 K 을 독립변수로 하는 선형회귀를 하면 상수항 α 와 기울기 β 을 얻을 수 있다. 풋-콜 패러티 관계식 (2)에 의해 배당이 있는 주가지수의 경우 α 는 $S\times D(t,T)$ 의 추정 값이며 $-\beta$ 는 $B(t,T)$ 의 추정 값을 구할 수 있다. 예를 들어, 1999년 8월 24일 만기가 1999년 9월인 KOSPI 200 옵션시장가격표 [표1]을 이용하여 관측값 $(K, C(K)-P(K))$ 과 선형회귀식을 그림으로 나타내면 [그림3]과 같고 $\alpha=108.7908$ 이고 $\beta=-0.9814$ 이다.

III. 자료분석 및 프로그램 차익거래전략

본 논문에서 사용되는 데이터의 표본기간은 옵션시장이 개설된 1997년 7월부터 1999년 3월까지이다. 선물.옵션 매입 혹은 매도(차익)거래전략의 기본조건이 선물과 옵션의 만기시점이 일치해야 함으로 이 조건을 만족하는 KOSPI 200 옵션은 만기월이 3월, 6월, 9월, 12월인 4종만이 해당된다. 그런데 위 4종의 옵션과 관련된 선물.옵션 거래전략을 분석하려면

예를 들어 9월물의 경우 6월 두 번째 금요일부터 9월 두 번째 목요일까지의 거래 체결가격을 분석하면 되나 KOSPI 옵션시장에서는 대부분 옵션거래가 최근월물에 집중되어 있다. 이런 극도의 유동성 부족현상을 감안하여 8월물의 만기일이후인 8월 두 번째 금요일부터 9월 두 번째 목요일까지를 자료분석의 대상으로 정하였다.

3.1 옵션가격을 이용한 선물이론가격 분석

옵션가격을 이용한 선물이론가격 F_{ot} 의 추정의 경우 분석의 편의상 해당기간 (예를 들어 9월물인 경우 8월 두 번째 금요일부터 9월 두 번째 목요일)의 일일종가를 이용하였다. [그림4-1]부터 [그림4-7]과 [표4]로부터 다음과 같은 KOSPI 200 옵션.선물시장의 현상을 알 수 있다. 첫째, 옵션시장이 개설된 이후 거래시점이 지남에 따라 F_{ot} 의 가격이 F_{ft} 를 암시하는 정도가 매우 좋아짐을 그림과 두 변수간의 상관계수를 통하여 알 수 있고 특히, 만기일이 0에 가까워짐에 따라 두 선물가격차 $F_{ot}-F_{ft}$ 가 0에 접근함을 그림을 통하여 쉽게 알 수 있다. 둘째, 98년 3월물부터는 최근월물 만기 후 처음 2일간의 종가를 제외한 경우 F_{ot} 와 F_{ft} 가 거의 일치함을 그림으로부터 볼 수 있고 이런 현상은 [표4]의 두 가격간 상관계수 분석에서 알 수 있듯이 IMF 상황의 시작으로 시장이 매우 불안한 97년 12월물을 제외하고는 모든 상관계수가 98% 이상이다. 셋째, 97년 6월물의 경우 예외적으로 F_{ot} 의 분산이 F_{ft} 의 분산보다 5배 이상 크고 $t-$통계량의 절대값이 큰 이유는 [그림4-4]에서 볼 수 있듯이 5월물의 만기 직후 첫째 날의 F_{ot} 와 F_{ft} 의 차가 20이상 벌어짐으로 인해 발생한 현상으로 첫째 날과 둘째 날의 데이터를 제거한 후에는 두 가격간의 상관계수 0.9863이 보여주듯이 위의 두 개의 관찰사실을 잘 설명해주고 있다. 넷째, F_{ot} 가 F_{ft} 와 일치하는가를 짝비교(matched pair comparison)를 통한 아래의 검정을 하면 [표4]와 같이 $t-$통계량의 값이 매우 적어서 모든 기간에서 유의수준 10%이상에서도 귀무가설이 기각되지 않는다.

$$H_0 : F_{ot}=F_{ft} \quad \text{대} \quad H_1 : F_{ot}\neq F_{ft}$$

3.2 거래비용을 고려한 선물.옵션 프로그램 차익거래전략

거래시점 t 에서 KOSPI 200 선물을 거래할 때 드는 비용은 첫째, 선물을 매도하거나 매입할 때 약정금액 ($F_{ft}\times 50$만원)의 p_f %[2]에 해당하는 거래수수료와 둘째, 차익거래를 위해 투자자가 매입주문이나 매도주문을 낼 때 주문량의 수요가 이에 대응하는 공급량보다 많으면 체결되는 가격은 주문시점의 시장가격보다 높거나 낮게 체결된다. 이런 현상을 감안하여 차익거래에서 체결되는 가격은 매도호가나 매입호가의 가운데 존재한다는 가정아래 호가스프레드 (=매도호가 - 매입호가)의 $\frac{1}{2}$ 을 시장충격비용 (market impact cost)[3]이라 하

2) 이재하(1998)의 연구에서는 약정금액의 0.04%를 사용하였다.
3) 참고문헌으로 Stoll and Whaley(1989), Lee and Nayar(1993), 이재하(1998)등을 들 수 있다.

고 이를 거래비용의 일부로 고려한다. 즉 t 시점에서 선물거래비용 $\gamma_{f,t}$ 는 다음과 같다.

$$\gamma_{f,t} = F_{ft} \times 50\text{만원} \times p_f\,\% + \frac{1}{2} \times ES_f \times 50\text{만원}, \qquad (9)$$

여기서 ES_f [4]는 평균호가스프레드를 의미한다.

만기시점 T 에서 체결되는 선물가격은 만기시점의 현물가격 S_T 로 확정적이므로 체결가의 불확실성으로 인해 발생되는 시장충격비용을 고려하지 않아도 된다. 따라서 정리 1과 정리 2의 차익거래 불가영역을 구성하기 위한 만기시점의 선물거래비용은 거래수수료만 해당되나 현재시점 t 에서 만기시점의 현물가격을 알 수 없으므로 현재현물가격 S_t [5]을 S_T 의 추정값으로 사용하면 T 에서의 선물거래비용 $\gamma_{f,T}$ 는 다음과 같다.

$$\gamma_{f,T} = S_t \times 50\text{만원} \times p_f\% \qquad (10)$$

마찬가지로 옵션거래의 경우 현재시점 t 에서 드는 거래비용은 약정금액의 $p_o\%$ [6]에 해당하는 거래수수료와 호가스프레드의 $\frac{1}{2}$ 에 해당하는 시장충격비용을 고려해줘야 한다. 따라서 정리 1과 정리 2의 증명과정에서 이용된 매입 혹은 매도차익거래전략중 행사가격이 K 인 옵션거래비용 $\gamma_{O_K,t}$ 는 다음과 같다.

$$\gamma_{O_K,t} = 10\text{만원} \times [\,(C(K) + P(K)) \times p_o\% + \frac{1}{2} \times (ES_{C_K} + ES_{P_K})], \qquad (11)$$

여기서 ES_O 는 옵션 O 의 평균호가스프레드를 의미한다. 만기시점 T 에서의 옵션의 거래비용은 선물거래와 같은 이유로 행사시점수익금의 $p_o\%$ 에 해당하는 거래수수료만 있고 시장충격비용은 없다. 또한 행사시점수익금 계산시 만기시점의 현물가격을 현시점에서 알 수 없으므로 현재현물가격 S_t 를 S_T 의 추정값으로 사용하며 행사가격이 K 인 옵션의 T 에서의 옵션거래비용 $\gamma_{O_K,T}$ 는 다음과 같다.

$$\gamma_{O_K,T} = (S_t - K) \times 10\text{ 만원} \times p_o\%, \quad \text{만일 } S_t > K$$
$$\gamma_{O_K,T} = (K - S_t) \times 10\text{ 만원} \times p_o\%, \quad \text{만일 } S_t < K \qquad (12)$$

프로그램 매매가 가능한 매입차입거래전략을 만들기 위하여 주어진 선물시장가격 F_{ft}

---

4) 기존 선물 문헌에서는 선물계약의 평균호가스프레드를 1 tick(최소가격변동폭)으로 가정하나 이재하(1998)의 KOSPI 200시장연구에서는 만기월별 평균호가스프레드를 선물 데이터로부터 구한다.

5) 현재시점에서 만기시점의 기초자산가격중에서 알 수 있는 것은 선물시장가격만이 존재하므로 선물시장가격을 만기시점의 현물가격 추정값으로 사용할 수도 있다.

6) 이재하(1998)의 연구에서는 약정금액의 1.2%를 사용하였다.

과 옵션시장가격 $\{[K_i, C(K_i)], [K_i, P(K_i)]\}$ $(i=1,2)$ 을 이용하여 선물과 옵션의 거래시점에서의 거래비용 $\gamma_{f,t}, \gamma_{O_1,t}, \gamma_{O_2,t}$ 을 구한 후 식 (5)을 만족하는 0 과 1 사이의 실수값 θ_1 이 존재하면 구한다. 만일 적절한 θ_1 이 존재하지 않으면 주어진 행사가격 $\{K_1, K_2\}$을 이용한 매입차익거래전략은 가능하지 않다고 처리한다. 구한 θ_1 를 이용하여 $F^1_{ot} = (1-\theta_1)K_1 + \theta_1 K_2$ 를 구하고 주어진 현재현물가격을 식 (10)에 대입하여 $\gamma_{f,T}$ 를 구하고 그리고 $\gamma_{O,T}$ 는 다음과 같이 구한다.

$$\gamma_{O,T} = [(1-\theta_1)K_1 + \theta_1 K_2 - S_t] \times 50\text{만원} \times p_o\%, \qquad \text{만일 } S_t \le K_1$$
$$\gamma_{O,T} = [(1-2\theta_1)S_t - (1-\theta_1)K_1 + \theta_1 K_2] \times 50\text{만원} \times p_o\%, \qquad \text{만일 } K_1 < S_t \le K_2$$
$$\gamma_{O,T} = [S_t - (1-\theta_1)K_1 - \theta_1 K_2] \times 50\text{만원} \times p_o\%, \qquad \text{만일 } K_2 < S_t \qquad (12a)$$

만일 선물시장가격이 $F^1_{ot} - \frac{1}{5}(\gamma_{f,T} + \gamma_{O,T})$ 보다 작으면 [표3]과 같은 매입차익거래전략을 구사하고, 크면 매입차익거래전략을 구사하더라도 손실을 볼 수 있다.

프로그램 매매가 가능한 매도차입거래전략을 만들기 위하여 주어진 선물시장가격과 옵션시장가격을 이용하여 선물과 옵션의 거래시점에서의 거래비용을 구한 후 식 (7)을 만족하는 0 과 1 사이의 실수값 θ_2 이 존재하면 구한다. 만일 적절한 θ_2 이 존재하지 않으면 주어진 행사가격 $\{K_1, K_2\}$을 이용한 매도차익거래전략은 가능하지 않다고 처리한다. 구한 θ_2 을 이용하여 $F^2_{ot} = (1-\theta_2)K_1 + \theta_2 K_2$ 를 구하고 주어진 현재현물가격을 식 (10)에 대입하여 $\gamma_{f,T}$ 을 구하고 그리고 $\gamma_{O,T}$ 는 식 (12a)에서 θ_1 을 θ_2 로 대신하면 똑같은 결과를 얻을 수 있다. 만일 선물시장가격이 $F^2_{ot} + \frac{1}{5}(\gamma_{f,T} + \gamma_{O,T})$ 보다 크면 매도차익거래전략을 구사하고, 작으면 매도차익거래전략을 구사하더라도 손실을 볼 수 있다.

3.3 옵션가격을 이용한 무위험이자율 분석

무위험이자율을 추정하기 위하여 사용되는 데이터는 콜옵션가격에서 풋옵션가격을 뺀 가격차 $C(K) - P(K)$ 이므로 자료분석을 할 때 만기일 T 와 행사가격이 같은 콜옵션과 풋옵션이 동시에 거래된 자료가 요구된다. 이런 요구를 충족시키기 위해 본 연구에서는 KOSPI 200 옵션시장가격을 1분 단위로 표본추출 하였는데 1분 안에 같은 만기와 행사가격을 갖는 콜옵션과 풋옵션이 각각 한번 이상 거래가 체결된 경우 가장 마지막에 체결된 가격이 표본추출 되고 이로부터 $C(K) - P(K)$ 을 구하였다. t 일의 거래시간에 이렇게 추출된 분별 단위 데이터를 자료로 삼아 K 을 독립변수로 하고 $C(K) - P(K)$ 을 종속변수로 하는 선형회귀를 하면 상수항 α_t 와 기울기 β_t 을 얻는다. 구해진 β_t 로부터 만기일이 T 인 채권가격 추정 값은 $\widehat{B}(t, T) = -\beta_t$ 이고 $\widehat{B}(t, T)$ 는 옵션시장이 개설된 이후 모든 거래시점에서 구할 수 있으나 본 논문에서는 선물과 옵션을 이용한 차익거래전략에 중점

을 두고 전개되므로 3장 서론에서 언급했듯이 표본기간을 제한하여 분석하였다. 또한 본 논문에서 구한 $\widehat{B}(t, T)$ 의 비교대상으로 기존의 연구에서 사용되어온 CD 연 수익률이나 콜금리를 택할 수 있으나 만기일을 고려하여 채권가격으로 변화하면 CD 연 수익률과 콜금리의 채권가격이 매우 상관관계가 높고 대부분의 만기가 1개월 미만이므로 본 논문에서는 콜금리의 채권가격 $B_{call}(t, T)$ 을 비교대상으로 택한다.

[그림5]와 [표5]로부터 다음과 같은 현상을 관찰할 수 있다. 첫째, $B_{call}(t, T)$ 는 거의 일직선을 그리면서 만기일이 0에 가까워짐에 따라 1에 접근하나 $\widehat{B}(t, T)$ 는 특이하게 9월물과 3월물의 일일 변화가 매우 심하고 12월물과 6월물은 변화가 잔잔하다. 이런 현상을 이용하여 차익거래전략을 구사하면 수익률을 향상시킬 수 있을 것이다. 둘째, 옵션시장이 개설된 후 거래시점이 지남에 따라 $\widehat{B}(t, T)$ 가 점점 안정되게 움직이고 있음을 알 수 있다. 셋째, 콜금리가 무위험이자율로 적절한가를 다음과 같은 짝비교를 통하여 검증하면

$$H_0 : \widehat{B}(t, T) = B_{call}(t, T) \quad \text{대} \quad H_1 : \widehat{B}(t, T) \neq B_{call}(t, T)$$

98년 9월물은 유의수준 0.01%에서 귀무가설이 기각되고, 98년 3월물은 유의수준 0.1%에서 귀무가설이 기각되고, 97년 9월물과 12월물은 유의수준 10%에서 기각되고, 마지막으로 98년 6월물, 12월물과 99년 3월물은 유의수준 10%에서 기각되지 않았다. 위 관찰내용들과 3.1절의 관찰내용 (옵션시장가격이 선물시장가격을 매우 잘 암시한다는 관찰)을 결합하면 다음과 같은 추론을 할 수 있다. 3.1절이 암시하는 것은 등가격 근방에서는 만기일이 0에 가까워짐에 따라 차익거래기회가 거의 소멸됨을 암시하는 데, 본 절의 현상이 발생하는 이유는 무위험이자율의 채권가격 $\widehat{B}(t, T)$ 추정시 사용되는 데이터중에서 외가격 (out-of-the-money)과 내가격 (in-the-money)의 데이터가 선형회귀식에서 많이 벗어난 경우가 많아, 즉 외가격과 내가격 근방에서 차익거래가 가능한 거래가 많아, 외가격옵션과 내가격옵션을 이용한 차익거래기회는 많이 존재함을 확인시켜 주웠다.

Ⅳ. 결론

본 논문은 KOSPI 200 옵션시장가격이 선물시장가격을 얼마나 잘 암시하는가를 검정하였고, 옵션가격을 이용한 선물이론가격과 선물시장가격간의 가격괴리현상이 있는 경우 거래비용을 고려한 프로그램 차익거래전략을 논하였고, 마지막으로 옵션시장가격이 암시하는 무위험이자율에 대하여 고찰하였다. 결과로는 첫째, 옵션시장가격을 이용한 선물이론가격 추정은 거래시장이 개설된 이후 거래시점이 지남에 따라 매우 유용한 추정값으로 거의 일치하였고 특히 거래량이 증가함에 따라 차익거래기회가 시장개설 초반보다 많이 감소하였다. 둘째, 거래비용을 고려할 경우 기존의 연구에서는 현금차입을 통한 차익거래전략을 구사하여 차입거래불가영역을 구했으나 본 연구에서는 현금차입 없이 선물.옵션만을 이용한 차익거래를 구사하여 차익거래불가영역을 구하였고 또한 프로그램 차익거래전략에 대하여도 논하였다. 셋째, 옵션시장이 개설된 후 98년 말까지는 9월물과 3월물에서 옵션시장가격을 이용한 채권가격이 매우 심하게 변했음을 알 수 있고, 다음과 같은 결론을 추론할 수 있다. 등가격옵션을 이용한 선물.옵션 차익거래기회는 거래시점이 지남에 따라 소멸되었지만 외가격옵션과 내가격옵션을 이용한 차익거래기회는 아직도 존재함을 확인 할 수 있었다.

참고문헌

이재하, “KOSPI 200 선물과 옵션간의 일중 사전적 차익거래 수익성 및 선종결전략”, 한국증권학회 1998 2차 정기 학술발표회 발표논문

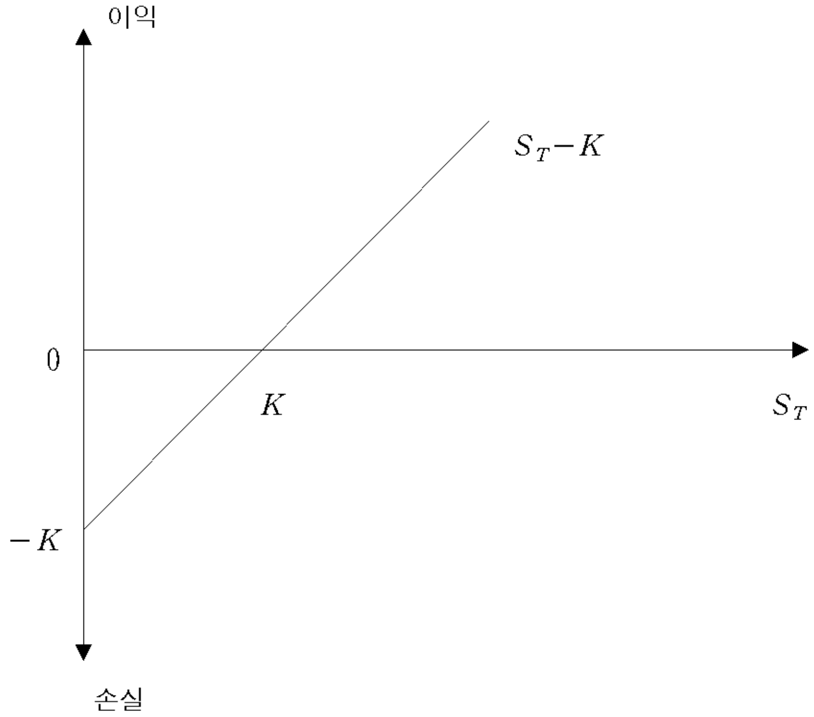
Breeden, D. and R. Litzenberger, "Prices of State-Contingent Claims Implicit in Option Prices", Journal of Business 51, 1978, pp.621-651

Brennan, M.J. and E.S. Schwartz, "Arbitrage in stock index futures", Journal of Business 63, 1990, S7-S31

Cornell, B. and K.R. French, "Taxes and the pricing of stock index futures", Journal of Finance 38, 1983, pp.675-694

Lee, J.H. and N. Nayar, "A transactions data analysis of arbitrage between index options and index futures", Journal of Futures Markets 13, 1993, pp.889-902

Shimko, D., "Bounds of Probability", RISK 6(April), 1993, pp.33-37

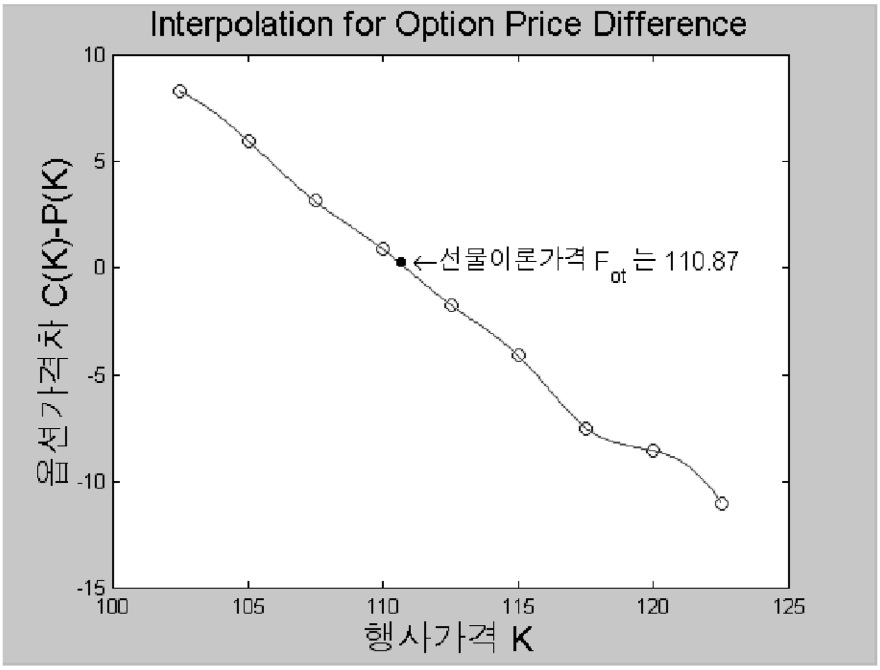


[그림 1]

(단위: 포인트, 계약)

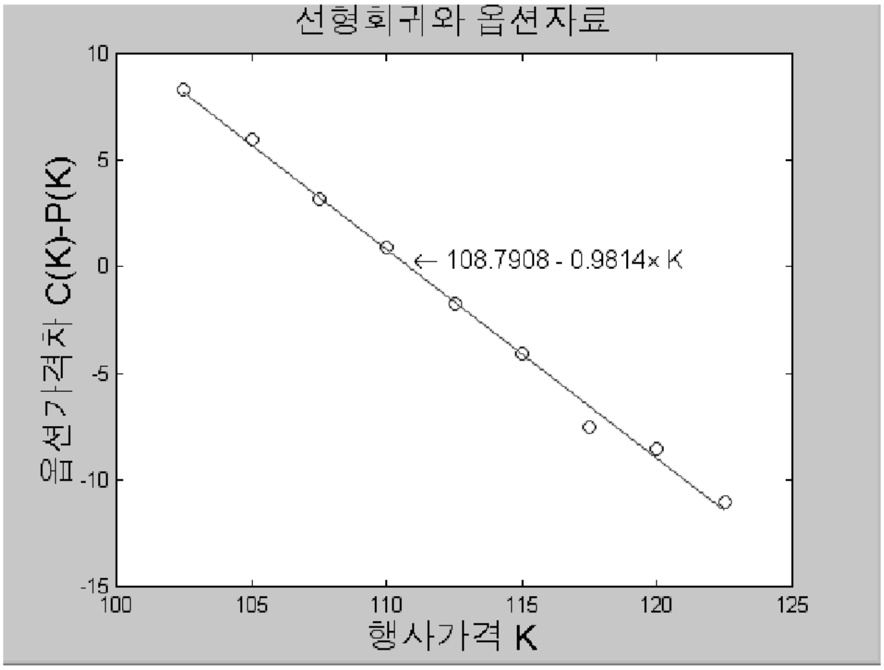
행 사 가	가 격			거 래 량	
	call	put	call - put	call	put
102.5	10.00	1.72	8.28	196	4,160
105.0	8.50	2.50	6.00	429	3,252
107.5	6.65	3.50	3.15	569	1,366
110.0	5.20	4.30	0.90	3,786	2,678
112.5	4.05	5.75	-1.70	3,690	1,241
115.0	3.10	7.20	-4.10	9,101	397
117.5	2.31	9.80	-7.49	3,165	344
120.0	1.65	10.20	-8.55	22,852	70
122.5	1.26	12.30	-11.04	5,552	31

[표 1]



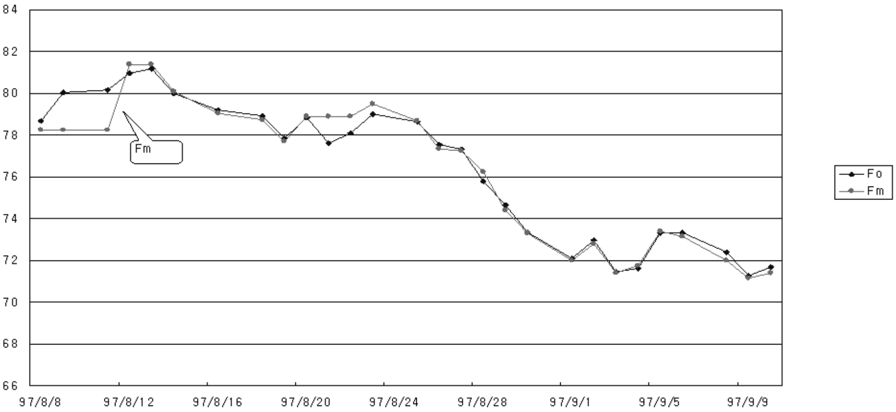
Interpolation for Option Price Difference
옵션가격차 C(K)-P(K)
←선물이론가격 Fot는 110.87
행사가격 K

[그림 2]

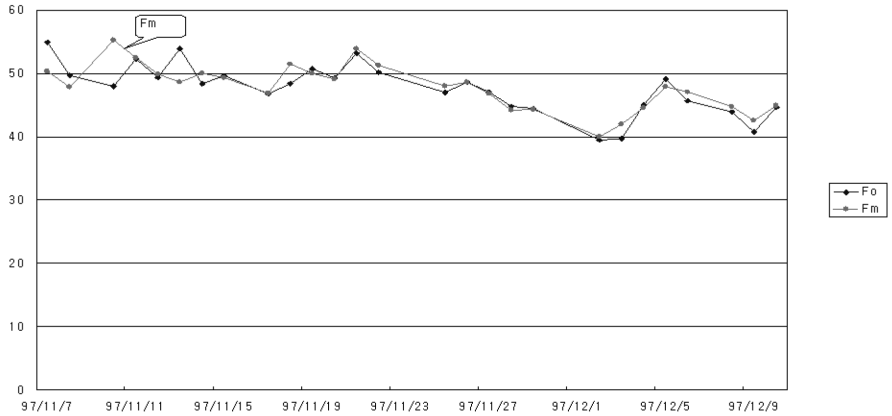


선형회귀와 옵션자료
옵션가격차 C(K)-P(K)
← 108.7908 - 0.9814× K
행사가격 K

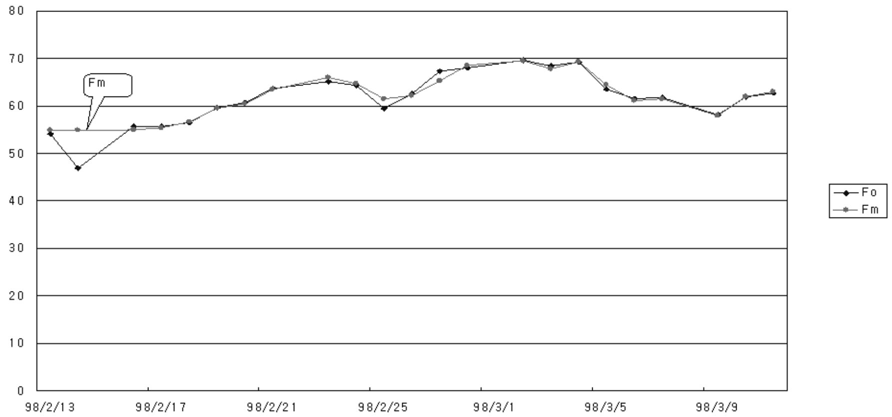
[그림 3]



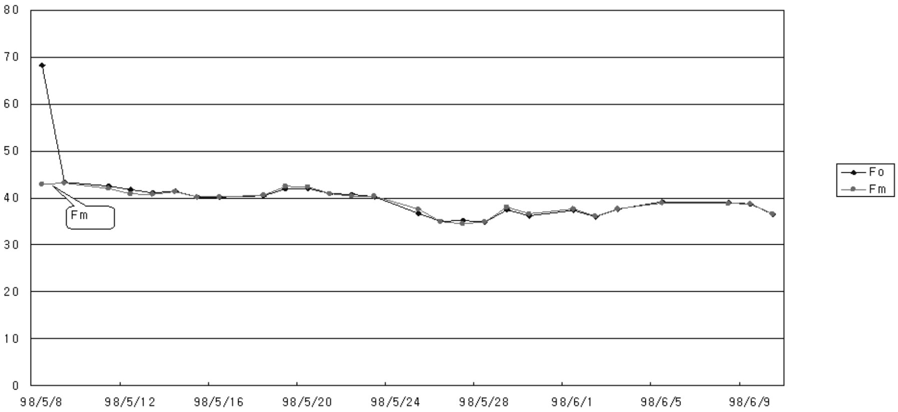
[그림 4-1] 97년 9월물



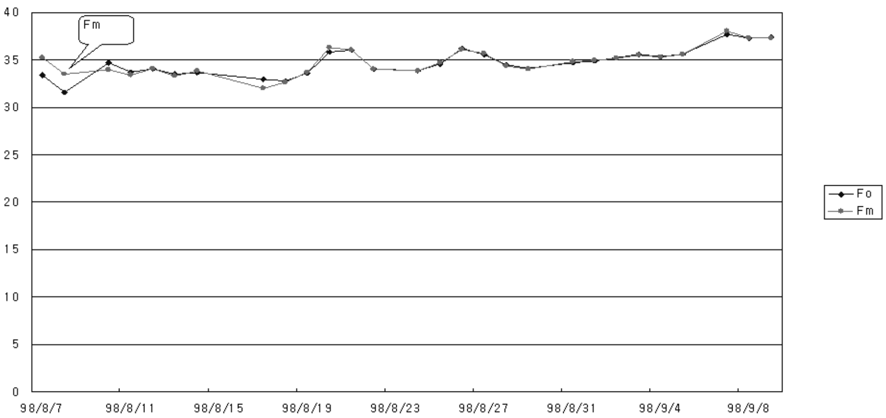
[그림 4-2] 97년 12월



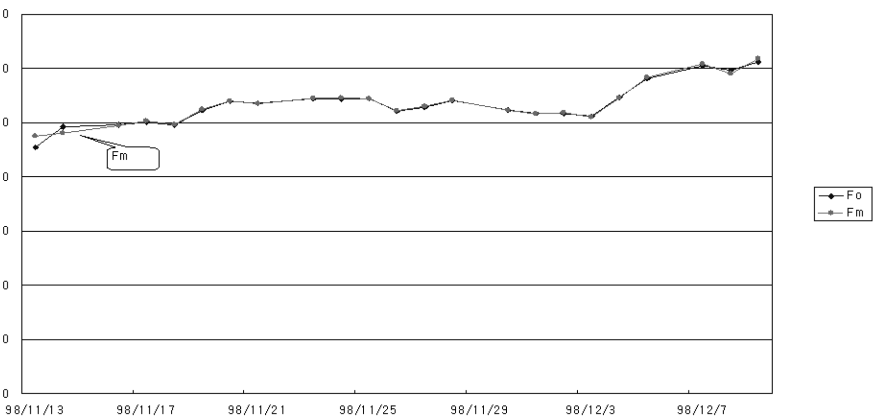
[그림 4-3] 98년 3월물



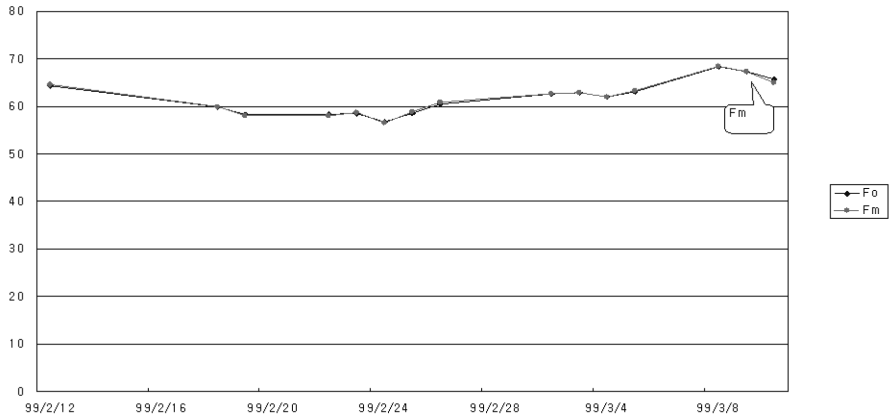
[그림 4-4] 98년 6월물



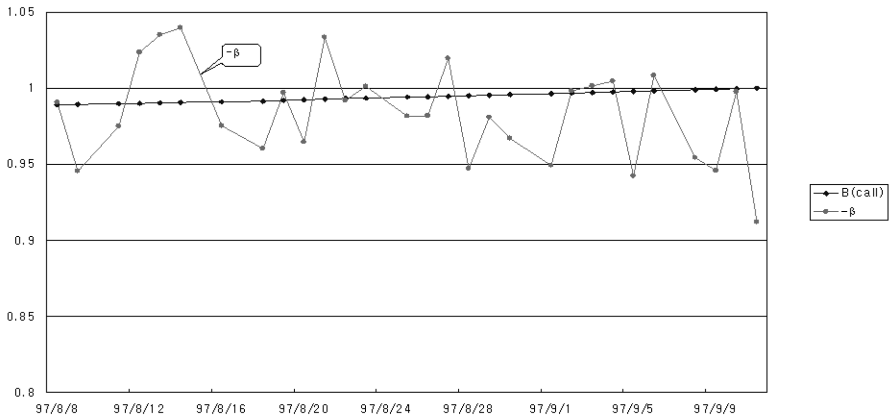
[그림 4-5] 98년 9월물



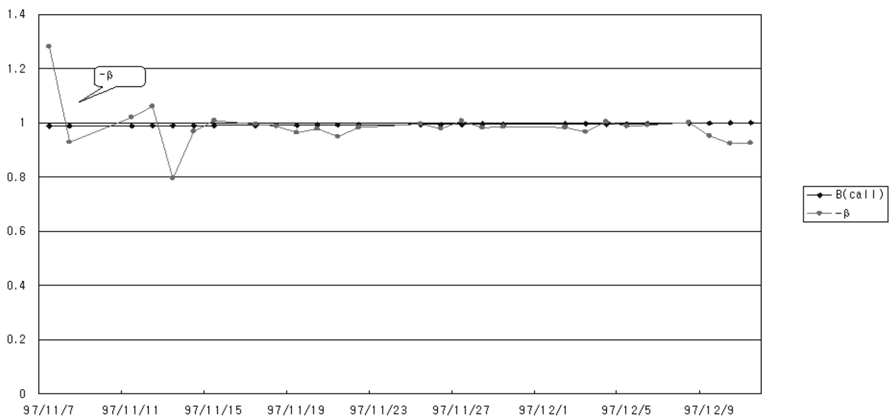
[그림 4-6] 98년 12월물



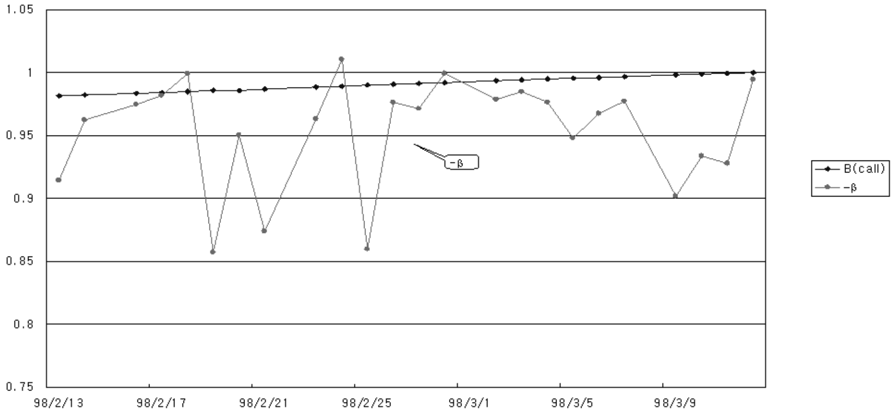
[그림 4-7] 99년 3월물



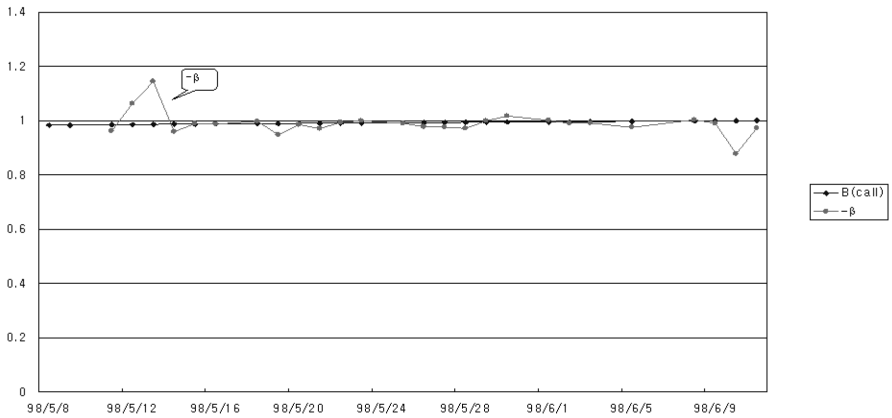
[그림 5-1] 97년 9월물



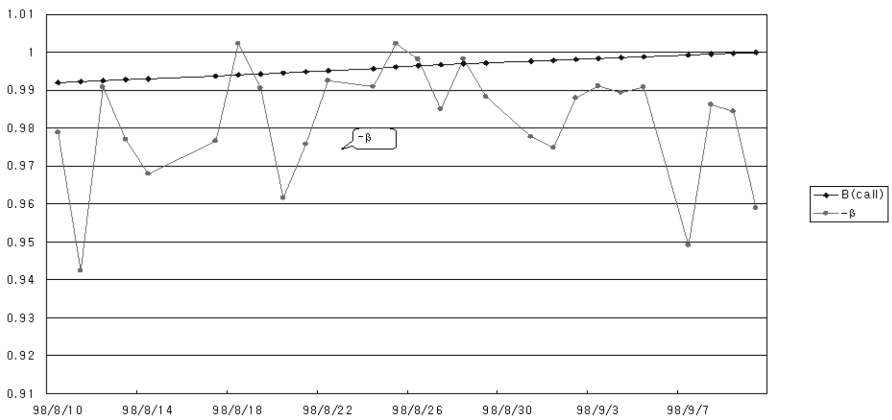
[그림 5-2] 97년 12월물



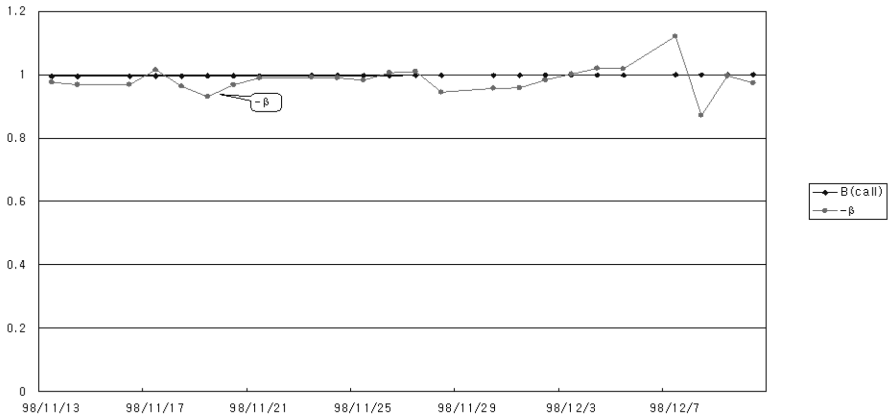
[그림 5-3] 98년 3월물



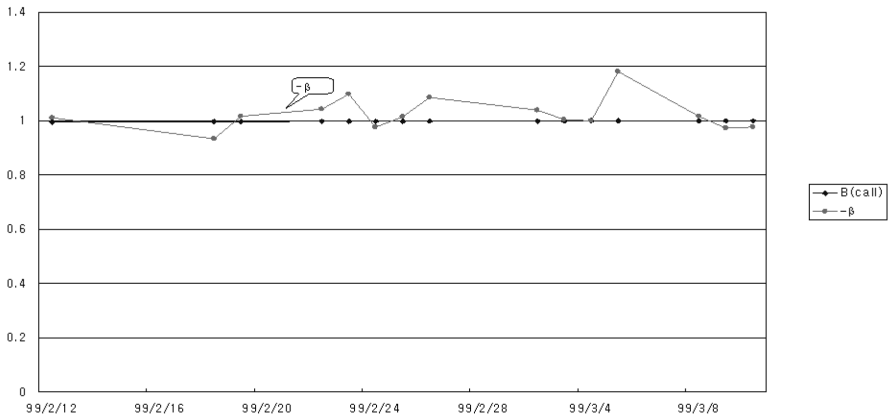
[그림 5-4] 98년 6월물



[그림 5-5] 98년 9월물



[그림 5-6] 98년 12월물



[그림 5-7] 99년 3월물