

# 주식가격변화의 장기기억속성에 관한 실증적 증거 및 가능한 발생원인에 대한 연구

엄철준<sup>1</sup>, 오갑진<sup>2</sup>, 김승환<sup>2</sup>, 김태혁<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 부산대학교 경영학부

<sup>2</sup> POSTECH 물리학과

# 주식가격변화의 장기기억속성에 관한 실증적 증거 및 가능한 발생원인에 대한 연구

엄철준<sup>1</sup>, 오갑진<sup>2</sup>, 김승환<sup>2</sup>, 김태혁<sup>1</sup>

## 요 약

본 연구는 금융시계열자료의 수익률과 변동성 차원에서 장기기억속성(long-term memory properties)의 존재를 실증적으로 확인하고, 또한 관찰된 장기기억속성의 가능한 발생원인을 실증적으로 관찰하고자 하였다. 이를 위하여, 시간속성만을 갖는 이론자료, 국제시장지수, 개별주식 등과 같은 실제자료 등의 다양한 수익률과 변동성을 근거로 DFA(detrended fluctuation analysis)방법에 의한 Hurst지수를 각각 측정 및 관찰하였다. 그리고, 금융시계열에서 일반적으로 관찰된 대표적인 속성(stylized properties)인 두꺼운 꼬리(heavy tail), 1차 자기상관성(autocorrelation), 변동성군집효과(volatility clustering effect) 등에서 장기기억속성의 가능한 발생원인을 탐색하고자 하였다. 설정된 연구목적에 따라 관찰된 검증결과를 요약정리하면 다음과 같다. 먼저, 금융시계열자료에서 장기기억속성의 존재를 실증적으로 관찰한 결과에 의하면, 금융시계열의 수익률 자료는 이용된 자료 종류(국제시장지수와 개별주식)에 관계없이 평균적으로 Hurst지수가  $H \approx 0.5$ 의 수준을 가짐에 따라, 의미 있는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 없었다. 그러나, 변동성 자료로부터는 평균적으로 Hurst지수가  $H \approx 0.7$ 이상의 높은 수준을 가짐에 따라 강한 장기기억속성의 존재를 관찰할 수 있었다. 다음으로, 관찰된 장기기억속성의 가능한 발생원인을 금융시계열의 대표적인 속성에서 실증적으로 확인한 결과에 의하면, 변동성 군집속성을 반영한 GARCH(1,1) 모형으로부터 통제된 자료의 변동성에서 측정된 Hurst지수가  $H \approx 0.5$ 수준으로, 통제된 자료를 이용한 경우( $H \approx 0.7$ )에서 관찰된 장기기억속성을 더 이상 관찰할 수 없었다. 반면에, 극단치와 자기상관성을 통제된 자료의 변동성으로부터 측정된 Hurst지수는 여전히  $H \approx 0.7$ 의 높은 수준을 나타내었다. 이상의 검증결과에, 본 연구는 금융시계열자료의 수익률 차원에서는 의미 있는 장기기억속성을 관찰할 수 없지만, 변동성 차원에서는 의미 있는 장기기억속성이 존재하고, 이러한 장기기억속성은 변동성군집 효과에 상당부분 기인한다는 것을 실증적으로 발견하였다.

주제어 : 장기기억속성(Long-term Memory Properties), 장기기억속성의 발생원인, 시장효율성, DFA(Detrended Fluctuation Analysis), FBM(Fractional Brownian Motion)

1 : 부산대학교 경영학부

2 : POSTECH 물리학과

\* 이 연구는 2005년도 정부(교육인적자원부)의 재원으로 학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2005-042-B00075)

## I. 서론

최근 재무분야에서는 인접학문분야와의 학제간 연구를 통하여 금융시계열 자료에 포함되어 있을 다양한 속성을 탐색 및 검증하는 시도들이 활발하게 진행되고 있고, 이중에서 장기기억속성(long-term memory)에 관련된 연구들이 소개되고 있다. 이러한 연구시도 및 결과

가 재무학자들에서 관심을 끄는 이유는 재무분야의 많은 연구영역에 지대한 영향을 미친 효율적 시장가설에 대한 새로운 시각을 제공할 뿐만 아니라 실증적으로 관찰된 시계열자료의 속성을 반영한 모형의 개발 및 필요성을 제시할 수 있기 때문이다. 즉, 효율적 시장가설의 관점에서 시계열자료에 장기기억속성이 존재한다는 것은 정보에 대한 금융시장 반응속도가 즉각적이고 충분히 반영되는 것이 아니라 상당부분 지체된 상태를 갖는 것으로, 이는 과거정보가 미래 가격변화를 예측하는데 가치가 있는 정보라는 것을 나타낸다. 그리고 이러한 연구시도들은, 기존 수익률 및 변동성을 관찰하고자 개발된 금융시계열 접근법들이 장기기억속성 등을 충분히 반영하지 못하고 있기 때문에 새로운 혹은 개선된 모형의 개발 필요성에 대한 근거로 활용될 수 있다.

본 연구는 실증적으로 주식시장의 시계열자료 속에 장기기억속성이 관찰되는지를 여부를 검증하는 것이 일차적인 목적이다. 즉, 국제시장지수와 개별주식자료를 각각 이용하여 실증적으로 장기기억속성의 존재를 확인하고자 한다. 다음으로, 의미 있는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 있다면, 이러한 속성의 가능한 발생원인을 실증적으로 관찰하고자 하는 목적을 갖는다. 즉, 재무분야 뿐만 아니라 인접학문분야에서 금융시계열자료에 대하여 일반적으로 지적되는 대표적인 속성(stylized properties)은 1차 자기상관성(1st autocorrelation), 변동성군집효과(volatility clustering effect), 분포의 두꺼운 꼬리(fat tail) 등이 있다. 따라서 이러한 속성들을 통제된 자료를 이용한 검증과정을 통하여 가능한 발생원인을 추론하고자 하는 것이다. 이러한 연구목적에 따라 금융시계열의 수익률과 변동성 자료를 각각 이용하여 장기기억속성의 존재를 검증하였을 때, 수익률자료에서는 의미 있는 장기기억속성을 확인할 수 없었으나, 변동성에서는 관찰할 수 있었다. 그리고, 변동성에서 관찰된 장기기억속성은 변동성 군집현상에 상당부분 기인한다는 것을 실증적으로 확인할 수 있었다.

본 연구의 구성은 서론에 이어 다음 장에서는 기존연구를 간략히 살펴보고 연구범위 및 목적을 언급한다. III장에서는 제시된 연구목적에 적합한 실증설계를 구체적으로 설명하고, IV장에서는 설정된 실증설계에 따라 단계적으로 관찰된 검증결과를 제시한다. 그리고, 마지막 장에서는 결론 및 시사점을 언급한다.

## II. 기존연구 및 연구목적

최근 재무분야에서는 과거 관찰할 수 없었던 혹은 관찰할 수 있었으나 실증적으로 입증할 수 없었던 다양한 금융시계열 속성에 관한 연구영역이 학제간 연구 등을 통하여 새롭게 시도 및 적용되면서 관심이 높아지고 있다. 특히, 이러한 관련 연구영역 중, 시계열자료에 장기기억속성의 존재를 제시한 Mandelbrot et al.(1968)의 연구를 시작으로 국내외적으로 많

은 연구들이 소개되고 있다. 재무분야에 있어서 장기기억속성은 금융시장에 유입되는 많은 정보에 대하여 시장메커니즘이 즉각적으로 충분히 반응을 하지 못하고 서서히 반응한다는 것이다. 이는 과거정보가 미래가격변화에 가치 있는 정보가 될 수 있다는 것으로, 재무분야의 근간을 이루는 Fama(1970)의 효율적 시장가설에 대한 부정적 증거 및 새로운 시각을 제공할 수 있는 연구결과가 된다. 관련연구들을 장기기억속성을 계량화하는 Hurst지수(hurst exponent)를 직접적으로 측정 및 평가하는 연구들과 장기기억속성을 반영한 모형의 관점에서 접근하는 연구 등으로 구분하여 살펴보자.

먼저, Hurst(1951)에 의하여 소개된 Hurst지수를 이용하여 장기기억속성의 존재를 직접적으로 평가하는 방법으로는 전통적 R/S방법(classic rescaled range analysis), Lo(1991)에 의하여 제안된 수정된 R/S방법(modified R/S analysis), Peng et al.(1994)에 의하여 제안된 DFA방법(detrended fluctuation analysis) 등이 적용되었다. 그런데, 전통적 R/S방법은 시계열자료가 갖는 단기기억속성(short-term memory)을 왜곡할 수 있는 문제점이 지적되었고, 수정된 R/S방법과 DFA방법이 이러한 문제점을 개선한 방법으로 인정받고 있다. 그리고, 최근 DFA방법에 의하여 측정된 Hurst지수가 다른 방법에 비하여 보다 안정적이고 효과적이라는 Weron(2002)의 연구가 있다. 재무분야에서 측정하는 방법에서는 다소 상이하지만, Hurst지수를 활용하여 금융시계열에 장기기억속성의 존재를 실증적으로 검증한 연구들이 있다. 관련연구들에 의하면, 금융시계열에서 일관되게 의미 있는 장기기억속성을 관찰할 수 있는지에 대한 긍정적인 연구결과[장경천과 김현석(2002), 김승환, 엄철준, 오갑진(2005), Hiemstra와 Jones(1997), Cajuerio와 Tabak(2004), Matteo et al.(2005), Oh et al.(2006a, 2006b) 등] 뿐만 아니라 부정적인 연구결과[김규영(1996), 백용기(1997), 류성희와 김양락(1997), 홍정훈(1998), Barkoulas와 Baum(1996) 등] 등 다양한 주장들이 발표되었다. 그런데, 이들의 검증 결과를 수익률차원과 변동성차원으로 구분하여 정리하면, 수익률 차원에서는 장기기억속성의 존재를 확인하기 어렵다는 것이 일반적이지만, 변동성 차원에서는 의미 있는 장기기억속성을 확인할 수 있다는 것이다.

다음으로, 장기기억속성 등과 같은 금융시계열의 속성들을 기존 모형에 반영하여 개선하고자 하는 노력 혹은 새로운 모형을 개발·적용하고자 하는 노력이 있다. 기존 재무분야에서 수익률과 변동성 각각에 적용된 대표적인 모형으로는 Box와 Jenkins(1976)에 의하여 소개된 ARIMA모형과 Bolleslev(1986)에 의하여 소개된 GARCH모형을 들 수 있다. ARIMA모형은 수익률 차원에서 단기속성을 반영한 대표적인 형태이고, GARCH모형은 변동성 차원에서 변동성 군집(volatility clustering and little fat tail) 속성을 반영한 대표적인 형태이다. 그런데, 금융시계열자료에서 장기기억속성의 존재를 인정하는 다양한 연구결과들이 제시됨에 따라, 수익률 차원에서 장기기억속성을 반영한 Granger et al(1980)의 ARFIMA모형이, 변동성 차원에서 Baillie et al.(1996)의 FIGARCH모형 등이 제안·적용되었다. 관련연구들에 의

하면, ARFIMA모형을 근거로 수익률 차원에서 장기기억속성의 존재를 검증한 연구들[홍정훈(1998), Grau-Carles(2000)등]은 앞의 Hurst지수를 이용하여 연구결과들과 같이, 긍정적 및 부정적인 결과들을 제시한다. 그러나, 변동성 차원에서 FIGARCH를 이용한 연구에서는 역시 강한 장기기억속성의 존재를 인정하고 있다[이지현, 김동석과 이회경(2002) 등].

본 연구는 금융시계열자료의 수익률과 변동성 차원에서 장기기억속성의 존재를 실증적으로 확인하는 것이 일차적 목적이다. 즉, 국제시장지수와 개별주식의 수익률과 변동성에 대한 Hurst지수를 각각 측정하고, 이를 근거로 장기기억속성의 존재를 실증적으로 평가하는 것이다. 그런데, 최근까지 장기기억속성이 존재하는지 여부에 대한 연구시도는 있으나, 관찰된 장기기억속성의 가능한 발생원인에 대한 실증적 혹은 이론적 시도는 없었다. 따라서, 본 연구는 관찰된 장기기억속성의 가능한 발생원인을 실증적으로 확인하고자 하며, 이러한 시도는 기존연구와의 대표적인 차별점이자 관련연구분야로의 기여도로 생각된다. 금융시계열에서 다양한 속성을 관찰하고자 재무분야 뿐만 아니라 인접학문분야에서 시도된 연구들로부터 공통적으로 언급되고 있는 대표적인 속성(stylized properties)인 1차 자기상관성, 변동성군집효과, 두꺼운 꼬리 등이 있고, 본 연구는 이들 속성으로부터 장기기억속성의 가능한 발생원인을 실증적으로 탐색하고자 한다. 이를 위하여, 각각의 속성을 반영한 대표적인 모형들을 통제모형(filtered model)으로 설정하고, 통제모형으로부터 추출된 잔차 시계열자료(filtered time-series)를 이용하여 동일한 장기기억속성의 존재를 확인하는 것이다. 즉, 통제전후의 검증결과간에 의미 있는 차이가 있는지 여부를 관찰하는 것이다. 만약, 의미 있는 차이가 관찰된다면, 검증에 이용된 통제모형이 반영하고 있는 금융시계열의 속성이 장기기억속성의 가능한 발생원인이 될 수 있다는 것을 추론할 수 있다.

### Ⅲ. 실증설계

#### 3.1. 검증자료

본 연구는 장기기억속성에 관한 연구를 수행하기 위하여 실제자료와 이론자료를 모두 이용한다. 먼저, 실제자료는 <표 3.1>에 제시되었듯이, 24개국 국제주식시장지수와 한국주식시장 종합주가지수(KOSPI)를 구성하는 430개 개별주식자료이다. 그리고, 표에 제시된 국제주식시장지수는 각각의 시작일로부터 2005년 11월 30일까지의 일별자료를 분석에 이용하였고, 개별주식은 한국주식시장의 KOSPI에 포함된 종목들로 1993년 5월부터 2003년 5월까지의 일별자료를 이용하였다. 이와 같이 다양한 금융시계열자료를 이용하여 장기기억속성을 관찰함으로써 보다 신뢰할 수 있는 검증결과를 확인할 수 있을 것이다.

<표 3.1> 분석에 이용된 국제시장지수 및 개별주식 자료

Americas		Pacific and Asia		Europe	
01	Argentina/MerVal 1996.10.08 ~	07	Australia/All Ordinaries 1995.01.03 ~	16	Austria/ATX 1995.01.02 ~
02	Canada/TSX 2000.01.03 ~	08	Hongkong/Han Seng 1995.01.03 ~	17	Belgium/BEL20 1995.01.03 ~
03	Mexico/MXX 1995.01.03 ~	09	India/BSE30 1997.07.01 ~	18	France/CAC40 1995.01.03 ~
04	USA/Dow 1995.01.03 ~	10	Indonesia/Jakarta Composite 1997.07.01 ~	19	Germany/DAX 1995.01.02 ~
05	USA/NASDAQ 1995.01.03 ~	11	Malaysia/KLSE Composite 1995.01.03 ~	20	Norway/OSE All Share 2001.02.07 ~
06	USA/S&P500 1995.01.03 ~	12	Japan/Nikkei225 1995.01.04 ~	21	Italy/MIBTel 2000.01.03 ~
		13	Singapore/Straits Times 1995.01.03 ~	22	Sweden/Stockholm General 2001.01.08 ~
		14	Korea/KOSPI 1995.01.03 ~	23	Switzerland/Swiss Market 1995.01.03 ~
		15	Taiwan/Taiwan Weighted 1997.07.02 ~	24	UK/FTSE100 1995.01.03 ~
KOSPI 구성주식		430개 개별주식자료 [ 1993.04 ~ 2003.05 ]			

다음으로, 이론자료는 Mandelbrot et al.(1968)에 의하여 제안된 FBM(fractional brownian motion)방법을 활용하여 생성된 것이다. 본 연구에서 이론자료를 검증과정에 포함한 이유는 실제자료를 이용한 결과와의 비교를 위해서 이다. 즉, 무작위과정을 따르는 시계열자료에 특정의 시간속성을 갖는 이론자료를 생성한 후에 Hurst지수를 측정하고, 그 결과를 앞의 <표 3.1>의 자료를 이용하여 관찰된 검증결과와 비교하는 것이다. 차이가 존재한다면, 이론자료에는 포함되지 않는 다른 속성이 존재할 수 있다는 것을 추론할 수 있게 된다. 이와 같은 검증목적을 위하여, 본 연구는 FBM방법에 의한 이론자료를 생성을 이용하고, 해당 방법의 일반적 형태는 다음과 같이 정의된다.

$$B_H(t) = \frac{1}{\Gamma(H+1/2)} \int_0^t (t-t')^{H-1/2} dB(t) \quad (1)$$

여기서,

$\Gamma$  : 감마함수(gamma function)

$H$  : Hurst지수  $0 < H < 1$

FBM의 평균 :  $\langle B_H(t) - B_H(0) \rangle = 0$

FBM의 분산 :  $\langle [B_H(t) - B_H(t_0)]^2 \rangle \sim |T - T_0|^{2H}$

FBM의 상관성 :  $C(t) = [\langle B_H(-t)B_H(t) \rangle] / \langle B_H(t)^2 \rangle = 2^{2H-1} - 1$

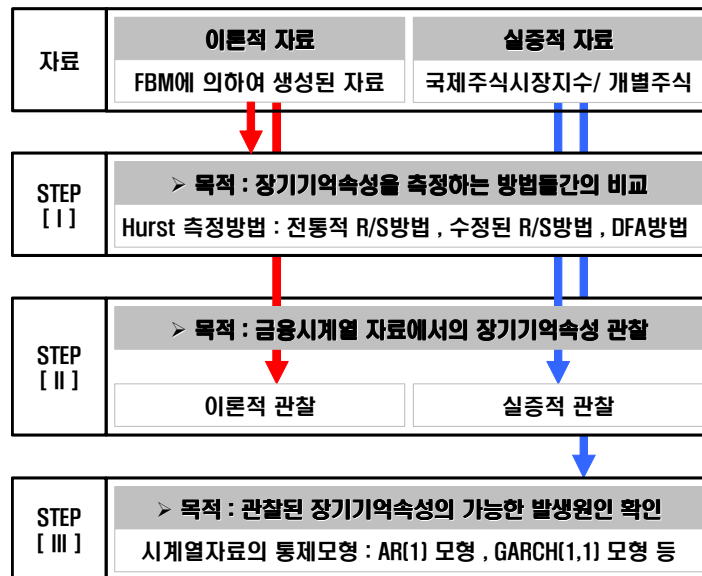
상기의 식에서 모수(parameter)인 Hurst지수( $H$ )에 특정한 값을 대입하여, 무작위적 시계열자료에 특정의 기억속성(memory properties, time properties)을 갖는 이론자료를 생성하는 것이다. 여기서 Hurst지수는  $0.0 \leq H \leq 1.0$ 의 범위에 존재한다. 즉,  $H=0.5$ 인 경우는 검

증자료가 무작위 과정(standard brownian motion)을 따르고 기억속성이 없는 것으로 평가하고,  $0.0 \leq H < 0.5$ 의 범위에 속하는 경우는 단기기억속성(short memory)을 갖는 것으로,  $0.5 < H \leq 1.0$ 의 범위에 속하는 경우는 장기기억속성(long memory)을 갖는 것으로 평가한다. 따라서, 본 연구는  $0.0 \leq H \leq 1.0$ 의 범위에 속하는 다양한 속성을 갖는 이론적 자료를 FBM을 통하여 생성한 후에 활용한다.

### 3.2. 검증과정

본 연구는 금융시계열자료에서 장기기억속성을 관찰할 수 있는지, 그리고 관찰된 장기기억속성의 가능한 발생원인은 무엇인지를 실증적으로 검증하는 것이 목적이다. 이와 같은 연구목적을 수행하기 위하여 설정한 주요 검증단계를 [그림 3.1]에 정리하였다.

[그림 3.1] 금융시계열의 장기기억속성 및 그 발생원인을 검증하기 위한 개념적 흐름도



즉, 주요 검증단계는 3가지로 구분된다. 첫번째 검증과정은 장기기억속성의 계량적 측정치인 Hurst지수를 산출하는 방법들간의 비교 및 선택단계, 두번째 검증과정은 장기기억속성의 존재를 이론자료 및 실제자료를 이용하여 각각 확인하고, 또한 각각을 비교·평가하는 단계, 세번째 검증과정은 관찰된 장기기억속성의 가능한 발생원인을 통제모형을 통하여 실증적으로 추론하는 단계이다.

그리고, 본 연구에서는 수익률과 변동성 각각에 대한 장기기억속성의 검증을 실시한다. 먼저, 수익률은 로그-차분(log difference,  $R_{j,t} = \ln(P_{j,t+1}) - \ln(P_{j,t})$ )방식에 의하여 시장지수와

개별주식에 대하여 적용한다. 그리고, 수익률의 절대값( $|R_{j,t}|$ )과 제곱값( $R_{j,t}^2$ )을 각각 변동성의 대용변수(proxy)로 활용한다. 이들을 변동성의 대용변수로 활용하는 것은 기존 재무분야에서도 이미 사용하고 있고, 또한 다른 관점은 수익률을 크기시계열(magnitude series)과 방향시계열(directional series)로 분해한다는 점에 있다. 즉, 수익률의 변화는 변화크기(magnitude,  $|R_{j,t}|$ )와 변화방향(direction,  $Sign_{j,t}$ )으로 구성되고, 이를 식으로 확인이 가능하다( $R_{j,t}=|R_{j,t}| \times Sign_{j,t}$ ). 따라서, 본 연구는 변동성에 대한 장기기억속성을 검증할 때, 수익률의 절대값( $|R|$ )과 수익률의 제곱값( $R^2$ )을 모두 이용함으로써, 각각의 관찰된 결과에 대한 상호비교 및 신뢰성을 제공할 수 있을 것이다.

## IV. 검증결과

본 장에서는 앞의 III장에서 설정된 검증과정에 따라 관찰된 검증결과를 단계적으로 제시한다. 첫째, Hurst지수를 산출하는 측정방법간의 비교결과, 둘째, 이론자료에 근거한 장기기억속성의 검증결과, 셋째, 실제자료에 근거한 장기기억속성의 검증결과, 마지막으로, 관찰된 장기기억속성의 가능한 발생원인에 대한 검증결과이다. 각각에 대하여 살펴보자.

### 4.1. 장기기억속성의 측정방법간의 비교결과

관련연구에서 금융시계열로부터 장기기억속성의 존재를 관찰하는 방법들은 다양하게 제안 및 활용되고 있지만, 본 연구는 앞에서도 언급하였듯이 장기기억속성의 측정치인 Hurst지수를 이용한다. 그리고, 설정된 검증과정에 적용될 Hurst지수 측정방법을 선택하기 위하여, 기존연구에서 이용된 전통적 R/S방법, 수정된 R/S방법, DFA방법을 비교·관찰한다.

먼저, 전통적 R/S방법의 Hurst지수 산출과정을 살펴보면 다음과 같다. 우선, 시계열자료를 특정길이(window size,  $n$ )의 하위구간( $d$ )으로 구분한다. 구분된 하위구간( $m=1,2,\dots,d$ )에 대하여 각각의 평균( $E_m$ )과 표준편차( $S_m$ )를 산출하고, 평균조정자료를 누적한 시계열( $Y_{i,m} = \sum_{j=1}^i X_{j,m}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ )을 이용하여, 범위( $R_m = \max[Y_{1,m}, \dots, Y_{n,m}] - \min[Y_{1,m}, \dots, Y_{n,m}]$ )를 찾고, 표준편차( $S_m$ )로 재구성범위(rescaled range,  $R_m/S_m$ )을 산출한다.

$$(R/S)_n = \frac{1}{d} \sum_{m=1}^d \frac{R_m}{S_m} \quad (3a)$$

$$(R/S)_n \approx cn^H \quad (3b)$$

$$\text{Log}(R/S)_n = \text{Log}(c) + H\text{Log}(n) \quad (3c)$$



즉, 상기의 식에서, 특정길이( $n$ )를 갖는 모든 하위구간에 대하여 (식 3a)와 같이 재구성범위의 평균값을 계산한다. 그리고, (식 3b)의 R/S통계량을 단순선형회귀식인 (식 3c)에 의하여 Hurst지수를 산출하는 것이다.

그러나, 전통적 R/S방법에 의한 Hurst지수의 산출은 시계열자료가 갖는 단기기역속성을 왜곡할 수 있다는 지적에 따라 이를 개선하기 위하여 Lo(1991)에 의하여 수정된 R/S방법이 제안되었다. 수정된 R/S방법의 전체적 산출과정은 전통적 R/S방법과 유사하며, 차이점은 범위( $R_m$ )를 재구성하기 위하여 사용되는 표준편차( $S_m$ )의 산출방식에 있다.

$$\begin{aligned} \widehat{S}_n^2 &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2 + \frac{2}{n} \sum_{j=1}^q \omega_j(q) \left[ \sum_{i=j+1}^n (X_i - \bar{X}_n)(X_{i-j} - \bar{X}_n) \right] \\ &= \widehat{S}_x^2 + 2 \sum_{j=1}^q \omega_j(q) \widehat{\gamma}_j \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $\widehat{\gamma}_j$  :  $X$ 의 자기공분산 추정치(autocovariance estimator)  
 $\omega_j(q)$  : 가중치(weight),  $\omega_j(q) = 1 - [j/(q+1)]$ ,  $q < n$

다음으로, Peng et al.(1994)에 의하여 제안된 DFA방법에 의하여 Hurst지수를 측정하는 것이다. Weron(2002)의 연구에 의하면, DFA방법에 의하여 산출된 Hurst지수는 다른 방법에 의하여 생성된 Hurst지수에 비하여 보다 안정적이고 정교하다고 한다. DFA방법에 의한 Hurst지수 산출식은 다음과 같다.

$$F(Y, \tau) = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{t \in \tau} [Y(t) - Z(t)]^2} \quad (5a)$$

$$F(\tau) = c \tau^H \quad (5b)$$

여기서,  $\tau$  : 일정한 자료를 포함하고 있는 겹치지 않는 window크기

$Y(t)$  : 수익률을 평균에 의하여 조종한 후 누적한 자료(integrated time series),

$$[ Y(t) = \sum_{j=1}^t [R(j) - \bar{R}] ]$$

$Z(t)$  : 전체기간에 있어서,  $\tau$ 크기의 window내에서 관찰되는 국지적 추세(local trend)를 통제한 자료의 집합 [  $R(\tau)^* = R(\tau) - \widehat{R}(\tau)$  ]

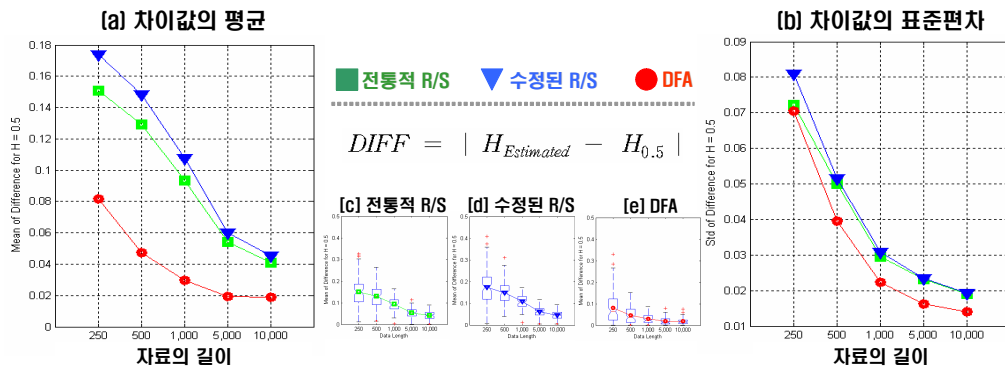
$R(\tau)$  :  $\tau$ 크기의 window내 수익률

$\widehat{R}(\tau)$  :  $\tau$ 크기의 window내 수익률에 의하여 추정된 추세선상의 추정수익률  
 [추세기울기는 2차식(polynomial method)에 의한 추정]

본 연구는 실증적으로 언급된 3가지 Hurst지수를 측정하는 방법들간의 비교를 하였다. 비교방법은 이론적으로 무작위과정(random walk,  $H=0.5$ )을 따르는 자료를 생성한 후에 생성된 자료를 각각의 Hurst지수 측정방법에 적용하였을 때, 과연 어느 정도 근사적으로 무작위과정( $H=0.5$ )을 따른다는 결과를 도출할 수 있는지를 평가하는 것이다. 물론, 무작위과정을 따르는 이론자료는 앞의 III장에서 언급된 FBM방법의 (식 1)에서 모수인  $H$ 에 '0.5'를 대입함으로써 생성하는 것이다. 관찰결과는 [그림 4.1]에 제시하였다. 그림에, 횡축은 분석대상 자료의 길이가 각각 250개, 500개, 1,000개, 5,000개, 10,000개인 경우로 구분한 것이고,

각 자료길이별로 FBM방법으로 100개씩 생성하여 3가지 측정방법에 각각 적용한 것이다 [그림(c)~(e)]. 종축에 제시된 차이값(difference value)은 각 측정방법별로 산출된 Hurst지수에  $H=0.5$ 를 차감한 값의 절대값이고  $|H_{\text{측정방법}} - 0.5|$ , 그림(a)는 그 차이값의 평균을, 그림(b)는 표준편차를 나타낸다. 측정방법별 Hurst지수는 전통적 R/S방법의 경우에 박스(□) 모양으로, 수정된 R/S방법은 삼각형(▽) 모양으로, DFA방법은 원(○) 모양으로 표시하였다.

[그림 4.1] Hurst지수의 측정방법간 비교 결과



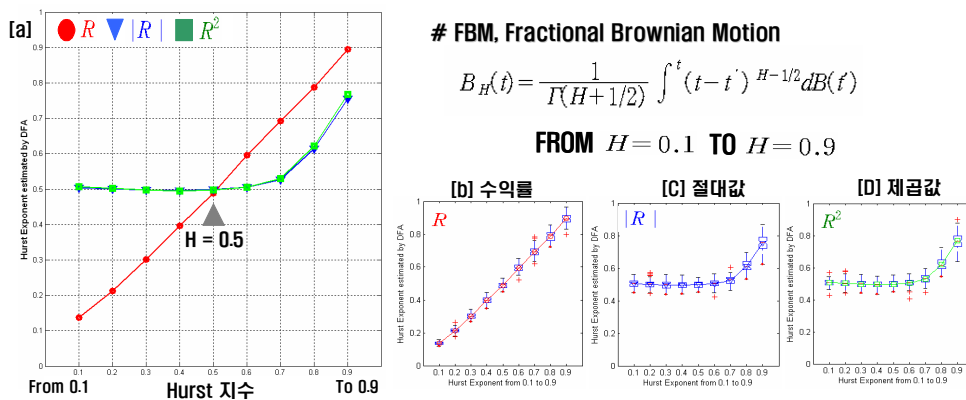
그림에서, DFA방법에 의하여 측정된 Hurst지수가 다른 측정방법에 비하여 보다 나은 방법이라는 것을 확인할 수 있다. 구체적으로 정리하면, 첫째, 자료길이에 관계없이 DFA방법에 의하여 측정된 Hurst지수가 다른 측정방법에 비하여 안정적으로 Hurst지수를 산출한다는 것이다. 즉, FBM에서  $H=0.5$ 를 갖는 자료를 생성한 후에 각 방법별로 측정된 Hurst지수와 비교하였을 때, 가장 작은 차이값을 갖고 가장 좁은 변화폭을 갖는 것이 DFA에 의하여 측정된 Hurst지수이다. 둘째, 자료길이가 길어질수록 더욱 안정적이고 정교한 Hurst지수를 산출한다는 것이다. 즉, 자료길이가 250개에서 10,000개로 증가할수록 모든 측정방법들의 차이값은 작아지고 변화폭도 좁아진다. 이상의 검증결과에 근거하여, 본 연구는 이후 검증과정에 Peng et al(1994)에 의하여 제안된 DFA방법을 이용하여 장기기억속성을 검증한다.

#### 4.2. 이론자료를 이용한 장기기억속성의 검증결과

본 절에서는 무작위과정을 따르는 자료에 특성의 시간속성(memory properties)을 갖도록 이론자료를 생성하고, 생성된 자료를 수익률과 변동성으로 변환한 후에 각각의 자료를 이용하여 DFA방법으로 Hurst지수를 검증한 결과를 제시한다. 이와 같은 검증과정이 필요한 이유는 실제자료(actual data)를 이용하여 관찰된 결과와의 비교를 위해서이다. 만약, 차이점이 존재한다면, 이론자료에는 포함되지 않은 속성이 실제자료에는 포함되어 있다는 것을 실증적으로 추론할 수 있기 때문이다. 그리고, 여기서 언급한 특성의 시간속성이라는 것은,

FBM방법에서 모수인 Hurst지수( $H$ )를  $0.0 \leq H \leq 1.0$ 의 범위에서 변화시키면서 자료를 생성한다는 것으로, 결국 생성된 각각의 자료는 상이한 시간속성을 갖게 된다. 그리고, 변동성은 앞의 III장에서 언급하였듯이 수익률의 절대값( $|R|$ )과 제곱값( $R^2$ )으로 측정하였다. 검증결과는 [그림 4.2]에 제시하였다. 그림에서 횡축은 FBM방법에 의하여 최소 0.1에서 최대 0.9까지 입력한 각각의 Hurst지수를 구분한 것이고, 종축은 각각의 이론자료를 DFA방법으로 측정한 Hurst지수를 나타낸다. 측정된 Hurst지수는 수익률과 변동성으로 구분하였다. 즉, 수익률( $R$ )의 Hurst지수는 원( $\circ$ )모양으로, 수익률의 절대값( $|R|$ )은 삼각형( $\nabla$ ), 제곱값( $R^2$ )은 박스( $\square$ ) 모양으로 표시하였다. 그리고, 관찰결과의 신뢰성을 확보하기 위하여, 본 연구는 각 Hurst지수별로 10,000개의 길이를 갖는 이론자료를 100번씩 생성·이용하여 검증하였고[그림(b)~그림(d)], 각 결과의 평균값을 그림(a)에 제시하였다.

[그림 4.2] 이론자료를 이용한 장기기억속성에 관한 검증결과

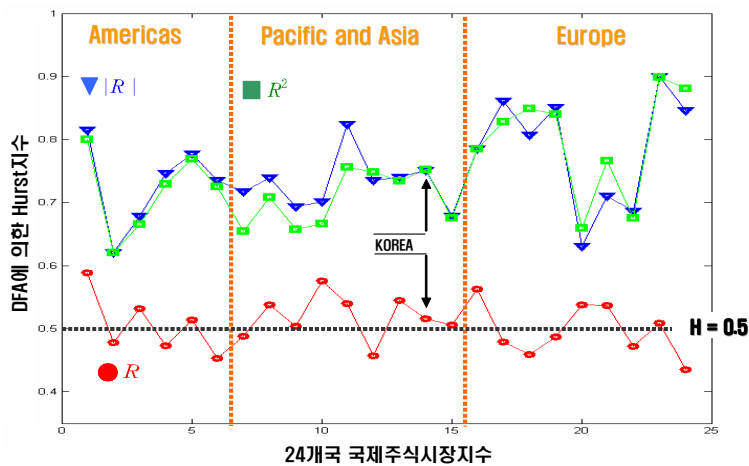


그림에서 수익률( $R$ )을 DFA방법으로 측정한 Hurst지수는 FBM에서 이론자료를 생성하기 위하여 대입한 각 Hurst지수에 큰 차이가 없는 결과를 나타내지만, 변동성 측정치인 절대값( $|R|$ )과 제곱값( $R^2$ )은  $H=0.5$ 를 기준으로 대조적인 형태를 갖는다. 즉,  $H=0.5$ 보다 적은 범위( $0.0 \leq H < 0.5$ )에서는 절대값( $|R|$ )과 제곱값( $R^2$ )에 대하여 측정된 Hurst지수는 FBM에 대입된 Hurst지수의 값에 관계없이 거의  $H=0.5$ 수준인데, 큰 범위( $0.5 < H \leq 1.0$ )에서는 횡축의 Hurst지수가 증가함에 따라 측정된 Hurst지수도 상승 추세를 갖고, 장기기억속성을 나타낸다. 그러나, 수익률( $R$ )에 대하여 측정된 Hurst지수에 비하여 절대값( $|R|$ )과 제곱값( $R^2$ )에 대하여 측정된 Hurst지수가 낮은 값을 갖는다.

### 4.3. 실제자료를 이용한 장기기억속성의 검증결과

본 절에서는 <표 3.1>에 제시한 24개 국제시장지수와 KOSPI에 포함되어 있는 430개 개별 주식의 각 자료를 이용하여 장기기억속성의 존재를 관찰한 결과를 [그림 4.3]과 [그림 4.4]에 제시하였다. 먼저, [그림 4.3]에서 24개 국제주식시장지수를 이용하여 DFA방법으로 측정된 Hurst지수의 검증결과를 살펴보자. 그림에서 횡축은 24개국 국제시장지수를, 종축은 각각에 대하여 DFA방법으로 측정된 Hurst지수를 나타낸다. 그리고, 국제시장지수의 수익률( $R$ )을 이용하여 측정된 Hurst지수는 원( $\circ$ ) 모양으로, 절대값( $|R|$ )은 삼각형( $\nabla$ ) 모양으로, 제곱값( $R^2$ )은 박스( $\square$ ) 모양으로 표시하였다.

[그림 4.3] 국제주식시장지수를 이용한 장기기억속성의 검증결과

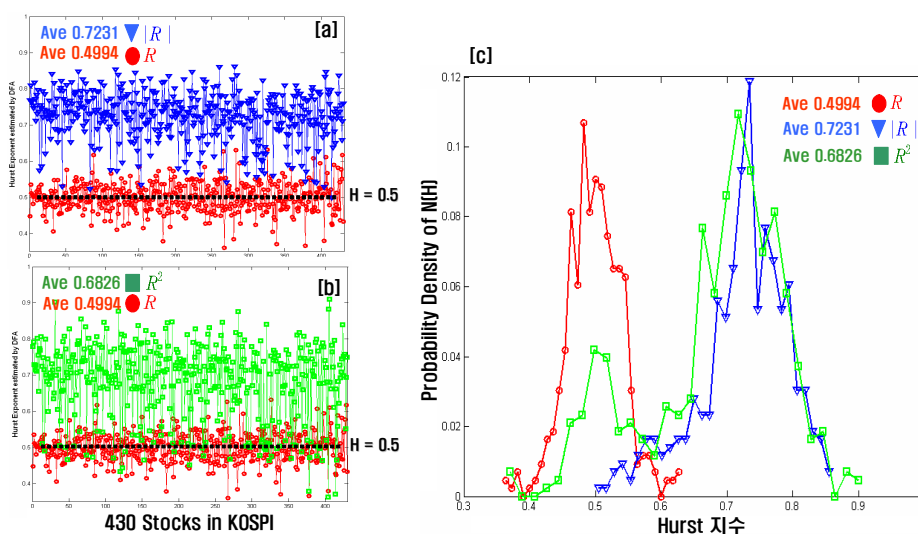


검증된 결과에 의하면, 수익률( $R$ )의 Hurst지수는 평균적으로  $H=0.51$ [최대 0.59, 최소 0.44]을 가짐에 따라 의미 있는 장기기억속성이 존재한다고 보기 어렵지만, 변동성 측정치인 절대값( $|R|$ )과 제곱값( $R^2$ )에서는 평균적으로 각각  $H=0.75$ [최대 0.90, 최소 0.62]와  $H=0.74$ [최대 0.90, 최소 0.62]를 가짐에 따라 강한 장기기억속성의 존재를 확인할 수 있다. 흥미로운 점은 앞의 이론자료를 이용한 [그림 4.2]의 검증결과와 비교하였을 때 발견할 수 있다. 이론자료를 이용한 경우에는 절대값( $|R|$ )과 제곱값( $R^2$ )이 수익률( $R$ )보다는 낮은 수준에서 위치하지만, 국제시장지수를 이용한 [그림 4.3]의 검증결과에서는 반대로 높은 수준에 위치하고 그 차이정도도 크다.

다음으로, 한국주식시장의 종합주가지수(KOSPI)에 포함되어 있는 430개 개별주식을 이용하여 Hurst지수를 측정된 [그림 4.4]의 검증결과를 살펴보자. 그림에서, 횡축은 430개 개별주식을, 종축은 DFA방법에 의하여 측정된 Hurst지수를 나타낸다. 개별주식의 수익률( $R$ )로

측정된 Hurst지수는 원(○) 모양으로, 절대값( $|R|$ )은 삼각형(▽) 모양으로, 제곱값( $R^2$ )은 박스(□) 모양으로 표시하였다. 그리고, 430개 개별주식의 수익률과 변동성에 대한 각각의 Hurst지수 결과는 [그림 a, 수익률( $R$ )과 절대값( $|R|$ )]와 [그림 b, 수익률( $R$ )과 제곱값( $R^2$ )]에 비교·제시하였다. [그림 c]는 [a]와 [b]에서 수익률( $R$ ), 절대값( $|R|$ ), 제곱값( $R^2$ )에 대하여 각각 측정된 개별주식별 Hurst지수의 빈도를 확률밀도함수로 표시한 것이다.

[그림 4.4] KOSPI에 포함된 개별주식을 이용한 장기기억속성의 검증결과



검증결과는 앞의 국제시장지수를 이용한 [그림 4.3]과 매우 유사하다는 것을 알 수 있다. 즉, 430개 개별주식 각각의 수익률( $R$ )로 측정된 Hurst지수는 평균적으로  $H=0.5$ 의 값을 갖는 반면에, 절대값( $|R|$ )과 제곱값( $R^2$ )으로 측정된 Hurst지수는 평균적으로 각각  $H=0.72$ 와  $H=0.68$ 를 갖는다. 따라서, 수익률( $R$ )에서는 의미 있는 장기기억속성의 존재를 확인하기 어렵지만, 변동성( $|R|, R^2$ )에 있어서는 강한 장기기억속성을 발견할 수 있다. 이러한 점은 430개 개별주식의 수익률( $R$ )과 변동성( $|R|, R^2$ )에 대한 각각의 Hurst지수를 확률밀도함수로 나타낸 [그림 c]에서 뚜렷하게 관찰할 수 있다.

이상의 검증결과를 요약하면, 금융시계열자료에 있어서 수익률로부터는 의미 있는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 없었지만, 변동성으로부터는 강한 장기기억속성의 존재를 관찰할 수 있었다. 그리고, 이론자료의 검증결과와 비하여, 실제자료를 이용한 수익률과 변동성에서 각각 측정된 Hurst지수간의 큰 차이는 변동성에 이론자료에서와 같이 시간속성이외에 다른 속성의 포함가능성을 추론케 한다. 따라서, 다음절에서 이러한 가능한 발생원인을 실증적으로 확인한 검증결과를 제시한다.

#### 4.4. 장기기억속성의 가능한 발생원인

금융시계열자료의 속성을 관찰하고자 시도된 재무분야 뿐만 아니라 인접학문분야에서의 연구들은 일반적으로 1차 자기상관성(autocorrelation), 변동성군집효과(volatility clustering), 분포의 두꺼운 꼬리(heavy tail) 등을 대표적인 속성(stylized properties)으로 언급하고 있다. 그리고, 관찰된 속성들을 반영하고자 하는 모형들이 이미 재무분야에서 활용되고 있다. 대표적으로 ARIMA모형은 수익률 차원에서 단기속성을 반영한 대표적인 형태이고, GARCH 모형은 변동성 차원에서 변동성 군집속성을 반영한 대표적인 형태로 인정된다.

따라서, 본 연구는 앞에서 관찰된 이론자료와 실제자료간의 차이, 변동성에서의 강한 장기기억속성 등의 가능한 발생원인을 언급된 속성(stylized properties)에서 실증적으로 찾고자 하며, 이를 확인하기 위하여 각각의 속성을 고려한 통제모형(filtering model)을 활용하고자 한다. 만약, 앞에서 통제하지 않은 자료를 이용한 검증결과와 본 절의 통제된 자료를 이용한 검증결과간에 의미 있는 차이가 관찰된다면, 특히 통제된 자료로부터 장기기억속성을 더 이상 관찰할 수 없다면, 해당 통제모형이 고려하는 시계열 속성이 장기기억속성의 존재에 영향을 미치는 가능한 발생원인임을 추론케 할 수 있을 것이다. 본 연구에서 금융시계열자료의 언급된 대표적 속성인 두꺼운 꼬리, 자기상관성, 변동성군집 등을 통제하기 위하여 다음과 같은 각각의 검증과정을 적용하였다.

첫째, 금융시계열에서 관찰되는 분포의 두꺼운 꼬리 속성을 통제하기 위하여, 최근 재무분야에서 이루어지는 극단치이론(extreme value theory)에서의 POT(peak-of-threshold)방법을 적용하였다. 즉, 수익률( $R$ )의 절대값에 대한 상위 일정비율(0.5%)을 제거하고, 제거된 각 시점의 자료들은 보간법(interpolation)에 의하여 보완한 통제자료를 산출한다. 그리고, 통제자료의 수익률( $R$ )과 변동성( $|R|, R^2$ )을 앞의 검증과정과 동일하게 적용한다.

둘째, 금융시계열에서 널리 관찰되는 자기상관성 속성을 통제하기 위하여, 재무분야에서 보편적으로 이용되는 AR(1)모형을 통제모형(filtering model)으로 이용하였다. 즉, 1차 자기상관성을 고려한 AR(1)모형으로부터 잔차수익률( $\varepsilon_{k,t}^*$ )을 생성한 후에 이를 통제자료로 하여 수익률과 변동성에서의 장기기억속성을 관찰하는 것이다.

$$R_{k,t} = c + \alpha_k R_{k,t-1} + \varepsilon_{k,t} \quad (6)$$

여기서,  $R_{k,t}$ ,  $R_{k,t-1}$  : 수익률

$k$  : 실제 금융시계열자료로, 국제시장지수와 개별주식을 모두 포함

$\varepsilon_{k,t}^*$  :  $\varepsilon_{k,t}$  : Innovation

셋째, 금융시계열의 변동성에서 일반적으로 관찰되는 변동성군집 속성을 통제하기 위하

여, Bolleslev(1986)에 의하여 제안된 GARCH(1,1)모형을 이용하였다. 즉, GARCH(p,q)모형은 조건부 분산( $\sigma_{k,t}^2$ )은 시차를 갖는 오차항의 제곱( $\varepsilon_{i-p}^2$ )과 조건부분산( $\sigma_{k-q}^2$ )에 의하여 설명될 수 있다는 것으로, 본 연구에서는 GARCH(1,1)모형을 이용하여 생성된 잔차수익률( $\varepsilon_{k,t}^*$ )을 통제자료로 하여 수익률과 변동성에 대한 장기기억속성을 검증한다. 즉,

$$R_{k,t} = c + \varepsilon_{k,t} \quad (7a)$$

$$\sigma_{k,t}^2 = d + \beta_k \sigma_{k,t-1}^2 + \gamma_k \varepsilon_{k,t-1}^2 \quad (7b)$$

여기서,  $d > 0$  ;  $\beta_k \geq 0$  ;  $\gamma_k \geq 0$  ;  $\sum_k \beta_k + \sum_k \gamma_k < 1.0$

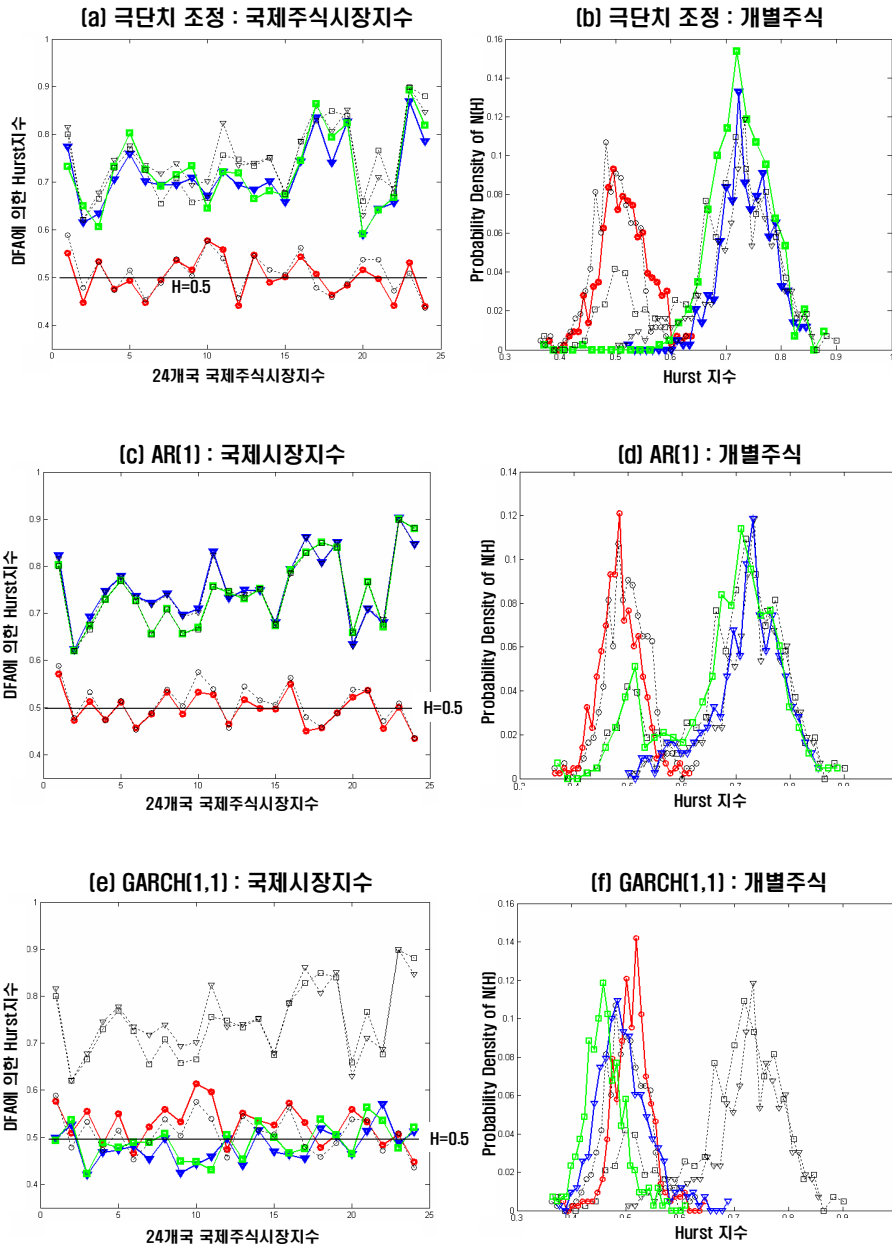
$k$  : 실제 금융시계열자료로, 국제시장지수와 개별주식을 모두 포함

$\varepsilon_{k,t}^* = \varepsilon_{k,t} / \sigma_{k,t}^*$  : Innovation [  $\sigma_{k,t}^*$  : 표준화된 표준편차 ]

이상의 금융시계열에서 일반적으로 관찰되는 대표적인 속성을 통제된 자료의 수익률( $R^*$ )과 변동성( $|R^*|$ ,  $(R^*)^2$ )에 대한 장기기억속성을 검증한 결과를 [그림 4.5]에 제시하였다. 그림에서 이용된 통제모형(filtering model)으로 구분하면, (그림 a)와 (그림 b)는 극단치를 제거 및 조정된 자료의 수익률( $R^*$ )과 변동성( $|R^*|$ ,  $(R^*)^2$ )에 대한 검증결과를, (그림 c)와 (그림 d)는 AR(1)모형을 통제모형으로 생성된 자료에 대한 검증결과를, (그림 e)와 (그림 f)는 GARCH(1,1)모형을 통제모형으로 생성된 자료에 대한 검증결과를 각각 나타낸다. 그리고, 자료종류로 구분하면, (그림 a), (그림 c), (그림 e)는 24개 국제시장지수를 이용한 결과이고, KOSPI에 포함된 430개 개별주식을 이용한 결과는 (그림 b), (그림 d), (그림 f)에 제시하였으며, 앞서와 같이 개별주식에 대하여 측정된 Hurst지수는 빈도에 대한 확률밀도분포로 표시한 것이다. 그리고, 통제모형으로 통제된 자료를 이용한 검증결과는 짙은 실선으로 수익률( $R^*$  '○'모양)과 변동성( $|R^*|$  '▽'모양,  $(R^*)^2$  '□'모양)에 대하여 각각 표시하였고, 앞의 [그림 4.3]과 [그림 4.4]에서 이미 관찰된 통제전인 원자료(raw data)를 이용한 검증결과는 가는 점선으로 수익률( $R$ )과 변동성( $|R|$ ,  $R^2$ )을 동일하게 표시하였다.

검증결과에 의하면, 분포의 두꺼운 꼬리와 자기상관성을 통제된 자료를 이용한 실증결과는 이전의 통제전 자료로부터 관찰된 결과와 의미 있는 차이가 없지만, 반면에 변동성 군집속성을 반영한 GARCH(1,1)을 통제모형으로 생성한 자료로부터는 매우 흥미롭게도 이전에 관찰되었던 변동성에 대한 의미 있는 장기기억속성을 더 이상 관찰할 수 없다. 이러한 실증적 증거에 근거하여, 변동성에서 관찰된 의미 있는 장기기억속성의 존재는 금융시계열에서 일반적으로 관찰되는 변동성군집 속성에 상당부분 기인한다는 것으로 그 가능한 발생원인을 발견할 수 있다. 구체적인 검증결과를 살펴보자.

[그림 4.6] 통제모형(filtering model)으로 통제된 자료를 이용한 검증결과



먼저, 금융시계열 분포의 두꺼운 꼬리 속성을 통제한 [그림 a]와 [그림 b]의 검증결과를 살펴보자. 해당 속성의 통제과정은 극단치이론에서 제안된 POT방법으로, 일정비율(원자료의 절대값에 대한 상위 0.5%) 이상의 극단치를 제거 후에 보간법으로 조정 및 통제된 자료를 이용하여 장기기억속성을 분석한 것이다. 검증결과에 의하면, 통제 전후의 검증결과간에 의미 있는 차이를 확인할 수 없다. 즉, 국제시장지수(개별주식)에 대하여 통제된 수익률( $R^*$ )의 평균적인 Hurst지수는  $0.50(0.5)$ 로 통제전인  $0.51(0.5)$ 과 의미 있는 차이를 확인하기 어



렵고, 또한 국제시장지수(개별주식)의 통제된 절대값( $|R^*|$ )과 제곱값( $(R^*)^2$ )에 대한 Hurst 지수는 각각 0.71과 0.72(0.74와 0.73)로 역시 통제전의 0.75와 0.74(0.72와 0.68)에 의미 있는 차이가 없다. 결국, 극단치를 조정한 후에도 수익률에서는 장기기억속성을 관찰할 수 없고, 변동성에서는 여전히 의미 있는 장기기억속성을 관찰할 수 있다. 따라서, 금융시계열 분포의 두꺼운 꼬리 속성은 실증적으로 장기기억속성의 존재에 대한 가능한 발생원인으로 보기 어렵다.

다음으로, 금융시계열에서 일반적으로 관찰되는 1차 자기상관성을 통제한 [그림 c]와 [그림 d]의 검증결과를 살펴보자. 해당 속성의 통제방법은 앞의 (식 6)에 제시된 AR(1)모형으로부터의 잔차수익률( $\varepsilon_{k,t}^*$ )을 생성하고, 이를 이용하여 장기기억속성을 분석하는 것이다. 검증결과에 의하면, 역시 극단치에 대한 조정결과와 마찬가지로 통제 전후의 검증결과간에 차이가 없다. 즉, 국제시장지수(개별주식)에 대하여 통제된 수익률( $R^*$ )의 평균적인 Hurst지수는 0.50(0.49)로 통제전인 0.51(0.50)과 의미 있는 차이를 확인하기 어렵고, 또한 국제시장지수(개별주식)의 통제된 절대값( $|R^*|$ )과 제곱값( $(R^*)^2$ )에 대한 Hurst지수는 각각 0.75과 0.74(0.72와 0.68)로 역시 통제전의 0.75와 0.74(0.72와 0.68)에 의미 있는 차이가 없다. 결국, 자기상관성을 통제한 경우에도 앞의 관찰 결과와 차이가 없기 때문에, 금융시계열의 자기상관성 속성이 실증적으로 관찰된 장기기억속성의 존재에 대한 가능한 발생원인으로 보기 어렵다.

마지막으로, 금융시계열의 변동성에서 일반적으로 관찰되는 변동성 군집 속성을 통제한 [그림 e]와 [그림 f]의 검증결과를 살펴보자. 해당 속성의 통제방법은 앞의 (식 7)에 제시된 GARCH(1,1)모형으로부터의 잔차수익률( $\varepsilon_{k,t}^*$ )을 생성하고, 이를 이용하여 장기기억속성을 분석하는 것이다. 검증결과에 의하면, 매우 흥미롭게도 통제전 자료와는 달리 통제된 자료에서는 더 이상 의미 있는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 없다. 즉, 국제시장지수(개별주식)에 대하여 통제된 수익률( $R^*$ )의 평균적인 Hurst지수는 0.53(0.51)로 통제전인 0.51(0.50)과 의미 있는 차이를 확인하기 어렵다. 그러나, 국제시장지수(개별주식)의 통제된 절대값( $|R^*|$ )과 제곱값( $(R^*)^2$ )에 대한 Hurst지수는 각각 0.48과 0.49(0.50와 0.46)로 통제전의 0.75와 0.74(0.72와 0.68)에 비하여 매우 낮은 Hurst지수를 갖고, 이는 더 이상 장기기억속성의 존재를 인정할 수 없는 결과이다. 결국, GARCH(1,1)모형에 의하여 통제된 자료의 수익률과 변동성에서는 의미 있는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 없다. 따라서, 금융시계열에서 관찰되는 변동성 군집 속성이 실증적으로 관찰된 장기기억속성의 존재에 대한 가능한 발생원인이라는 것을 추론케 한다.

이상의 검증결과를 요약하면, 금융시계열자료에서 일반적으로 관찰되는 분포의 두꺼운 꼬리, 1차 자기상관성, 변동성 군집 등의 속성을 통제한 자료를 이용하여 수익률과 변동성에

대하여 장기기억속성을 관찰하였다. 변동성에 대한 검증결과에서 매우 흥미로운 점을 발견하였다. 수익률 자료의 검증결과는 통제전후로 의미 있는 차이를 관찰할 수 없었지만, 변동성 자료에 대한 검증결과는 통제전 자료에서 관찰되었듯이 의미 있는 장기기억속성을 더 이상 관찰할 수 없었다. 따라서, 금융시계열자료의 변동성에서 관찰되는 의미 있는 장기기억속성의 존재는 변동성 군집속성에서 그 가능한 발생원인을 실증적으로 찾을 수 있다. 또한, 변동성 군집속성이 앞의 이론자료를 이용한 검증결과[그림 4.2]와 실제자료를 이용한 검증결과[그림 4.3, 4.4]간의 차이를 유발시키는 가능한 원인으로 생각된다.

## V. 결론 및 시사점

본 연구는 금융시계열자료의 수익률과 변동성 차원에서 장기기억속성의 존재를 실증적으로 확인하고자 하였다. 이를 위하여, 시간속성만을 갖는 이론자료, 국제시장지수와 개별주식과 같은 실제자료 등의 다양한 수익률과 변동성을 근거로 DFA방법에 의한 Hurst지수를 각각 측정 및 관찰하였다. 다음으로, 기존연구에서는 시도되지 않은, 관찰된 장기기억속성의 가능한 발생원인을 실증적으로 관찰하고자 하였다. 이를 위하여, 금융시계열에서 일반적으로 관찰된 대표적인 속성(stylized properties)인 1차 자기상관성, 변동성군집효과, 두꺼운 꼬리 등에서 실증적으로 장기기억속성의 가능한 발생원인을 탐색하고자 하였다. 설정된 연구목적에 따라 관찰된 검증결과를 요약정리하면 다음과 같다.

첫째, 금융시계열자료의 수익률과 변동성 차원에서 장기기억속성의 존재를 실증적으로 관찰한 결과에 의하면, 금융시계열의 수익률 자료는 이용된 자료의 종류(국제시장지수와 개별주식)에 관계없이 평균적으로 Hurst지수가  $H \approx 0.5$ 의 수준을 가짐에 따라, 의미 있는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 없었다. 그러나, 변동성 자료로부터는 평균적으로 Hurst지수가  $H \approx 0.7$ 이상의 높은 수준을 나타냄에 따라 강한 장기기억속성의 존재를 관찰할 수 있었다.

둘째, 관찰된 장기기억속성의 가능한 발생원인을 관찰하기 위하여, 발생원인으로 금융시계열자료에서 일반적으로 관찰되는 대표적인 속성인 분포의 두꺼운 꼬리, 1차 자기상관성, 변동성 군집 등의 속성을 설정하였고, 통제모형은 각각의 속성을 반영한 모형을 이용하였다. 관찰된 검증결과에 의하면, 대표적 속성을 통제하기 위하여 극단치의 POT방법, AR(1) 모형, GARCH(1,1) 모형으로 통제한 자료의 수익률로부터의 측정된 Hurst지수는  $H \approx 0.5$ 수준으로 의미 있는 장기기억속성의 존재를 확인할 수 없었다. 그리고, 극단치와 자기상관성을 통제한 자료의 변동성으로부터 측정된 Hurst지수는  $H \approx 0.7$  수준으로 여전히 높은 장기기억속성을 나타내었지만, 그러나, 변동성 군집속성을 반영한 GARCH(1,1) 모형으로 통제된 자료의 변동성으로부터 측정된 Hurst지수는  $H \approx 0.5$ 수준으로 더 이상 장기기억속성의 존재를

관찰할 수 없는 흥미로운 결과를 발견하였다.

이상의 본 연구가 수행한 검증과정에 근거하여, 금융시계열의 수익률 차원에서는 의미 있는 장기기억속성을 관찰하기 어렵지만, 변동성 차원에서는 일관되게 의미 있는 높은 장기기억속성의 존재를 확인할 수 있었고, 또한 이러한 장기기억속성의 존재는 변동성군집 효과에서 가능한 발생원인의 실증적 증거를 발견할 수 있었다. 본 연구의 이러한 검증시도는 기존 연구에서는 이루어지지 않은 장기기억속성의 발생원인을 실증적으로 확인하고자 하였고, 또한 변동성 군집효과에 기인한다는 구체적인 실증적 증거를 제시하였다는 점이 관련연구분야에서 인정받을 수 있는 기여도라고 생각된다. 또한, 본 연구의 검증시도 및 관찰결과에 대한 실천적 입증과정의 필요성이 향후 추가적인 연구과제로 인식된다. 즉, 변동성군집효과가 장기기억속성의 의미 있는 발생원인임을 이론적 모형기반으로 입증하는 과정이 필요하고, 이를 위해서는 우선적으로 금융시계열에서의 변동성군집속성의 정도를 계량적으로 관찰할 수 있는 측정치의 필요성이 제기된다.

## 참고문헌

- 김규영(1996), “주식가격의 장기적 종속성에 관한 연구 : 한국 주식시장에서의 실증분석,” 재무관리연구 제13권 제1호, 101-114.
- 김승환, 엄철준, 오갑진(2004), “한국주식시장의 장기기억상관성 : DFA방법을 중심으로,” 금융공학연구 제3권 제2호, 135-145.
- 류성희, 김양락(1997), “한국주가지수 수익률의 변동특성에 관한 연구 : R/S분석을 중심으로,” 재무관리연구 제14권 제3호, 183-201.
- 백용기(1997), “업종별 주가지수의 카오스 검증 및 비선형예측,” 재무관리연구 제14권 제1호, 171-205.
- 이지현, 김동석, 이회경(2002), “FIGARCH모형을 이용한 주식수익률 변동성의 장기기억에 관한 연구,” 선물연구 제10권 제2호, 95-114.
- 장경천, 김현석(2002), “주식수익률의 카오스적 특성에 관한 실증연구,” 증권학회지 제30집, 99-130.
- 홍정훈(1998), “우리나라 주식수익률에 있어서의 장기적 기억에 관한 연구,” 금융연구 제12권 제2호, 57-76.
- Baillie, R.T.T, T. Bollerslev, and H.O. Mikkelsen(1996), "Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 3-30.
- Bollerslev, T.(1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 307-327.
- Box, G.E.P and D.M. Jenkins(1976), *Time Series Analysis : Forecasting and Control revised ed.*, Holden-Day, San Francisco.

- Cajuerio, D.O. and B.M. Tabak(2004), "Ranking Efficiency for Emerging Equity Market, " *Chaos, Solitons and Fractals* 22, 349-352.
- \_\_\_\_\_ (2005), "Ranking Efficiency for Emerging Equity Market II, " *Chaos, Solitons and Fractals* 23, 671-675.
- Fama, E.F.(1970)., "Efficient Capital Markets : A Review of Theory and Empirical Work," *Journal of Finance*, 383-417.
- GabJin OH, Cheol-Jun EOM, Seunghwan KIM(2006a), " Statistical Properties of the Returns of Stock Prices of International Markets", *Journal of Korean Physics Society*, 48, 197~201.
- \_\_\_\_\_ (2006b), "Long-term memory and Volatility Clustering in Daily and High-frequency price changes", preprint available at physics/0601174v1,
- Granger, C.W.J. and R. Joyeux(1980), "An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing," *Journal of Time Series Analysis*, 15-39.
- Grau-Carles, P(2000), "Empirical Evidence of Long-memory Correlation in Stock Return," *Physica A* 287, 396-404.
- Hurst, H.E.(1951), "Long-term Storage Capacity of Reservoirs," *Transactions of the American Society of Civil Engineering*, 770-799.
- Lo, A.W.(1991), "Long-term Memory in Stock Market Prices," *Journal of Econometrics*, 1279-1313.
- Mandelbrot B.B. and J.W. Van Ness(1968), "Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications," *SIAM. Rev.* 10, 422-437.
- Mantegna, R.N. and H.E. Stanley(1999), *An Introduction to Econophysics : Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Matteo, T.D., T. Aste and M.M. Dacorogna(2005), "Long-term Memories of Developed and Emerging Markets : using the Scaling Analysis to Characterize their Stage of Development," *Journal of Banking and Finance* 29, 827-851.
- Peng, C.K., S. V. Buldyrev, S. Havlin, M.Simons, H. E. Stanley, and A. L. Goldberger(1994), "Mosaic organization of DNA nucleotides", *Phys. Rev. E* 49, 1685-1694.
- Rogério L. Costa, G.L. and Vasconcelos(2003) ,"Long-range correlations and nonstationarity in the Brazilian stock market", *Physica A*, vol 329, 231-248.
- Tomas Lux(2001), "Power laws and long memory", *Quantitative Finance* 1 No 6, 560-562.
- Weron, R.(2002), "Estimating Long-range Dependence : Finite Sample Properties Confidence Intervals," *Physica A*. Vol 32 , 285-299.