주가연계예금(Equity Linked Deposit) 발행가격의 적정성에 대한 실증 연구

구 본 일 (연세대학교)
엄 영 호 (연세대학교)
지 현 준 (연세대학교)

주가연계예금(Equity Linked Deposit) 발행가격의 적정성에 대한 실증 연구

구본일(Bonil Ku)*
엄영호(Youngho Eom)**
지현준(Hyunjun Ji)***

< 요약 >

주가연계예금(Equity Linked Deposit)은 2002년에 처음으로 국내에 소개되었으며 최근에도 활발하게 발행되고 있는 예금상품이다. 주가연계예금의 경우 주식 관련 옵션이 예금에 내재되어 있기 때문에 일반적인 예금과는 다른 성격을 지니게 되며, 주가연계예금에 편입되는 주식관련 옵션의 구조에 따라 가격의 적정성이 결정된다. 국내시장에서 주가연계예금의 발행금액은 2~3년 동안 급격하게 증가하였으나, 이에 비해 주가연계예금에 대한 실증적인 연구는 크게 이루어지지 않고 있다.

이에 본 연구에서는 국내에서 발행된 주가연계예금의 자료를 이용하여 주가연계예금의 발행시점의 이론가격을 추정하여 발행가격의 적정성을 평가해 보고자 한다. 2003년 3월부터 2005년 12월까지 각 은행에서 발행된 주가연계예금 중 국내자산을 기초자산으로 한 상품을 분석대상으로 하였으며, 분석대상의 상품에는 일반 유러피언 옵션뿐만 아니라 베리어옵션(Barrier Option), 디지털 옵션(Digital Option) 등의 이색옵션(Exotic Option)이 내재되어 있다. 주가연계예금에 내재된 옵션을 평가하는 방법으로 이자율이 만기까지 일정하다고 가정하는 블랙-숄즈(Black-Scholes) 모형과 확률적 이자율 모형을 사용하여 이자율 가정에 따른 발행가격과 이론가격의 차이에 대해서 살펴보았다. 그리고, 각 모형하에서 주가연계예금의 구조와 만기 등에 따라 발행시점의 이론가격에 유의적인 차이가 있는지에 대해 알아보았다.

---

*) 연세대학교 경영학과 교수
**) 연세대학교 경영학과 부교수
***) 연세대학교 경영학과 박사과정

본 연구는 서울특별시 전략산업혁신클러스터 육성지원사업과 연세대학교 경영연구소의 지원을 받아 수행되었다.

I. 서론

주가연계예금(Equity Linked Deposit)은 2002년에 처음으로 국내에 소개되었으며 최근에도 활발하게 발행되고 있는 예금상품이다. 주가연계예금은 시중은행에서 정기예금의 형태로 판매되는데, 원금은 예금자보호법에 의해 보장되며 지급이자는 주가지수 혹은 주식가격에 연동되어 결정된다. 주가연계예금이 국내시장에 등장한 이후 국내시장에서의 주가연계예금의 발행금액은 급격하게 증가하였는데, 이는 낮은 이자율 수준이 지속되면서 많은 투자자들이 위험이 따르더라도 일반 정기예금에 비해 높은 수익을 올릴 가능성이 있는 상품인 주가연계예금에 대한 투자비중을 높였기 때문이다.

주가연계예금의 경우에는 기존의 예금과 달리 주식 관련 옵션이 예금에 내재되어 있으며, 내재된 옵션의 가격에 따라 주가연계예금의 적정가격도 달라진다. 일반예금의 경우에는 만기시점에 특정의 이자를 지급하기 때문에 동일한 발행자의 경우 지급이자가 높을수록 높은 가격으로 평가된다. 그러나, 주가연계예금의 경우에는 발행자가 동일하다고 하더라도 발행구조와 발행시점의 시장상황 등에 따라서 상품의 가격에 차이가 발생한다. 이는 주가연계예금에 내재되어 있는 옵션가격이 옵션의 종류 및 발행조건 등에 따라 달라지기 때문이다.

주가연계예금과 비슷한 구조를 가진 상품으로는 주가연계증권(Equity Linked Securities)과 주가연계펀드(Equity Linked Fund)가 있다. 주가연계증권과 주가연계펀드는 지급이자가 주가지수나 주식가격에 연동된다는 점에서 기본적으로 주가연계예금과 같은 구조를 가진다. 그러나, 주가연계예금의 경우에는 예금자보호법에 의해 원금이 보장되는 구조인 반면, 주가연계증권과 주가연계펀드는 구조에 따라서는 원금이 보장되지 않을 수 있고 발행자에 대한 신용위험을 투자자가 부담하게 된다. 그리고, 주가연계예금은 주로 시중은행에 의해서 발행되지만, 주가연계증권과 주가연계펀드의 발행주체는 각각 증권사와 투자신탁회사가 된다. 그리고, 주가연계증권과 주가연계펀드의 경우에는 원금 손실이 발생할 수 있는 구조로 상품을 설계할 수 있기 때문에 원금보장이 되는 주가연계예금에 비해서는 상품의 구조가 다양한 특성을 지닌다.

주가연계상품들은 저금리가 일반화된 선진국에서는 이미 발행되었던 상품들로써, 미국에서는 MICDs(Market-Index Certificates of Deposit), SPIN(S&P500 Indexed Note), LYONS(Liquid Yield Option Notes) 등의 이름으로 판매되었으며 캐나다의 경우에는 1990년대 초반에 최초로 발행되었다. 이러한 주가연계상품들에 대한 연구로는 MICDs에 대한 최초의 연구인 Chance and Broughton(1988)의 연구와 MICDs에 내재된 내재변동성을 이용하여 발행자의 가격정책을 살펴본 Chen and Kensinger(1990)의 연구가 있으며, SPIN을 연구대상으로 하여 이론가격과 시장가격의 차이를 살펴본 Chen and Stephen(1990)의 연구 등이 있다. 그리고, McConnell and Schwartz(1986)은 LYONS를 수치적 방법을 이용하여 평가하였으며, Navas(2001)는 McConnell and Schwartz(1986)의 연구를 확장하여 확률적 이자율 가정에서 수치적 방법을 사용하여 LYONS를 평가하였다. 한편, 캐나다에서 발행된 ILIGICs(Index Linked Guarantee Investment Certificates)에 대해서는 Milevsky and Kim(1997)에 의해 연구가 수행되었는데, 전술한 연구들은 모두 일반 유러피언 옵션(Vanilla European Option)을 대상

으로 하고 있어 이색옵션을 분석한 본 연구와는 차이가 있다. 최근에는 Stoimenov and Wilkens(2005)가 이자율이 일정하다는 가정하에서 독일에서 발행된 주가연계상품의 이론가격과 시장가격의 차이에 대해 연구하였다. 이 연구에서 저자는 발행시점에 주가연계상품의 시장가격이 이론가격에 비해 높게 평가되며, 이러한 고평가 정도는 기초자산이 개별주식이고 이색옵션(Exotic Option)을 내재하는 경우에 더 높음을 보여주었다. 그러나, Stoimenov and Wilkens(2005)의 연구는 고정이자율 가정하에서 분석하고 있으며, 본 연구는 확률적 이자율 가정에서의 분석으로 연구를 확장하였다.

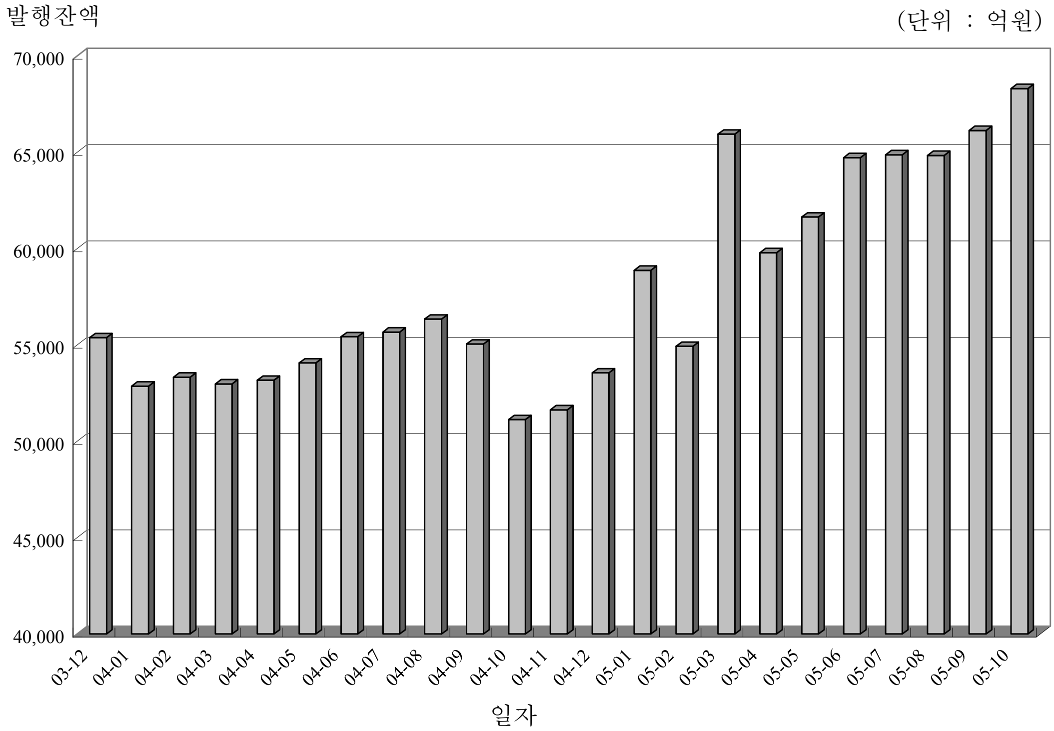
국내에서도 주가연계예금의 발행규모가 지속적으로 증가하고 발행시점의 주가연계예금의 이론가격이 투자의사결정에 있어서 중요한 영향을 미침에도 불구하고, 국내 주가연계예금에 대한 실증적인 연구는 크게 이루어지지 않고 있다. 이에 국내에서 발행된 주가연계예금의 자료를 이용하여 주가연계예금의 발행시점의 이론가격을 추정하고 이를 바탕으로 발행가격의 적정성과 발행구조에 따른 특성을 살펴보고자 한다. 본 연구에서는 일반 유러피언 옵션(Vanilla European Option) 뿐만 아니라 이색옵션(Exotic Option)이 내재된 주가연계예금까지 포함하였으며, 확률적 이자율 가정에서의 옵션 가격평가식에 대한 닫힌 해(Closed Form Solution) 혹은 준 닫힌 해(Semi-closed Form Solution)를 이용하였다. 먼저 2장에서는 국내에 발행된 주가연계예금의 현황과 본 연구의 분석대상에 대해서 살펴보고 3장에서는 연구방법에 대해서 살펴보겠다. 그리고, 4장과 5장에서는 이자율 및 변동성에 대한 가정에 따라 추정된 주가연계예금의 이론가격을 이용하여 그 특성을 분석하도록 하겠다.

II. 국내 주가연계예금의 발행현황 및 연구대상

국내에 주가연계예금이 최초로 등장한 이후 국내에는 많은 주가연계예금이 발행되어 2005년 10월말 기준으로 발행잔액이 약 7조원에 이르고 있으며, 주가연계예금의 구조는 채권과 주가지수 혹은 주식을 기초자산으로 한 옵션이 내재되어 있는 것으로 이해할 수 있다. 따라서, 주가연계예금의 특성을 결정짓는 것은 주가연계예금에 내재되어 있는 옵션이며, 내재옵션에 따라 주가연계예금의 발행구조와 가격이 결정된다. 주가연계예금의 내재옵션은 거래소에서 거래되는 옵션과 달리 만기가 길고 지급구조가 일반 유러피언 옵션과는 다른 성격을 지니고 있다.

2003년 이후 국내에서 발행된 주가연계예금에 내재되어 있는 옵션의 유형은 일반 유러피언 옵션, 베리어 옵션, 디지털 옵션, 레인보우 옵션 등으로 나누어 볼 수 있다. 일반 유러피언 옵션의 경우에는 만기에만 차이가 있을 뿐 거래소에서 거래되는 옵션과 동일한 구조를 가지며, 일반적으로는 일반 유러피언 옵션으로 구성된 옵션 포트폴리오가 사용된다. 가장 대표적인 구조는 콜 불 스프레드(Call Bull Spread) 구조로써 행사가격이 낮은 콜옵션과 행가가격이 높은 콜옵션을 각각 매수/매도하여 만들어진다. 그리고, 누적형 일반유러피언 옵션과 같이 다양한 만기의 일반 유러피언 옵션으로 구성되기도 한다. 베리어 옵션은 주가연계예금에 가장 많이 사용되는 옵션의 종류로써 만기현금흐름이 만기시점의 주가뿐만 아니라 만기시점까지 주가의

<그림 1> 주가연계예금의 발행잔액 추이



최대값 혹은 최소값에 영향을 받는 옵션이다. 주가연계예금에는 Up-and-Out 콜옵션이나 Down-and-Out 풋옵션이 주로 사용되는데, Up-and-Out 콜옵션은 만기시점까지 주가가 미리 정해진 주가수준 이상으로 상승할 경우 만기시점의 주가가 행사가격보다 높더라도 지급액이 0이 되며, Down-and-Out 풋옵션은 만기시점까지 주가가 미리 정해진 주가수준 이하로 한번이라도 하락한 경우 만기주가에 상관없이 지급액이 0이되는 옵션이다. 디지털 옵션의 경우에는 일반 유러피언 옵션과 같이 만기시점의 주가가 행사가격보다 높거나 낮으면 현금흐름이 발생하게 되는 옵션이지만, 지급금액이 주가수준에 상관없이 고정적이라는 점에서 차이점을 갖는다. 마지막으로 최근에 주로 발행되고 있는 레인보우 옵션은 앞에서 설명한 다른 옵션들과 달리 기초자산이 2개 이상인 옵션을 의미한다. 국내에는 2가지 종류의 레인보우 옵션이 주로 발행되었는데, 첫 번째는 2개의 기초자산 중 수익률이 높은 기초자산의 수익률을 기준으로 하여 만기에 현금흐름이 결정되는 옵션이며, 두 번째는 3개의 기초자산이 모두 기준가격 이상인 경우에 고정된 현금흐름을 지급하는 옵션이다.

이와 같은 옵션을 내재한 주가연계예금은 채권과 내재옵션으로 분리될 수 있다. 아래의 <표 1>는 레인보우 옵션과 누적형 일반유러피언 옵션에 대한 발행구조와 이에 대한 구조분해의 예이며, 이외에도 다양한 구조의 주가연계예금[1)]이 발행되고 있다.

---

1) 기타 구조의 주가연계예금의 예제와 구조분해는 부록 참조

<표 1> 주가연계예금의 예 및 구조분해

	레인보우 옵션 내재 유형	누적형 일반유러피언 옵션 내재 유형
만기	6개월	1년
기초자산	KOSPI200 및 삼성전자	KOSPI200
만기 이자	·기초자산 중 높은 수익률을 기준 ·0 ~ 5% : 수익률의 55% 지급 ·5% ~ : 연 5.5% 지급	·월별지수상승률의 합을 만기에 지급 ·월별지수상승률 =min(max(지수상승률*57%/12, 0), 0.95%) * 지수상승률은 발행시점대비 상승률임
구조 분해	·6개월 만기 할인채 ·레인보우콜옵션 매수 ·레인보우콜옵션 매도	·1년 만기 할인채 ·콜 불 스프레드 12개 (만기 : 1 ~ 12개월)

주가연계예금에 내재된 옵션들의 기초자산은 대부분 국내주가지수인 KOSPI200 지수를 기초자산으로 하고 있다. KOSPI200 지수의 경우 거래소 시장에서 선물이나 옵션과 같은 파생상품이 활발하게 거래되므로 유동성이 높은 헤지(Hedge) 수단을 쉽게 찾을 수 있는 장점이 있다. 하지만, 주가연계예금의 발행규모가 커지고 구조가 다양화되면서 기초자산의 종류도 다양

<표 2> 분석 대상 주가연계예금의 특징

내재옵션 유형별 종목수

옵션유형	종목수
일반 유러피언 옵션	85
일반 유러피언 옵션(누적형)	16
베리어 옵션	388
디지털 옵션	41
레인보우 옵션	31
계	537

기초자산에 따른 종목수

기초자산 수	기초자산	종목수
1개	KOSPI200	471
	삼성전자	21
	현대자동차	7
	POSCO	7
2개	KOSPI200-삼성전자	12
	KOSPI200-현대자동차	6
	KOSPI200-POSCO	2
	KOSPI200-SK텔레콤	2
3개	삼성전자-POSCO-현대자동차	7
	삼성전자-POSCO-한국전력	2
계		537

만기에 따른 종목수

만기	종목수
6개월	141
1년	396
계	537

해지고 있다. KOSPI200 지수 이외에 주로 사용되고 있는 기초자산으로는 삼성전자, 현대자동차 등과 같은 시가총액 상위의 국내주식과 해외주가지수인 NIKKEI225 지수 등이 있으며, 최근에는 원/달러 환율이나 해외상품지수와 같이 주식 이외의 기초자산이 편입된 상품들도 등장하고 있다. 한편, 국내에 발행된 주가연계예금의 대부분은 만기가 6개월과 1년이기 때문에 내재옵션의 만기 또한 거래소에서 거래되는 옵션에 비해 긴 특징을 지니게 된다.

본 연구에서는 2003년 3월부터 2005년 12월까지 국내에서 발행된 주가연계예금 중 국내주가지수와 국내주식을 기초자산으로 하는 537개 종목을 분석대상으로 하였다. 기초자산이 환율이나 해외주가지수 및 해외상품지수인 경우에는 해외의 이자율, 환율과 해외지수간의 상관관계 등이 가격에 영향을 미치는 요인으로 작용하게 된다. 본 연구에서는 이러한 요인의 영향을 받지 않는 국내주가지수 및 주식을 기초자산으로 하는 경우로 분석대상을 한정하였다. 그리고, 국내에서는 체계적으로 주가연계예금에 대한 발행정보가 수집·관리되지 않기 때문에 연구에 필요한 발행 자료들은 주로 주가연계예금을 발행하는 개별은행의 인터넷 홈페이지 및 신문자료와 개별적 접촉을 통해 수집하였다. 따라서, 연구에 사용된 자료가 국내에서 발행된 주가연계예금을 모두 포함하고 있지는 않다.

분석대상 종목들을 내재옵션 및 만기, 기초자산별로 살펴보면 <표 2>와 같다. 대상 종목 중 베리어 옵션이 내재된 종목의 수가 70% 이상이었으며, KOSPI200 지수만을 기초자산으로 한 경우가 약 87%를 차지하고 있다. 그리고, 만기는 6개월과 1년이며 1년 만기 종목이 전체의 약 73%를 차지하고 있다.

III. 주가연계예금의 이론가격 평가

주가연계예금은 채권과 내재옵션으로 구성되어 있으므로 채권과 내재옵션에 대한 평가를 통해 주가연계예금의 이론가격을 평가할 수 있다. 3장에서는 본 연구에서 사용한 가정에 따른 평가모형을 살펴보고, 평가에 필요한 자료와 이의 추정방법에 대해서 살펴보도록 하겠다.

1. 내재옵션의 평가모형

내재옵션의 이론가격은 옵션 가격에 영향을 미치는 요인들에 대해 어떠한 가정을 사용하느냐에 따라 달라진다. 가장 기본적으로는 이자율과 변동성이 만기까지 일정하다고 가정하여 옵션의 가격을 평가할 수 있으며, 이는 블랙-숄즈(Black-Scholes)의 옵션가격평가모형이 나온 이후에 가장 많이 사용하고 있는 가정이다. 이 후 이자율과 변동성이 확률적으로 변동한다고 가정하여 옵션가격을 평가하는 모형들이 개발되었다.

본 연구에서는 이자율과 변동성에 대한 가정에 따라 주가연계예금의 고평가 및 저평가 정도가 달라지는지 살펴보기 위해, 변동성은 만기까지 일정하다고 가정하였고 이자율은 만기까지 일정하다는 가정과 확률적으로 변동한다는 가정을 사용하였다.

먼저 이자율이 확률적으로 변동하는 가정에서의 내재옵션의 가격평가모형을 살펴보도록

하겠다. 본 연구에서는 주가와 이자율의 확률과정을 <식 1>과 같이 기하 브라운 운동(Geometric Brownian Motion)과 바지첵(Vasicek) 모형으로 가정하였다. 이 때 바지첵 모형의 모수인 κ는 이자율의 평균회귀(Mean Reversion) 성향을 나타내며, θ와 σ_r은 각각 장기이자율과 이자율의 변동성을 나타낸다.

$$\begin{aligned} dS(t) &= r(t)S(t)dt + \sigma_S S(t)dW^S(t) \\ dr(t) &= \kappa(\theta - r(t))dt + \sigma_r dW^r(t) \\ & \quad where\ dW^S(t)dW^r(t) = \rho dt \end{aligned} \qquad \text{식 (1)}$$

<식 1>과 같이 이자율이 바지첵 모형을 따르는 경우 일반 유러피언 옵션(Vanilla European Option)과 고정 베리어 옵션의 가격평가식은 Rabinovitch(1989)와 구본일, 엄영호, 지현준(2006)의 연구에서 도출되었으며, 디지털 옵션과 레인보우 옵션의 가격평가식은 일반 유러피언 옵션의 가격평가식을 이용하면 쉽게 도출할 수 있다. 구본일, 엄영호, 지현준(2006)의 연구에 따르면 베리어 옵션의 경우 만기가 길고 이자율의 변동성과 상관관계가 큰 경우 이자율 가정에 따라 옵션가격에 차이를 나타냈다. <식 2>은 일반 유러피언 옵션의 가격평가식이며, 블랙-숄즈 모형과 비교하여 변동성과 채권가격이 달라진 것을 알 수 있다.

< 일반 유러피언 옵션평가식>

$$\begin{aligned} C &= S(t)I_1^S - KP(t,T)I_1^T \\ P &= KP(t,T)[1 - I_1^T] - S(t)[1 - I_1^S] \\ & where\ \ I_1^N = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{KP(t,T)}\right) + \eta\frac{\sigma_F(t,T)}{2}}{\sqrt{\sigma_F(t,T)}}\right) \\ & \quad \sigma_F(t,T) = \left(\frac{\sigma_r^2}{\kappa^2} + \sigma_S^2 + \frac{2\rho\sigma_S\sigma_r}{\kappa}\right)(T-t) \\ & \qquad - \left(\frac{2\sigma_r^2}{\kappa^2} + \frac{2\rho\sigma_S\sigma_r}{\kappa}\right)\frac{1 - e^{-\kappa(T-t)}}{\kappa} + \frac{\sigma_r^2}{2\kappa^3}\left(1 - e^{-2\kappa(T-t)}\right) \\ & \quad \eta = \begin{cases} 1 & \text{if } N = S \\ -1 & \text{if } N = T \end{cases},\ \Phi(\cdot):\ \text{누적 표준정규밀도함수} \end{aligned} \qquad \text{식 (2)}$$

한편, 레인보우 옵션의 가격평가식은 <식 3>과 같으며 본 연구에서 사용한 다른 옵션의 가격평가식은 부록에 수록하였다.

확률적 이자율 가정에서의 옵션의 가격평가식을 살펴보면 옵션을 평가하기 위해 이자율 모형의 모수와 이자율과 주가의 상관관계가 필요하며, t시점의 만기 T인 무위험채권의 가격($P(t,T)$)을 계산하기 위한 단기이자율(r_0 : Instantaneous Short Rate)이 필요함을 알 수 있다.

한편, 확률적 이자율 가정은 고정이자율 가정을 포함하므로 고정이자율 모형에서의 가격평

가식은 확률적 이자율 모형에서의 가격평가식으로부터 쉽게 유도할 수 있다. 일반 유러피언 옵션의 경우 확률적 이자율 가정에서의 주가 변동성인 $\sigma_F(t,T)$을 블랙-숄즈 모형에서와 같이 $\sigma_S^2(T-t)$로 변환하고 채권가격을 $e^{-r(T-t)}$로 바꾸면 고정이자율 가정에서의 일반 유러피언 옵션 가격평가식을 얻을 수 있으며, 다른 옵션의 경우에도 동일한 방법으로 평가식을 얻을 수 있다[2].. 이 경우 이자율과 주식의 변동성을 추정하면 내재옵션의 가격을 평가할 수 있다.

< 레인보우 옵션평가식>

$$C = S_1(t)[J_{12}^1 - J_{12}^2] + S_2(t)[J_{21}^1 - J_{21}^2] - KP(t,T)[1 - J_{12}^3]$$

$$P = KP(t,T)[J_{12}^3] - S_1(t)[J_{12}^2] - S_2(t)[J_{21}^2]$$

$$\textit{where}\ \ J_{ij}^1 = \Phi(d_{ij})$$

$$J_{ij}^2 = \Phi_2\left(d_{ij}, -d_i; \frac{\left(\rho_{ij}\sqrt{\sigma_F^j(t,T)} - \sqrt{\sigma_F^i(t,T)}\right)}{\Sigma}\right)$$

$$J_{ij}^3 = \Phi_2\left(-d_i + \sqrt{\sigma_F^i(t,T)}, -d_j + \sqrt{\sigma_F^j(t,T)}; \rho_{ij}\right) \qquad \text{식 (3)}$$

$$d_i = \frac{\ln\left(\dfrac{S_i(t)}{KP(t,T)}\right) + \dfrac{\sigma_F^i(t,T)}{2}}{\sqrt{\sigma_F(t,T)}},\ d_{ij} = \frac{\ln\left(\dfrac{S_i(t)}{S_j(t)}\right) + \dfrac{\Sigma}{2}}{\sqrt{\Sigma}},$$

$$\Sigma = \sigma_F^i(t,T) + \sigma_F^j(t,T) - 2\rho_{ij}\sqrt{\sigma_F^i(t,T)\sigma_F^j(t,T)},$$

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_F^{ij}(t,T)}{\sqrt{\sigma_F^i(t,T)\sigma_F^j(t,T)}},$$

$\Phi_n(\cdot\,;\rho)$: n차원 누적표준정규밀도함수 (ρ :상관관계)

2. 내재옵션 평가의 모수 추정

앞에서 살펴본 바와 같이 내재옵션을 평가하기 위해서는 변동성과 이자율에 대한 정보가 필요하다. 변동성의 경우 본 연구에서는 역사적 변동성과 내재변동성을 사용하였으며, 다음과 같은 방법으로 자료를 추정하였다.

역사적 변동성은 주가연계예금의 발행시점을 기준으로 발행 종목의 만기기간 동안의 과거 일별 수익률 자료를 사용하여 추정하였다. 예를 들어, 만기가 1년인 주가연계예금의 경우에는 발행시점을 기준으로 과거 1년 동안의 일별 수익률 자료를 이용하여 역사적 변동성을 추정하였으며, 누적형 일반유러피언 옵션과 같이 다양한 만기의 옵션으로 포트폴리오가 구성된 경우에는 각 옵션별로 해당 만기동안의 일별 수익률 자료를 이용하였다.

<표 3>은 주가연계예금을 평가하기 위해 사용한 각 자산의 평균 역사적 변동성과 각 자산간의 평균 상관관계를 나타낸다. KOSPI200 지수의 변동성이 개별주식들에 비해 낮게 추정되었고, KOSPI200 지수와 개별자산간의 상관관계는 개별주식들간의 상관관계에 비해 높게 추정

2) 이외 옵션에 대한 고정이자율 가정에서의 옵션평가모형은 부록 참조

되었다.

<표 3> 주가연계예금 평가에 사용된 역사적 변동성과 상관관계

	KOSPI200	삼성전자	POSCO	현대차	SKT	한전
KOSPI200	21.60%					
삼성전자	85.88%	29.31%				
POSCO	58.49%	36.58%	29.49%			
현대차	64.24%	50.81%	29.53%	29.07%		
SKT	45.18%				34.03%	
한전		28.93%	28.93%			29.73%

* 대각항들은 각 자산의 평균변동성을 의미하며, 그 외의 값은 자산간의 평균상관관계를 나타냄

내재변동성을 가정한 경우에는 거래소에서 내재변동성 자료를 얻을 수 있는 KOSPI200 지수가 기초자산인 종목에 대해서만 분석을 수행하였다. KOSPI200 지수의 내재변동성은 거래소에서 KOSPI200 지수의 등가격옵션(ATM Option)에 대해 발표한 내재변동성을 사용하였으며, 주가연계예금의 만기와 같거나 가장 근접한 만기의 콜옵션과 풋옵션의 평균내재변동성을 사용하였다. KOSPI200 지수를 기초자산으로 하는 종목은 총 471개 종목으로 이 종목들의 평가에 사용한 역사적 변동성과 내재변동성을 살펴보면, 역사적 변동성과 내재변동성의 차이는 평균적으로는 큰 차이를 보이지 않고 있으며 내재변동성이 역사적 변동성에 비해 편차가 큰 모습을 보이고 있다.

<표 4> 역사적 변동성과 내재변동성 차이

	역사적변동성	내재변동성
평균	21.61%	21.49%
표준편차	4.00%	4.43%
최소값	15.39%	13.40%
최대값	33.97%	44.00%

이자율의 경우 고정이자율인 경우에는 주가연계예금의 만기에 해당하는 국고채 현물이자율(Spot Rate)을 사용하였으며, 자료는 KIS채권평가에서 발표하는 국고채 이자율 자료를 이용하였다. 그리고, 확률적 이자율의 경우에는 이자율 모형의 모수들을 발행시점의 국고채 현물이자율 자료로부터 추정하였다. 즉, <식 1>에서와 같이 이자율의 확률과정을 위험중립확률(Risk-Neutral Measure)에서 가정하고, 이자율 확률과정의 모수들을 해당 시점에 거래되는 채권의 가격으로부터 추정하였다. 추정에 필요한 자료는 고정이자율과 마찬가지로 KIS채권평가에서 발표하는 만기 5년 이하의 국고채 현물이자율 자료를 사용하였으며, 바지첵(Vasicek) 모형에서의 이자율 기간구조식[3]을 비선형회귀분석(Nonlinear Least Square)을 이용하여 추정하였다. 따라서, 각 발행시점의 이자율 기간구조(Term Structure)에 따라 이자율 확률과정의 모수 추정치들이 달라지게 되며, 아래의 <표 5>는 주가연계예금을 평가하기 위해 사용한 이자

3) 바지첵(Vasicke) 모형에서의 이자율 기간구조는 할인채권에 대한 가격계산식으로부터 구할 수 있다.

율 확률과정의 모수추정치에 대한 요약통계를 나타낸 것이다. 평균회귀성향이나 장기이자율 및 단기이자율(Instantaneous Short Rate)의 추정치는 편차가 크지 않으나, 이자율의 변동성 변수는 상대적으로 높은 변동을 나타내고 있다. 이자율의 변동성이 높게 추정된 시점은 주로 2005년 하반기 이후이며 이 때의 이자율 기간구조는 다른 시점에 비해 기간스프레드(Term Spread)가 높게 나타나는 특징을 보이고 있다.

<표 5> 이자율 모형의 추정모수

	κ	θ	σ_r	r_0
평균	0.4137	0.0622	0.0483	0.0352
표준편차	0.0176	0.0180	0.0494	0.0025
최소값	0.3835	0.0343	0.0001	0.0309
최대값	0.4694	0.1082	0.1471	0.0444

그리고, 확률적 이자율의 경우 옵션가격을 추정하기 위해서는 이자율과 기초자산간의 상관관계를 추정하여야 하는데, 본 연구에서는 역사적 변동성을 추정하는 방법과 동일한 방법을 사용하여 추정하였다. 단, 역사적 상관관계를 추정할 때의 자료는 역사적 변동성과 달리 주별 자료를 이용하였다. 평가에 사용된 각 기초자산에 대한 상관관계의 평균을 살펴보면 KOSPI200 지수를 제외하고는 모두 양의 상관관계를 보이고 있으며, 상관관계의 절대값이 낮다는 것을 알 수 있다.

<표 6> 기초자산과 이자율의 상관관계

기초자산	KOSPI200	현대자동차	POSCO	삼성전자	한국전력	SK텔레콤
평균	-2.65%	3.71%	5.29%	3.21%	1.78%	6.93%
표준편차	1.95%	1.44%	1.08%	1.94%	0.49%	-
최소값	-4.77%	0.78%	3.88%	-1.70%	1.29%	6.93%
최대값	15.69%	6.25%	6.98%	5.59%	2.27%	6.93%

3. 채권의 평가

주가연계예금에 내재된 채권은 주가연계예금의 만기에 해당하는 할인채이므로 발행시점의 시장이자율을 이용하여 평가할 수 있으나, 채권평가에 사용되는 이자율에 따라 채권의 가격이 달라질 수 있으며 이는 내재옵션의 발행가격에도 영향을 미치게 된다.

채권평가에 사용되는 이자율로는 은행의 정기예금이자율을 사용할 수 있는데, 이는 투자자의 관점에서 정기예금이 주가연계예금에 대한 기회비용의 성격을 갖고 있기 때문이다. 즉, 주가연계예금에 대한 투자로 인해 투자자는 정기예금 투자로부터 얻을 수 있는 수익을 포기하게 된다. 그러나, 정기예금이자율을 사용할 경우 은행별 정기예금이자율을 파악하기 힘들기 때문에 은행에 따른 정기예금이자율 차이를 반영하기 어려운 문제점이 있다.

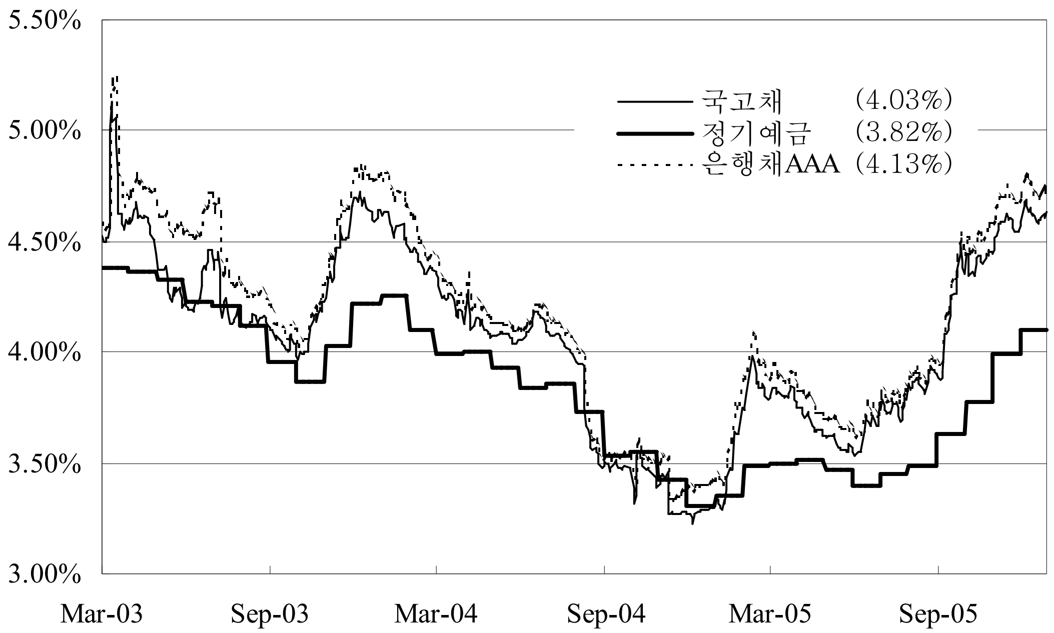
정기예금이자율의 이러한 문제점을 해결하기 위해 사용할 수 있는 것이 각 은행이 발행하는 은행채 이자율이다. 은행채 이자율은 정기예금이자율과 더불어 은행의 대표적인 조달금리

(Borrowing Rate)이며 각 은행의 신용등급에 따른 채권이자율 자료로부터 쉽게 파악할 수 있다. 그러나, 채권에 의한 자금조달과 예금에 의한 자금조달에는 차이가 있을 수 있다.

마지막으로는 주가연계예금이 예금자보호 대상상품이라는 점에서 무위험이자율인 국고채 이자율을 사용할 수 있다. 투자자가 주가연계예금에 투자하지 않고 동일한 구조를 채권과 옵션으로 복제(Replication)할 수 있다면, 투자자는 무위험인 국고채에 투자할 것이다. 따라서, 복제 포트폴리오(Replicating Portfolio)의 측면에서 국고채 이자율을 사용하는 것이 의미있을 수 있다. 그러나, 투자자가 직접 국고채에 투자하는 것이 쉽지 않고 주가연계예금의 내재옵션과 같이 만기가 길고 이색옵션(Exotic Option)의 성격을 갖는 옵션을 거래하기 힘들다는 점이 한계점이다.

이에 본 연구에서는 각 이자율 가정에 따른 주가연계예금 가격오차의 민감도를 살펴보기 위해 세 가지 이자율 가정하에서 주가연계예금의 채권을 평가하였다. 정기예금이자율의 경우 한국은행에서 발표되는 신규정기예금의 월별 가중평균수신금리를 이용하였다. 그리고, 채권이자율과 국고채이자율의 경우에는 KIS채권평가에서 발표되는 은행채와 국고채에 대한 이자율을 이용하였다. <그림 2>는 분석기간 동안의 1년 만기 이자율에 대한 시계열자료와 평균 이자율을 나타낸 것이다. 정기예금이자율이 가장 낮았으며 정기예금이자율과 국고채는 평균 21bp의 차이를 나타내고 있다. 그리고, AAA 등급의 은행채와 AA0 등급의 은행채는 평균적으로 국고채 대비 각각 10bp 및 22bp 높게 거래되었다.

<그림 2> 분석기간의 이자율 시계열 추이와 평균이자율



IV. 고정 이자율과 역사적 변동성 가정에서의 주가연계예금의 가격평가

발행시점의 주가연계예금의 고평가 정도를 측정하기 위해 본 연구에서는 <식 4>를 이용하여 주가연계예금의 가격오차를 평가하였다. 이는 주가연계예금의 전체 이론가격과 전체 발행가격의 차이를 전체 발행가격에 대한 비율로 표시한 것이다.

$$\epsilon = \frac{MP_{ELD} - TP_{ELD}}{MP_{ELD}} \qquad \text{식 (4)}$$

$where\ TP_{ELD}$:ELD의 이론가격, MP_{ELD} : ELD의 발행가격

그러나, <식 4>의 가격오차에는 채권이 포함되어 있기 때문에 내재옵션에서 파생되는 가격오차를 정확하게 파악하기 힘들다. 이에 내재옵션에 대한 가격오차를 구분하기 위해 <식 5>와 같이 주가연계예금과 채권의 발행가격으로부터 내재옵션의 발행가격을 추정하고 이를 이용하여 내재옵션의 가격오차를 평가하였다.

$$MP_{Option} = MP_{ELD} - MP_{Bond} \rightarrow \epsilon = \frac{(MP_{Option} - TP_{Opton})}{MP_{Option}} \qquad \text{식 (5)}$$

$where\ MP_{ELD}$: 주가연계예금의 발행가격, MP_{ELD} : 채권의 발행가격,

MP_{Option} :내재옵션의 발행가격, TP_{Option} : 내재옵션의 이론가격

아래에서는 고정이자율과 역사적 변동성을 이용하여 주가연계예금의 전체가격오차와 내재옵션의 가격오차에 대해 살펴보았다. 3장에서 설명한 바와 같이 주가연계예금의 채권가격은 국고채 이자율, 발행사 신용등급의 채권이자율(이하 채권이자율) 및 정기예금이자율을 각각 사용하여 평가하였고, 옵션가격은 국고채 이자율과 옵션만기 동안의 일별자료로부터 추정된 역사적 변동성을 사용하여 평가하였다.

<표 7> 채권평가 이자율 가정과 옵션유형에 따른 주가연계예금의 가격오차

옵션유형	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율	발행가 대비옵션비중
일반 유러피언(누적형)	0.08%	0.35%	0.40%	0.75%
디지털	0.36%	0.60%	0.70%	2.04%
일반 유러피언	0.45%	0.72%	0.82%	2.43%
레인보우	0.74%	1.03%	1.11%	2.35%
베리어	0.87%	1.14%	1.26%	1.56%
평균	0.76%	1.03%	1.13%	1.74%
표준편차	0.69%	0.74%	0.75%	1.13%
최대값	2.96%	3.32%	3.45%	4.86%
최소값	-1.47%	-1.17%	-1.11%	0.08%

<표 7>은 채권평가에 사용된 이자율 가정과 주가연계예금의 내재옵션 유형에 따른 주가연

계예금의 가격오차를 나타낸 것이다. 이를 살펴보면 정기예금이자율을 사용한 경우에 가격오차가 가장 낮고 채권이자율을 사용한 경우에 가격오차가 가장 높게 나타났다. 이는 정기예금의 이자율이 가장 낮아 이론가격이 높게 평가되었기 때문이다. 모든 이자율 가정에서 가격오차는 1% 유의수준에서 유의적인 것으로 나타났으며, 각 이자율 가정에 따른 가격오차의 차이도 1% 유의수준에서 유의적이었다.

<표 7>을 살펴보면 내재옵션유형에 따라 주가연계예금의 가격오차와 옵션 비중에 차이가 있음을 알 수 있다. 레인보우 옵션이나 베리어 옵션과 같이 상대적으로 복잡한 구조의 상품일수록 가격오차가 크게 나타났으며, 기초자산이 1개이고 만기시점의 주가에만 의존하는 상품의 가격오차가 낮았다. 그리고, 누적형 일반유러피언 옵션이 내재된 주가연계예금은 다른 상품에 비해 내재옵션이 차지하는 비중이 매우 낮음을 알 수 있다. 이 상품은 1개월 단위로 만기가 돌아오는 일반 유러피언 옵션의 포트폴리오로 구성된 상품으로, 기본이자가 높아 채권의 성격이 매우 강한 상품이다. 따라서, 이 상품의 경우 이자율 가정에 따라 주가연계예금의 가격오차가 민감하게 변동하는 모습을 볼 수 있다.

<표 8> 채권평가 이자율 가정과 발행구조에 따른 주가연계예금의 가격오차

신용등급	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
AAA	0.68%	0.94%	1.01%
AA+	1.06%	1.36%	1.46%
AA0	0.50%	0.74%	0.90%
AA-	0.55%	0.72%	1.00%
A+	0.53%	0.84%	1.17%

상품유형	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
기타	0.29%§	0.58%**	0.70%
상승형	0.65%	0.92%	1.02%
하락형	0.83%	1.06%	1.13%
구간형	1.05%	1.31%	1.45%

만기	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
6개월	0.32%	0.56%	0.61%
1년	0.91%	1.19%	1.32%

기초자산유형	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
개별주식	0.69%	0.97%	1.04%
지수	0.77%	1.04%	1.15%

기본이자	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
지급	0.67%	0.94%	1.07%
미지급	0.81%	1.08%	1.17%

가격오차에 대한 검증 - 비유의적(§), 5% 유의수준(**), 1% 유의수준(그 외)

한편, <표 8>은 주가연계예금의 발행구조와 이자율 가정에 따른 가격오차를 살펴본 것이

다. 주가연계예금의 발행구조는 발행은행의 신용등급, 만기, 기초자산의 유형 및 기본이자지급 유무 등에 따라 분류하였다. 그리고, 주가연계예금의 상품유형을 상승형, 하락형, 구간형 등으로 구분하였다. 상승형의 경우 기초자산의 가격이 상승할 때 이자가 지급되는 구조이며 하락형은 상승형의 반대경우에 이자가 지급되는 구조이다. 그리고, 구간형은 기초자산 가격이 일정구간에 있는 경우에 이자가 지급되는 구조로 Up-and-Out 콜옵션과 Down-and-Out 풋옵션이 내재된 상품이나 디지털 콜옵션 및 디지털 풋옵션이 내재된 상품 등이 있다.

신용등급에 따른 가격오차를 살펴보면 정기예금이자율과 무위험이자율을 이용할 경우 AA+ 등급의 상품의 오차가 크게 나타났으며, 채권이자율을 사용할 경우에는 다른 등급과의 오차의 차이가 감소하였다. 상품유형의 경우에는 구간형과 하락형 상품이 상승형 상품에 비해 높은 가격오차를 나타내었으며, 만기가 길어지고 기본이자를 지급할수록 가격오차가 증가하였다. 그리고, 개별주식을 기초자산으로 하는 상품이 지수를 기초자산으로 하는 상품에 비해 가격오차가 낮게 나타났다. <표 8>에 나타난 가격오차는 대부분 1% 유의수준에서 통계적으로 유의적인 값이었으나, 기타상품유형의 가격오차는 정기예금이자율 가정에서 유의적이지 않았다. 그리고, 이자율 가정에 따른 가격오차의 차이에 대한 검정에서는 모든 경우에 대해 1% 유의수준에서 유의적인 차이를 나타냈다. 전체적으로 채권평가의 이자율 가정에 따라 주가연계예금의 가격오차에 차이는 있지만, 발행구조에 따른 가격오차의 차이는 일정한 방향성을 유지하고 있다.

주가연계예금의 가격오차를 발행기관별로 살펴보면 <표 9>와 같다. 정기예금이자율이나 무위험이자율을 사용할 경우에는 등급이 낮은 기관일수록 가격오차가 낮은 모습을 보이고 있지만, 발행기관의 등급을 고려하여 평가할 경우에는 그 차이가 감소하거나 역전되는 현상을 볼 수 있다. 전반적으로 발행기관의 등급이 좋고 발행종목수가 많은 기관일수록 고평가정도가 크게 나타나고 있으나, 분석에 사용된 표본이 전체표본이 아니고 개별종목의 발행금액 정보가 없기 때문에 명확한 결론을 위해서는 추가연구가 필요할 것으로 생각된다.

<표 9> 발행기관별 주가연계예금의 가격오차

은행	종목수	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율	신용등급[4)
A	14	0.23%	0.39%	0.40%	AAA
B	32	0.26%	0.54%	0.59%	AA+→AAA
C	32	0.49%	0.72%	0.98%	AA0
D	16	0.50%	0.73%	0.86%	AA0
E	29	0.53%	0.84%	1.17%	A+
F	10	0.57%	0.75%	0.99%	AA-
G	13	0.57%	0.74%	0.92%	AA0
H	97	0.61%	0.86%	0.94%	AAA
I	9	0.65%	0.99%	1.04%	AAA
J	26	0.66%	0.94%	1.02%	AAA
K	14	0.69%	0.84%	0.91%	AAA
L	48	0.94%	1.22%	1.30%	AAA
M	46	0.98%	1.25%	1.32%	AA+→AAA
N	148	1.06%	1.37%	1.47%	AA+
O	3	1.17%	1.45%	1.48%	AAA

<표 10> 채권평가 이자율 가정과 내재옵션유형에 따른 가격오차

옵션종류	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
베리어옵션	38.76%	45.80%	48.28%
레인보우옵션	22.76%	29.78%	31.26%
일반 유러피언옵션	16.85%	24.93%	26.96%
디지털옵션	14.62%	23.30%	25.98%
유러피언옵션(누적형)	-9.72%§	37.31%	41.30%
평균	32.16%	40.61%	43.01%
표준편차	26.76%	24.02%	23.58%
최대값	96.55%	96.77%	96.92%
최소값	-116.98%	-32.32%	-29.81%

가격오차에 대한 검증 - 비유의적(§), 1% 유의수준(그 외)

<표 10>은 내재옵션의 가격오차에 대해 살펴본 것인데, 내재옵션 가격오차의 크기는 주가연계예금 전체의 가격오차와 같이 정기예금이자율을 사용하였을 때 가장 작고 채권이자율을 사용하였을 때 가장 크게 나타나고 있다. 그리고, 베리어 옵션과 레인보우 옵션을 내재한 경우에 더 높은 가격오차를 나타내고 있으며, 누적형 일반유러피언 옵션을 내재한 경우에는 이자율 가정에 민감하게 가격오차가 변동하고 있다. 내재옵션의 가격오차는 모든 이자율 가정에서

<표 11> 채권평가 이자율 가정과 주가연계예금의 특성에 따른 내재옵션의 가격오차

신용등급	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
AAA	28.90%	38.27%	39.73%
AA+	41.95%	48.37%	49.98%
AA0	24.07%	33.12%	37.71%
AA-	19.78%	24.10%	30.57%
A+	37.99%	51.25%	59.84%

상품유형	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
구간형	40.12%	45.85%	48.77%
하락형	37.70%	43.48%	44.72%
상승형	28.98%	38.57%	40.87%
기타	9.26%§	27.02%**	30.95%

만기	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
1년	34.91%	41.22%	43.74%
6개월	24.43%	38.88%	40.97%

기초자산유형	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
지수	33.52%	42.21%	44.75%
개별주식	22.48%	29.17%	30.60%

기본이자	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
지급	43.01%	55.44%	58.88%
미지급	25.72%	31.80%	33.59%

가격오차에 대한 검증 - 비유의적(§), 5% 유의수준(**), 1% 유의수준(그 외)

4) 2003년~2005년 동안의 신용등급 및 신용등급 변동

1% 유의수준에서 유의적이었으나, 누적형 일반유러피언 옵션의 경우에는 정기예금이자율 가정에서 유의적이지 않은 모습을 나타냈다. 그리고, 모든 경우에서 이자율 가정에 따른 가격오차의 차이는 1% 유의수준에서 유의적이었다.

그리고, 신용등급 등의 기준에 따른 내재옵션의 가격오차를 살펴보면 <표 11>과 같으며, 주가연계예금 전체의 가격오차가 클수록 내재옵션의 가격오차도 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 그러나, 기본이자를 지급하는 경우 주가연계예금의 가격오차는 기본이자를 지급하지 않는 상품에 비해 낮지만, 내재옵션의 가격오차는 더 크게 나타났다.

내재옵션의 가격오차는 기타 상품유형을 가진 주가연계예금을 정기예금이자율로 평가했을 경우를 제외하고는 모두 1% 유의수준에서 통계적으로 의미있는 값이었으며, 이자율 가정에 따른 가격오차의 가격차이도 1% 유의수준에서 유의적인 차이를 나타냈다. 그러나, 기타 상품유형의 경우 정기예금이자율과 무위험이자율 가정에서의 가격오차의 차이는 유의적이지 않았다.

다음으로는 주가연계예금의 발행구조에 대한 각 변수들이 내재옵션의 고평가 및 저평가 정도에 어떠한 영향을 미치는지 구체적으로 살펴보기 위해 더미회귀분석(Dummy Regression)을 실시하였다. 더미회귀분석의 회귀식은 <식 6>과 같이 내재옵션의 가격오차를 종속변수로 하였으며, 주가연계예금의 발행특성에 대한 더미변수(Dummy Variable)를 독립변수로 하였다.

$$\epsilon_i = \alpha + \beta_1 D^{MAT} + \beta_2 D^{BOND} + \beta_3 D^{AT} + \sum_{j=1}^{4}\gamma_j D_j^G + \sum_{j=1}^{3}\theta_j D_j^{PT} + \sum_{j=1}^{4}\delta_j D_j^{OT} + u_i$$

$where$ D^{MAT} : 만기더미 (1년만기인 경우)

D^{BOND} : 기본이자 지급더미 (기본이자를 지급하는 경우)

D^{AT} : 기초자산 더미 (지수인 경우)

D_j^G : 발행사 등급더미 (D_1^G : AAA, D_2^G : AA+, D_3^G : AA0, D_4^G : AA-) 식 (6)

D_j^{PT} : 발행유형더미 (D_1^{PT} : 상승형, D_2^{PT} : 하락형, D_3^{PT} : 구간형)

D_j^{OT} : 옵션유형더미 (D_1^{OT} : 베리어, D_2^{OT} : 일반유러피언,

D_3^{OT} : 일반유러피언(누적형), D_4^{OT} : 레인보우)

더미회귀분석의 결과를 살펴보면 기본이자의 지급 유무, 상품유형, 내재옵션의 유형 및 신용등급 등이 내재옵션에 대한 가격오차에 영향을 주는 요인으로 작용하고 있으나, 이자율 가정에 따라 통계적 유의수준과 추정치에 약간의 차이가 있음을 알 수 있다.

먼저 이자율 가정에 상관없이 기본이자를 지급하는 구조이고 상품유형이 하락형이거나 구간형 구조일수록 가격오차가 크게 나타났으며, 베리어 옵션인 경우 다른 옵션유형에 비해 가격오차가 커지는 현상이 나타나고 있다.

상품유형의 경우 국내에서 판매되는 대부분의 주가연계예금이 상승형 구조를 가지고 있기 때문에 상승형 구조는 다른 구조에 비해 유동성이 높은 특징을 지닌다. 이러한 유동성 효과와 옵션의 이론가격을 추정할 때 배당을 고려하지 않은 효과로 인해 상품유형에 따른 가격오차의 차이가 발생했을 것으로 추정된다.

그리고, 내재옵션의 유형이 베리어 옵션인 경우에는 지급구조가 만기시점 뿐만 아니라 그 이전의 주가에도 영향을 받기 때문에 다른 구조에 비해 헤지(Hedge)가 어렵고, 이로 인해 베리어 옵션 내재종목의 가격오차가 높아진 것으로 추정된다. 반면, 누적형 일반유러피언 옵션의 경우에는 정기예금이자율 가정에서는 유의적으로 가격오차가 낮게 나타나지만, 다른 이자율 가정에서는 유의적인 값을 나타내지 않고 있다. 이는 앞에서 설명한 바와 같이, 채권의 성격이 강한 누적형 일반유러피언 옵션 내재 상품이 이자율 가정에 따라 옵션의 가격오차가 크게 변동하기 때문에 발생한 현상인 것으로 생각된다.

만기의 경우 정기예금이자율 가정에서 만기가 길어질수록 내재옵션의 가격오차가 증가하였다. 그리고, 신용등급의 경우에는 AA+ 등급의 가격오차가 다른 등급에 비해서 높게 나타났으며, 무위험이자율과 채권이자율 가정에서는 AA0 등급의 가격오차가 낮게 나타났다.

<표 12> 발행구조에 대한 더미변수를 이용한 회귀분석

변수	정기예금이자율	무위험이자율	채권이자율
α	-0.2643**	-0.0120	0.0794
β_1	0.0486**	-0.0277	-0.0204
β_2	0.1930*	0.2327*	0.2404*
β_3	0.0649	0.0639	0.0645
γ_1	0.0642	0.0375	-0.0321
γ_2	0.2013*	0.1685*	0.1027*
γ_3	-0.0833	-0.0960**	-0.1340*
γ_4	0.0023	-0.0539	-0.0701
θ_1	0.2409*	0.1306	0.1193
θ_2	0.3440*	0.2087*	0.1961*
θ_3	0.2893*	0.1753**	0.1632**
δ_1	0.1280**	0.1271*	0.1201*
δ_2	-0.0235	-0.0061	-0.0102
δ_3	-0.4143*	-0.0476	-0.0308
δ_4	0.0551	0.0685	0.0648

* : 유의수준 1%, ** : 유의수준 5%

V. 이자율 및 변동성 가정에 따른 주가연계예금의 가격평가

주가연계예금의 이론가격은 내재옵션을 평가할 때 사용한 가정에 따라 달라질 수 있다. 4장에서는 역사적 변동성과 고정이자율을 가정하고 주가연계예금을 평가하였다. 본 장에서는 채권을 정기예금이자율로 평가한 경우에 대해 변동성과 이자율에 대한 가정이 달라지면 주가연계예금의 가격이 어떻게 변하는지에 대해 살펴보도록 하겠다. 변동성의 경우에는 내재변동성을 사용한 경우를 추가로 고려하였으며, 이자율은 확률적 이자율인 경우를 고려하였다. 내재변동성의 경우에는 내재옵션의 만기에 가장 가까운 거래소 옵션 중 등가격옵션(ATM Option)

의 내재변동성을 사용하였으며, 확률적 이자율 모형은 바지첵(Vasicek) 모형을 가정하였다.

<표 13> 이자율과 변동성 가정에 따른 가격오차

	고정/역사적	고정/내재	확률적/역사적	확률적/내재
평균	33.52%	31.92%	33.70%	32.13%
표준편차	27.25%	26.66%	27.41%	26.79%
최대	92.74%	93.51%	93.06%	93.56%
최소	-116.97%	-121.46%	-116.90%	-121.55%

<표 13>의 가정에 따른 내재옵션의 가격오차에 대한 평균값을 살펴보면 고정이자율을 사용한 경우에 비해 확률적 이자율을 사용한 경우 가격오차가 증가하는 모습을 보이고 있다. 국내에서 발행된 대부분의 주가연계예금들이 평가에 사용된 변동성 수준에서 기초자산의 변동성이 낮을수록 가격이 증가하는 구조를 가지고 있다. 그런데, 확률적 이자율 모형은 기초자산의 변동성을 증가시키는 역할을 하므로, 확률적 이자율 가정에서의 가격오차가 더 높게 나타났다. 한편, 내재변동성을 사용할 경우에는 가격오차가 하락하였지만, 내재변동성을 사용하더라도 발행구조의 차이에 따른 가격오차의 특성은 달라지지 않았다. 그리고, 모든 가정하에서

<표 14> 이자율/변동성 가정과 발행구조에 따른 내재옵션의 가격오차

옵션종류	고정/역사적	고정/내재	확률적/역사적	확률적/내재
베리어	39.11%	37.53%*	39.40%*	37.81%*
유러피언	17.67%	15.90%	17.40%**	15.90%
디지털	14.62%	14.09%	14.59%	14.06%
일반 유러피언(누적형)	-9.72%	-12.30%	-9.72%	-12.32%

신용등급	고정/역사적	고정/내재	확률적/역사적	확률적/내재
AAA	29.24%	27.30%*	29.32%**	27.41%*
AA+	49.75%	48.72%	50.34%*	49.23%
AA0	24.07%	23.64%	24.09%	23.78%
AA-	19.78%	19.18%	19.97%*	19.37%
A+	37.99%	34.66%	37.88%	34.73%

상품유형	고정/역사적	고정/내재	확률적/역사적	확률적/내재
구간형	40.12%	39.41%	40.57%*	39.84%
하락형	37.70%	36.78%	37.51%	36.63%
상승형	30.46%	28.11%*	30.59%*	28.29%*
기타	9.26%	17.46%	8.67%	16.88%

만기	고정/역사적	고정/내재	확률적/역사적	확률적/내재
6개월	25.51%	23.03%*	25.46%**	23.06%*
1년	36.41%	35.13%*	36.68%*	35.41%**

기본이자	고정/역사적	고정/내재	확률적/역사적	확률적/내재
지급	42.59%	39.37%*	42.80%*	39.57%*
미지급	27.05%	26.61%	27.22%*	26.83%

평가가정에 따른 가격오차의 차이 검증 - 1% 유의수준(*), 5% 유의수준(**)

내재옵션의 가격오차는 1% 유의수준에서 유의적이었으며, 각 가정사이에 가격오차가 유의수준 1%에서 차이가 있는 것으로 나타났다.

<표 14>는 이자율과 변동성 가정에 따른 가격오차를 발행구조에 따라 분류하여 내재옵션의 가격오차를 살펴본 것이다. 전반적으로 이자율과 변동성 가정에 따라 내재옵션의 가격오차가 크게 변동하지 않았으며, 평가가정에 따른 변동이 큰 누적형 일반유러피언 옵션 내재 상품과 기타 상품유형의 상품들은 모든 가정에서 가격오차가 유의적이지 않은 결과를 나타냈다.

그리고, 고정이자율과 역사적 변동성을 가정한 경우를 기본가정으로 하여 그 외의 가정에서 추정된 가격오차가 기본가정의 가격오차와 차이가 있는지를 검증하였다. 베리어 옵션이 내재된 상품과 상승형 구조의 상품에 대해서는 평가모형에 따라 유의적인 차이를 나타내고 있으며, 만기와 기본이자지급여부에 대한 결과에서도 대부분 유의적인 차이를 나타내고 있다.

다음으로는 주가연계예금 내재옵션의 가격오차에 대해 <식 7>과 같은 더미회귀분석(Dummy Regression)을 실시하였다. 이 때 내재변동성을 사용한 경우와 비교하기 위해 내재변동성에 의해 평가된 471개 종목에 대해서만 분석하였으며, 이로 인해 레인보우 옵션유형과 기초자산의 유형에 대한 더미변수는 제외되었다.

$$\epsilon_i = \alpha + \beta_1 D^{MAT} + \beta_2 D^{BOND} + \sum_{j=1}^{4} \gamma_j D_j^G + \sum_{j=1}^{3} \theta_j D_j^{PT} + \sum_{j=1}^{3} \delta_j D_j^{OT} + u_i$$

$where$ D^{MAT} : 만기더미 (1년만기인 경우)

D^{BOND} : 기본이자 지급더미 (기본이자를 지급하는 경우)

D_j^G : 발행사 등급더미 (D_1^G : AAA, D_2^G : AA+, D_3^G : AA0, D_4^G : AA-) 식(7)

D_j^{PT} : 발행유형더미 (D_1^{PT} : 상승형, D_2^{PT} : 하락형, D_3^{PT} : 구간형)

D_j^{OT} : 옵션유형더미 (D_1^{OT} : 베리어, D_2^{OT} : 일반유러피언,

D_3^{OT} : 일반유러피언(누적형))

<표 15>를 살펴보면 이자율과 변동성 가정에 따라 변수의 추정치는 크게 달라지지 않지만, 내재변동성을 사용할 경우 상품유형에 대한 변수의 추정치가 감소하며 만기에 대한 더미변수가 유의적으로 나타났다. 그리고, 상승형 구조의 경우 역사적 변동성을 사용할 경우에는 유의적인 변수였으나 내재변동성을 사용할 경우에는 유의적이지 않은 결과를 보여주고 있다.

VI. 결론

본 연구에서는 국내에서 발행된 주가연계예금의 발행시점의 이론가격을 이자율과 변동성에 대한 가정에 따라 평가하고, 주가연계예금의 발행구조에 따른 발행가격의 고평가정도에 대해 살펴보았다. 연구결과를 살펴보면 채권평가에 사용된 이자율 가정에 상관없이 주가연계예금은 발행시점에 이론가격 대비 높은 가격으로 발행되고 있으며, 이론가격 대비 발행가격의 고평가 정도는 발행구조에 따라 다른 모습을 나타내고 있다. 그리고, Stoimenov and

<표 15> 이자율/변동성 가정에 따른 더미회귀분석 결과

	이자율/변동성 가정			
변수	고정/역사적	고정/내재	확률적/역사적	확률적/내재
α	-0.1854	-0.0809	-0.1974	-0.0907
β_1	0.0411	0.0545**	0.0431	0.0561**
β_2	0.1908*	0.1595*	0.1912*	0.1596*
γ_1	0.0573	0.0488	0.0603	0.0502
γ_2	0.2176*	0.2188*	0.2247*	0.2233*
γ_3	-0.0807	-0.0671	-0.0799	-0.0665
γ_4	0.0000	-0.0095	0.0038	-0.0078
θ_1	0.2314*	0.1209	0.2390*	0.1282
θ_2	0.3342*	0.2392*	0.3396*	0.2437*
θ_3	0.2840*	0.1856**	0.2938*	0.1949**
δ_1	0.1260**	0.1161**	0.1272**	0.1174**
δ_2	-0.0104	-0.0234	-0.0129	-0.0228
δ_3	-0.4050*	-0.3953*	-0.4053*	-0.3956*

* : 유의수준 1%, ** : 유의수준 5%

Wilkens(2005)의 연구에서와 같이 베리어 옵션과 같이 복잡한 구조의 상품일수록 고평가 정도가 더 높게 나타났으며, 만기가 길어질수록 가격오차가 크게 나타났다. 그러나, 국내의 주가연계예금에서는 기초자산이 지수인 상품이 개별주식을 기초자산으로 하는 경우에 비해 고평가 정도가 더 높게 나타났다. 그리고, 더미회귀분석 결과에서도 기초자산의 유형은 내재옵션의 고평가 정도에 유의적인 영향을 미치지 않고 있다. 또한, 무위험이자율이나 채권이자율로 채권을 평가한 경우에는 유의적인 만기효과가 나타나지 않았다.

이러한 요인 외에도 국내의 주가연계예금은 기본이자를 지급하는 구조는 주가연계예금의 가격오차는 작지만 내재옵션의 고평가 정도는 크게 나타났으며, 하락형이나 구간형 상품의 경우에도 고평가 정도가 높게 나타나는 특징을 보이고 있다. 그리고, 이자율 가정과 변동성 가정에 따라 주가연계예금 내재옵션의 가격오차가 크게 달라지지 않는 것을 알 수 있었다.

본 연구는 국내의 주가연계예금에 대한 발행자료를 바탕으로 주가연계예금의 고평가 정도에 대해 실증연구를 수행하였다. 그러나, 발행금액 등에 대한 자료부족으로 인해 이러한 요인이 주가연계예금에 미치는 영향을 살펴보지 못하였다. 그리고, 바지첵(Vasicek) 모형이외의 이자율 확률과정을 사용하거나 확률적 변동성(Stochastic Volatility) 가정을 사용할 경우 주가연계예금의 이론가격이 어떻게 달라지는지에 대한 연구와 주가연계예금 이외의 주가연계상품에 대한 실증연구도 필요할 것으로 생각된다.

참고문헌

구본일, 엄영호, 지현준, “확률적 이자율 모형 하에서의 베리어 옵션 가격결정", 재무연구, 제31호(2006)

Broadie, M., P. Glasserman, and S. Kou, "A Continuity Corrections for Discrete Barrier Options", *Mathematical Finance*, 7(1997), pp. 325-349

Buonocore, A., A. Nobile and L. Ricciardi, “A New Integral Equation for the Evaluation of First-Passage-Time Probability Densities”, *Advances in Applied Probabilities*, 19(1987), pp. 784-800.

Carr, P., "Two Extensions to Barrier Option Valuation", *Applied Mathematical Finance*, 2(1995), pp. 173-209.

Chen, A.H. and J. W. Kensinger, "An analysis of Market-Index Certificates of Deposit", *Journal of Financial Services Research*, 4(1990), pp. 93-110

Chen, K.C. and R. S. Sears, "Pricing the SPIN", *Financial Management*, 19(1990), pp. 36-47

Cheuk, T. H. F., and T. Vorst, "Complex Barrier Options", *The Journal of Derivatives*, 4(1996), pp. 8-22.

Collin-Dufresne, P. and R. Goldstein, “Do Credit Spreads Reflect Stationary Leverage Ratios?”, *Journal of Finance,* 56(2001), pp. 1929-1957.

Gao, B., J. Huang and M. Subrahmanyam, "The Valuation of American Barrier Options using Decomposition Technique", *Journal of Economic Dynamics and Control,* 24(2000), pp. 1783-1827

Geman, H. and M. Yor, "Pricing and Hedging Double-Barrier Options: A Probabilistic Approach", *Mathematical Finance*, 6(1996), pp. 365-378.

Hart, I., and M. Ross, "Striking Continuity", *RISK*, 7(1994)

Haug, E. G., "Closed Form Valuation of American Barrier Options", *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 4(2001), pp. 355-359.

Heynen, R. and H. Kat, "Crossing Barriers", *Risk*, 7(1994), pp. 46-51.

Heynen, R. and H. Kat, “Partial Barrier Options”, *Journal of Financial Engineering*, 3(1994), pp. 253-274.

Heynen, R. and H. Kat, “Discrete Partial Barrier Options with a Moving Barrier”, *Journal of Financial Engineering*, 5(1996), pp. 199-210.

Kunitomo, N. and M. Ikeda, "Pricing Options with Curved Boundaries", *Mathematical Finance*, 2(1992), pp. 275-298.

Lo, C. F., P. H. Yuen and C. H. Hui, "Pricing Barrier Options with Square Root Process", *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 4(2001), pp.

805-818.

Longstaff, F. and E. Schwartz, "A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt", *Journal of Finance*, 50(1995), pp. 789-819.

McConnel, J. J. and E. Schwartz, "LYON Taming", *Journal of Finance*, 41(1986), pp. 561-576

Merton, R., "Theory of Rational Option Pricing", *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4(1973), pp. 141-183.

Merton, R., "On the Pricing of Corporate Debt: the Risk Structure of Interest Rates", *Journal of Finance*, 29(1974), pp. 449-470.

Milevsky, M. A. and S. Kim, "The Optimal Choice of Index-Linked GICs: Some Canadian Evidence", *Financial Services Review*, 6(1997), pp. 271-284

Navas, J. F., "Pricing LYONs under Stochastic Interest Rates", *Working Paper*(2001)

Rabinovitch, R., "Pricing stock and bond options when the default free rate is stochastic", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 24(1989), pp. 447-57

Pelsser, A., "Pricing Double Barrier Options Using Laplace Transforms", *Finance and Stochastics,* 4(2000), pp. 95-104.

Reimer, M. and M. Sandermann, "A Discrete Time Approach for European and American Barrier Options", *Working paper*, (1998)

Rich, D., "The Mathematical Foundations of Barrier Option Pricing Theory", *Advances in Futures and Options Research*, 7(1994), pp. 267-311.

Ritchken, P., "On Pricing Barrier Options", *The Journal of Derivatives*, 3(1995), pp. 19-28.

Rubinstein, M. and E. Reiner, "Breaking Down the Barriers", *RISK*, 4(1991), pp. 28-35.

Rubinstein, M. and E. Reiner, "Unscrambling the Binary Code", *RISK*, 4(1991), pp. 37-41

Rubinstein, M., "Somewhere Over the Rainbow", *RISK*, 4(1991), pp. 63-66

Stoimenov, P.A. and S. Wilkens, "Are structured products 'fairly' priced? An analysis of German Market for equity-linked instruments", *Journal of Banking and Finance*, 29(2005), pp. 2971-2993

Stulz, R. M., "Options on the Minimum or the Maximum of Two Risky Assets", *Journal of Financial Economics*, 10(1982), pp. 161-185

부 록

1. 옵션유형에 따른 가격평가식과 주가연계예금의 유형[5)]

(1) 일반 유러피언 옵션

< 주가연계예금 예제>

발행일	2005-08-29
만기일	2006-08-29
기준주가	2005-08-29의 KOSPI200 종가 (=K)
만기지급구조	만기지수 결정일(2006-08-25)의 주가상승률 기준 ·0~10% 상승시 : 상승률의 75% 지급 ·10% 이상 상승시 : 연 7.5% 지급
구조분해	·1년만기 채권(액면 FV) + 콜옵션매수(K_1=100) + 콜옵션 매도(K_2=110) ·콜옵션매수(K_1=100) $= FV * 75\% * \left(\frac{S_T - K_1}{K}\right)^+$ ·콜옵션매도(K_2=110) $= FV * 75\% * \left(\frac{S_T - K_2}{K}\right)^+$

< 가격평가식 >

$$C = S(t) I_1^S - KP(t,T) I_1^T$$

$$P = KP(t,T)[1 - I_1^T] - S(t)[1 - I_1^S]$$

고정이자율인 경우	확률적 이자율인 경우
$I_1^N = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{K}\right) + \left(r + \eta\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$	$I_1^N = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{KP(t,T)}\right) + \eta\frac{\sigma_F(t,T)}{2}}{\sqrt{\sigma_F(t,T)}}\right)$

(2) 디지털 옵션

< 주가연계예금 예제>

발행일	2004-06-07
만기일	2004-12-07
기준주가	2004-06-07의 KOSPI200 종가 (=K)
만기지급구조	만기지수 결정일(2004-12-07)의 주가상승률 기준 ·0% 이상시 연 6.9% 지급
구조분해	·1년만기 채권(액면 FV) + 디지털 콜옵션매수(K_1=100) ·콜옵션매수(K_1=100) $= FV * 3.45\% * 1_{\{S_T > K_1\}}$

5) 옵션평가식에서 η , $\sigma_F(t,T)$ 및 $\Phi(\cdot)$는 다음을 의미하며, 고정이자율의 채권가격($P(t,T)$)은 $e^{-r(T-t)}$임.

$\eta = \begin{cases} 1 & \text{if } N=S \\ -1 & \text{if } N=T \end{cases}$, $\Phi(\cdot)$: 누적표준정규밀도함수

$$\sigma_F(t,T) = \left(\frac{\sigma_r^2}{\kappa^2} + \sigma_S^2 + \frac{2\rho\sigma_S\sigma_r}{\kappa}\right)(T-t) - \left(\frac{2\sigma_r^2}{\kappa^2} + \frac{2\rho\sigma_S\sigma_r}{\kappa}\right)\frac{1-e^{-\kappa(T-t)}}{\kappa} + \frac{\sigma_r^2}{2\kappa^3}(1 - e^{-2\kappa(T-t)})$$

< 가격평가식 >

$C = FP(t,T) I_1^T$

$P = FP(t,T)[1 - I_1^T]$

고정이자율인 경우	확률적 이자율인 경우
$I_1^N = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{K}\right)+\left(r+\eta\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$	$I_1^N = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{KP(t,T)}\right)+\eta\frac{\sigma_F(t,T)}{2}}{\sqrt{\sigma_F(t,T)}}\right)$

(3) 베리어 옵션

< 주가연계예금 예제>

발행일	2004-07-29
만기일	2005-07-29
기준주가	2004-07-29의 KOSPI200 종가 (=K)
만기지급구조	만기지수 결정일(2005-07-27)의 주가상승률 기준 ·만기까지 기준주가의 120% 이상 상승한 적이 없고 만기주가가 기준주가의 105% 이상 상승한 경우 : 주가상승률의 35% 지급 ·만기까지 기준주가의 120% 이상 상승한 적이 있는 경우 : 연 7% 지급 ·그 외 : 0%
구조분해	·1년만기 채권(액면 FV) + Up-and-Out 콜옵션매수(K_1=100, H=120) + Up-and-In 리베이트(H=120) ·Up-and-Out 콜옵션매수(K_1=100, H=120) $= FV * 35\% * \left(\frac{S_T - K_1}{K}\right)^+ * 1_{\{max\, S(t) < H\ ;\ 0 \le t \le T\}}$ ·Up-and-In 리베이트(H=120)$= FV * 7\% * 1_{\{max\ S(t) \ge H\ ;\ 0 \le t \le T\}}$

< 가격평가식 >

옵션유형			콜옵션	풋옵션
베리어	Up-Out	K<H	$S(t)[I_1^S - I_2^S - I_3^S + I_4^S]$ $- KP(t,T)[I_1^T - I_2^T - I_3^T + I_4^T]$	$KP(t,T)[1 - I_1^T - I_4^T]$ $- S(t)[1 - I_1^S - I_4^S]$
베리어	Up-Out	K>H	-	$KP(t,T)[1 - I_2^T - I_3^T]$ $- S(t)[1 - I_2^S - I_3^S]$
베리어	Up-In	K<H	$S(t)[I_2^S + I_3^S - I_4^S]$ $- KP(t,T)[I_2^T + I_3^T - I_4^T]$	$KP(t,T)[I_4^T] - S(t)[I_4^S]$
베리어	Up-In	K>H	$S(t)[I_1^S] - KP(t,T)[I_1^T]$	$KP(t,T)[- I_1^T + I_2^T + I_3^T]$ $- S(t)[- I_1^S + I_2^S + I_3^S]$
베리어	Down-Out	K<H	$S(t)[I_2^S - I_6^S]$ $- KP(t,T)[I_2^T - I_6^T]$	-

옵션유형			콜옵션	풋옵션
베리어	Down-Out	K>H	$S(t)[I_1^S - I_5^S]$ $- KP(t,T)[I_1^T - I_5^T]$	$KP(t,T)[- I_1^T + I_2^T - I_6^T + I_5^T]$ $- S(t)[- I_1^S + I_2^S - I_6^S + I_5^S]$
	Down-In	K<H	$S(t)[I_1^S - I_2^S + I_6^S]$ $- KP(t,T)[I_1^T - I_2^T + I_6^T]$	$KP(t,T)[1 - I_1^T] - S(t)[1 - I_1^S]$
		K>H	$S(t)[I_5^S] - KP(t,T)[I_5^T]$	$KP(t,T)[1 - I_2^T + I_6^T - I_5^T]$ $- S(t)[1 - I_2^S + I_6^S + I_5^S]$
베리어디지털	Up-Out	K<H	$FP(t,T)[I_1^T - I_2^T - I_3^T + I_4^T]$	$FP(t,T)[1 - I_1^T - I_4^T]$
		K>H	-	$FP(t,T)[1 - I_2^T - I_3^T]$
	Up-In	K<H	$FP(t,T)[I_2^T + I_3^T - I_4^T]$	$FP(t,T)[I_4^T]$
		K>H	$FP(t,T)[I_1^T]$	$FP(t,T)[- I_1^T + I_2^T + I_3^T]$
	Down-Out	K<H	$FP(t,T)[I_2^T - I_6^T]$	-
		K>H	$FP(t,T)[I_1^T - I_5^T]$	$FP(t,T)[- I_1^T + I_2^T - I_6^T + I_5^T]$
	Down-In	K<H	$FP(t,T)[I_1^T - I_2^T + I_6^T]$	$FP(t,T)[1 - I_1^T]$
		K>H	$FP(t,T)[I_5^T]$	$FP(t,T)[1 - I_2^T + I_6^T + I_5^T]$
리베이트	Up-In		$FP(t,T)[I_2^T + I_3^T]$	
	Up-Out		$FP(t,T)[1 - I_2^T - I_3^T]$	
	Down-In		$FP(t,T)[1 - I_2^T + I_6^T]$	
	Down-Out		$FP(t,T)[I_2^T - I_6^T]$	

① 고정이자율의 경우

$$I_1^N = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{K}\right) + \left(r + \eta\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right),\ I_2^N = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{H}\right) + \left(r + \eta\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right),$$

$$I_3^N = \left(\frac{H}{S}\right)^{\frac{2r}{\sigma^2}+\eta}\Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{H}\right) - \left(r + \eta\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

$$I_4^N = \left(\frac{H}{S}\right)^{\frac{2r}{\sigma^2}+\eta}\Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)K}{H^2}\right) - \left(r + \eta\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

$$I_5^N = \left(\frac{H}{S}\right)^{\frac{2r}{\sigma^2}+\eta}\Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{H^2}{S(t)K}\right) + \left(r + \eta\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

$$I_6^N = \left(\frac{H}{S}\right)^{\frac{2r}{\sigma^2}+\eta}\Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{H}{S(t)}\right) + \left(r + \eta\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

② 확률적 이자율의 경우

$$I_1^N = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{KP(t,T)}\right) + \eta\frac{\sigma_F(t,T)}{2}}{\sqrt{\sigma_F(t,T)}}\right),\ I_2^N = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S(t)}{HP(t,T)}\right) + \eta\frac{\sigma_F(t,T)}{2}}{\sqrt{\sigma_F(t,T)}}\right)$$

$$I_3^N = \sum_{i=1}^{n} Q_N(\ln Z(T) < \ln H | \ln Z(u_i) = \ln H) q_N^{UP}(u_i)$$

$$I_4^N = \sum_{i=1}^{n} Q_N(\ln Z(T) < \ln K | \ln Z(u_i) = \ln H) q_N^{UP}(u_i)$$

$$I_5^N = \sum_{i=1}^{n} Q_N(\ln Z(T) > \ln K | \ln Z(u_i) = \ln H) q_N^{DOWN}(u_i)$$

$$I_6^N = \sum_{i=1}^{n} Q_N(\ln Z(T) > \ln H | \ln Z(u_i) = \ln H) q_N^{DOWN}(u_i)$$

$$where\ \ Z(t) = \ln\left(\frac{S(t)}{P(t,T)}\right),$$

$$q_N^{UP}(u_i) = Q_N(\ln Z(u_i) > \ln H) - \sum_{j=1}^{i-1} Q_N(\ln Z(u_i) > \ln H | \ln Z(u_j) = \ln H) q_N^{UP}(u_j)$$

$$q_N^{DOWN}(u_i) = Q_N(\ln Z(u_i) > \ln H) - \sum_{j=1}^{i-1} Q_N(\ln Z(u_i) > \ln H | \ln Z(u_j) = \ln H) q_N^{UP}(u_j)$$

$$u_i = t + i\Delta t,\ \Delta t = \frac{T-t}{n}$$

(4) 레인보우옵션 (기초자산 2개)

< 주가연계예금 예제>

발행일	2004-03-30
만기일	2004-09-30
기준주가	2004-03-30의 KOSPI200(=K^1) 및 삼성전자의 종가 (=K^2)
만기지급구조	기초자산 중 만기지수 결정일(2004-09-23)의 높은 수익률 기준 ·0~5% 상승시 : 수익률의 55% 지급 ·% 이상 상승시 : 연 5.5% 지급
구조분해	·1년만기 채권(액면 FV) + 레인보우콜옵션 매수 + 레인보우콜옵션 매도 ·레인보우콜옵션매수(K^1=100, K^2=100) $= FV*55\%*\left(\max\left(\frac{S_T^1}{K^1}, \frac{S_T^2}{K^2}\right) - 1\right)^+$ ·레인보우콜옵션매도(K^1=100, K^2=100) $= FV*55\%*\left(\max\left(\frac{S_T^1}{K^1}, \frac{S_T^2}{K^2}\right) - 1.05\right)^+$

< 가격평가식 >

$$C = S_1(t)[J_{12}^1 - J_{12}^2] + S_2(t)[J_{21}^1 - J_{21}^2] - KP(t,T)[1 - J_{12}^3]$$

$$P = KP(t,T)[J_{12}^3] - S_1(t)[J_{12}^2] - S_2(t)[J_{21}^2]$$

① 고정이자율인 경우

$$J_{ij}^1 = \Phi(d_{ij})$$

$$J_{ij}^2 = \Phi_2\left(d_{ij}, -d_i; \frac{(\rho_{ij}\sigma_j - \sigma_i)}{\Sigma}\right)$$

$$J_{ij}^3 = \Phi_2(-d_i + \sigma_i\sqrt{T-t}, -d_j + \sigma_j\sqrt{T-t}; \rho_{ij})$$

$$where\ \ d_i = \frac{\ln\left(\frac{S_i(t)}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma_i^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_i\sqrt{T-t}},\ d_{ij} = \frac{\ln\left(\frac{S_i(t)}{S_j(t)}\right) + \frac{\Sigma}{2}(T-t)}{\sqrt{\Sigma(T-t)}},$$

$$\Sigma = \sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\rho\sigma_i\sigma_j,\ \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i\sigma_j},$$

$\Phi_n(\,\cdot\,;\rho)$: n차원 누적표준정규밀도함수 (ρ : 상관관계)

② 확률적 이자율인 경우

$$J_{ij}^1 = \Phi(d_{ij})$$

$$J_{ij}^2 = \Phi_2\left(d_{ij}, -d_i; \frac{\left(\rho_{ij}\sqrt{\sigma_F^j(t,T)} - \sqrt{\sigma_F^i(t,T)}\right)}{\Sigma}\right)$$

$$J_{ij}^3 = \Phi_2\left(-d_i + \sqrt{\sigma_F^i(t,T)}, -d_j + \sqrt{\sigma_F^j(t,T)}; \rho_{ij}\right)$$

$$where\ \ d_i = \frac{\ln\left(\frac{S_i(t)}{KP(t,T)}\right) + \frac{\sigma_F^i(t,T)}{2}}{\sqrt{\sigma_F(t,T)}},\ d_{ij} = \frac{\ln\left(\frac{S_i(t)}{S_j(t)}\right) + \frac{\Sigma}{2}}{\sqrt{\Sigma}},$$

$$\Sigma = \sigma_F^i(t,T) + \sigma_F^j(t,T) - 2\rho_{ij}\sqrt{\sigma_F^i(t,T)\sigma_F^j(t,T)},$$

$\rho_{ij} = \dfrac{\sigma_F^{ij}(t,T)}{\sqrt{\sigma_F^i(t,T)\sigma_F^j(t,T)}}, \Phi_n(\,\cdot\,;\rho)$: n차원 누적표준정규밀도함수 ($\rho$: 상관관계)

(5) 레인보우옵션(기초자산 3개)

< 주가연계예금 예제>

발행일	2005-06-28
만기일	2006-06-28
기준주가	2005-06-28의 삼성전자(=K^1), POSCO(=K^2), 현대차(=K^3)의 종가
만기지급구조	세 기초자산의 만기지수 결정일(2006-06-23)의 주가의 수익률 기준 ·모두 0% 이상 : 연 5.05% 지급 ·그 외 : 연 1.5% 지급

구조분해	·1년만기 채권(액면 FV) + 레인보우디지털콜옵션 매수1 + 레인보우콜옵션 매수2 ·레인보우콜옵션매수1 (K^1=100, K^2=100, K^3=100) $= FV * 5.05\% * 1_{\{A\}}, A = \{w \mid S_T^1 \geq K^1, S_T^2 \geq K^2, S_T^3 \geq K^3\}$ ·레인보우콜옵션매수1 (K^1=100, K^2=100, K^3=100) $= FV * 5.05\% * 1_{\{A^c\}}, A = \{w \mid S_T^1 \geq K^1, S_T^2 \geq K^2, S_T^3 \geq K^3\}$

< 가격평가식 >

$C = FP(t,T) J_{123}^1$

$P = FP(t,T) J_{123}^2$

① 고정이자율의 경우

$$J_{ijk}^1 = \Phi_3\left(d_i - \sigma_i \sqrt{T-t}, d_j - \sigma_j \sqrt{T-t}, d_k - \sigma_k \sqrt{T-t}; \rho_{ij}, \rho_{ik}, \rho_{jk}\right)$$

$$J_{ijk}^2 = \Phi_3\left(-d_i + \sigma_i \sqrt{T-t}, -d_j + \sigma_j \sqrt{T-t}, -d_k + \sigma_k \sqrt{T-t}; \rho_{ij}, \rho_{ik}, \rho_{jk}\right)$$

$$where\ \ d_i = \frac{\ln\left(\frac{S_i(t)}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma_i^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma_i \sqrt{T-t}},\ \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j},$$

$\Phi_n(\cdot;\rho)$: n차원 누적표준정규밀도함수 (ρ : 상관관계)

② 확률적 이자율의 경우

$$J_{ijk}^1 = \Phi_3\left(d_i - \sqrt{\sigma_F^i(t,T)}, d_j - \sqrt{\sigma_F^j(t,T)}, d_k - \sqrt{\sigma_F^k(t,T)}; \rho_{ij}, \rho_{ik}, \rho_{jk}\right)$$

$$J_{ijk}^2 = \Phi_3\left(-d_i + \sqrt{\sigma_F^i(t,T)}, -d_j + \sqrt{\sigma_F^j(t,T)}, -d_k + \sqrt{\sigma_F^k(t,T)}; \rho_{ij}, \rho_{ik}, \rho_{jk}\right)$$

$$where\ \ d_i = \frac{\ln\left(\frac{S_i(t)}{KP(t,T)}\right) + \frac{\sigma_F^i(t,T)}{2}}{\sqrt{\sigma_F(t,T)}},\ \rho_{ij} = \frac{\sigma_F^{ij}(t,T)}{\sqrt{\sigma_F^i(t,T)\sigma_F^j(t,T)}},$$

$\Phi_n(\cdot;\rho)$: n차원 누적표준정규밀도함수 (ρ : 상관관계)