한국 주식 시장에서의 조건부 왜도 모형의 유용성에 관한 연구

구 본 일 (연세대학교)

엄 영 호 (연세대학교)

추 연 욱 (연세대학교)

본 연구는 한국 주식 시장의 자료를 이용하여 조건부 왜도 모형의 유용성에 대해 실증 분석 하였다. 먼저, 기존의 조건부 왜도 모형들에서 나타난 모형 추정의 문제와 3차 4차 적률의 다이내믹스에 관련된 이슈들을 살펴 보고, 다양한 형태의 조건부 왜도 모형을 추정해 보았다. 적절한 조건부 왜도 모형의 탐색을 위해 기존 연구에서 사용해 온 모수적 방법과 함께 비모수적 방법인 런 테스트를 응용한 새로운 접근법을 사용하였다.

조건부 왜도 모형과 기존의 주가 수익률 모형들과의 성과 비교를 위해 VaR를 성과 측정의 척도로 사용하였으며, VaR 측정의 현실성을 높이기 위해 일별로 모형을 갱신하여 예측 VaR 초과 일수를 구해 성과를 측정하였다.

실증 분석에는 KOSPI 수익률뿐 아니라 Fama-French 방식으로 만든 하위 포트폴리오를 사용하였는데, 주가 수익률에 조건부 왜도가 나타나고 있음을 확인했고, 조건부 왜도 모형은 하위 포트폴리오를 설명하는데 더 적합하다는 사실을 보였다. 그리고 VaR 성과 평가 결과 조건부 왜도 모형이 다른 여러 모형들에 비해 좋은 성과를 나타내고 있으며, 특히 비대칭 GARCH 모형에 비해서도 다소 개선된 결과를 지니고 있음을 보였다.

핵심단어: 조건부 왜도 모형, Value-at-Risk, skewed-*t*, GARCH, 주가수익률

1. 서론

최근 주가 수익률의 분포의 비대칭성에 대해 많은 연구가 이루어지고 있는 것은 무엇보다도 실제 주식 수익률 분포에 일반적으로 음의 왜도가 체계적으로 나타나고 있기 때문이다. 음의 왜도가 발생한다는 것은 자산의 가격이 같은 크기로 상승할 확률보다 같은 크기로 하락할 확률이 더 크다는 것을 의미한다. 그 동안 자산 수익률 분포의 특징 중에서 초과 첨도는 분산의 시변동성(time varying)이라는 의미를 지니고 있어 모형의 적합성을 측정하는 척도로 사용되어 연구가 활발히 진행되어 왔으나 왜도는 실증적으로 시간 가변적 현상이 명확하게 나타나고 있음에도 불구하고 상대적으로 대부분의 연구에서 그것을 모형에 반영하지 않았다. 하지만, 주가 수익률 분포의 왜도는 분포의 정확한 측정이 기반이 되는 위험관리 분야뿐 만 아니라, 자산 가격결정모형과 포트폴리오 선택, 옵션 가격 평가모형에서도 중요하게 고려되어야 하는 요소이다.

Hansen[1994]이 제시한 조건부 왜도(conditional skewness)모형은 지금까지 자산의 수익률을 설명하는 모수적 조건부 모형들 중에서 가장 확장된 모형으로서 자산수익률을 설명하는 일반적인 모형으로 주목을 받고 있다. 그것은 EGARCH나 GJR-GARCH 모형 같은 비대칭 이분산성(heteroskedasticity) 모형에서 더 확장되어 3차, 4차 적률인 왜도와 첨도의 다이내믹스에 대해서도 시변동성을 고려하고 있으며, 조건부 잔차의 분포도 정규분포 이외의 더 유연한 분포를 사용함으로써 자산 수익률의 분포를 더욱 세밀하게 모형화할 수 있다. 기존의 여러 실증 연구들에서도 자산 수익률 분포에 통계적으로 왜도가 나타나고 있다는 것이 밝혀져 있으며, Harvey and Siddique[1999]는 비대칭 GARCH 계열의 조건부 분산의 상당 부분이 조건부 왜도 때문에 발생하고 있고, 직접적으로 조건부 잔차에 왜도를 고려하는 것이 비대칭 GARCH 모형에 비해 더 효율적이라고 주장하고 있다.

그런데, 조건부 왜도 모형은 확장된 모형으로서 일반적인 자산 수익률 분포에 대해 유연하게 적용할 수 있다는 장점을 지니고 있지만 조건부 잔차의 수익률 분포 선택의 문제와 고차 적률의 구체적인 다이내믹스에 대한 설정이 유동적이라는 어려움을 수반하고 있다. 그리고 조건부 왜도 모형의 유연성으로 인해 연구자에 따라 모형의 형태가 다양하고, 추가적으로 추정해야 하는 모수의 수가 늘어나기 때문에 모형의 효율성이 떨어진다는 단점이 있다. 따라서 조건부 왜도 모형을 어떻게 설정하는 것이 적절한 지, 그리고 지금까지 제시된 자산의 수익률을 설명하는 여러 모형들에 비해 조건부 왜도 모형이 어떠한 장점을 지니고 있는지 탐색하는 것이 필요하다.

먼저, 기존의 조건부 왜도 모형에 대한 연구들은 모형을 설정하고 추정하는 데 초점을

맞추고 있다. 그러나 조건부 왜도 모형이 다른 분포들과 모형들에 비해 주가 수익률의 분포를 더 정확하고 효율적으로 설명하고 있는지에 대한 성과 비교 연구가 그다지 이루어지지 않았다. 이는 자산 수익률의 확률분포를 추정하기 위해 사용되는 자료가 횡단면 자료가 아니라 시계열 자료이기 때문에 단순히 확률밀도함수의 적합도(goodness of fit)를 측정하는 척도들을 사용해 모형의 성과를 비교하기 힘들고, 실증 연구들에서 모형들 간의 성과 평가에 주로 사용하는 *LR*테스트도 모형들 간에 동일한 로그우도 함수를 갖고 있는 상태에서 제약조건을 부여할 수 있어야 하기 때문이다. 따라서 지금까지 다양하게 제시된 자산 수익률 분포에 대한 모형들에 비해 동일한 척도로 조건부 왜도 모형이 더 우월한 성과가 있다는 것을 보이는 것이 힘들었다.

둘째, 조건부 왜도 모형이 주가 수익률 분포를 잘 설명하고 있다는 것을 보이기 위해서는 표본기간 내의 자료를 모형이 얼마나 잘 설명하고 있는가를 살펴보는 것으로는 부족하다. 좋은 모형이 되기 위해서는 표본기간 외의 기간에서 자산 수익률 분포의 예측 성과가 좋아야 한다. 또 실증 연구의 측면에서 조건부 왜도 모형을 추정하는 것에서 발전하여 어떻게 실제 금융시장에서 이용될 수 있는지 살펴보는 것이 중요하다. 그리고 자산수익률을 설명하는 여러 분포들에 비해 조건부 왜도 모형을 사용하는 것이 기대수익률 측정이나 위험관리에 효익을 제공할 수 있는지 확인하는 것이 필요하다.

셋째, 조건부 왜도 모형에서는 고차적률인 3차와 4차 적률을 고려하고 있는데, 이들 적률의 다이내믹스를 어떻게 부여하는 것이 적절한 지에 대해 체계적인 연구가 이루어지지 않았다. 고차적률의 다이내믹스 부여에 대한 문제는 고차적률과 이를 묘사하는 확률밀도함수의 모수들과의 형태차이에서부터 발생하게 된다. 분산의 다이내믹스를 부여하는 GARCH 모형의 경우는 2차 적률과 확률밀도함수의 모수인 분산이 동일한 형태이지만 조건부 왜도모형에서는 분포의 3차 적률과 일반적으로 사용되는 왜도의 척도와는 차이가 있고, 확률밀도함수 내에서 왜도에 영향을 주는 모수와도 차이가 있다. 따라서 어디에 다이내믹스를 부여할 것인지 어떤 형태의 다이내믹스를 부여할 것인지 결정을 해야 한다.

본 연구에서는 조건부 왜도 모형 추정 자체에 초점을 맞추고 있는 기존 연구들을 확장하여 조건부 왜도 모형의 성과를 Value-at-Risk (이하, VaR)라는 척도로 주가 수익률을 설명하는 여러 모형들과의 성과를 비교하였다. 자산 수익률 분포의 적합성을 검증하는 방법은 여러 가지가 있지만, 모형을 이용한 자산 가격 결정이나 위험 헤지와 같은 성과가 바탕이 되는 척도를 사용하는 것이 더 의미가 있다고 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서는 위험관리 도구로서 자산 수익률 분포를 정확히 예측하는 것이 무엇보다도 중요한 VaR를 분포 모형의 적합성을 측정하는 척도로 사용하였다.

한편, 본 연구에서는 실증분석을 최대한 현재 수행하고 있는 VaR 위험관리 기법과 유사하게 구성했다. 먼저, 실증 분석 대상으로 Fama-French 방식으로 만든 포트폴리오를 사용하였다. 그리고 VaR를 구하는 모형으로는 3차 이상의 적률을 반영하고 있는 모형을 중심으로 다양한 범주의 모형들을 비교하였다. 특히 위험관리에 주로 사용되고 있는 비대칭 GARCH 모형과 극단치를 잘 반영하고 있는 극단치 이론 모형(extreme value theory model) 선택하였다. 또, 현실적인 VaR 추정을 위해 일별자료를 사용하여 모형을 추정하는 표본기간을 일별로 갱신하였다. 이것은 자산 수익률을 추정하는 모형들의 성과를 표본기간(in-sample period)의 적합성보다 표본기간 밖의 기간(out-of-sample period)의 예측 성과에 초점을 맞추고 있다는 의미가 있다.

앞에서 언급한 조건부 왜도 모형의 성과를 확인하기 위해서는 무엇보다도 먼저 주식 수익률 분포에 대한 조건부 왜도 모형을 적절하게 설정하는 것이 선행되어야 한다. 따라서 본 연구에서는 기존의 조건부 왜도 모형들에서 나타난 모형추정의 문제와 3차 4차 적률의 다이내믹스에 관련된 이슈들을 살펴 보고, 다양한 형태의 조건부 왜도 모형을 추정해 보았다. 적절한 모형의 탐색을 위해 기존 연구에서 사용해 온 모수적 방법과 함께 비모수적 방법인 런 테스트를 응용한 새로운 접근법을 사용하여 조건부 왜도 모형의 적합성을 살펴 보았다. 본 연구의 실증분석 결과에 의하면 조건부 왜도 모형을 사용해 구한 VaR의 성과가 다른 여러 모형들에 비해 우월하다 것을 밝혔으며, 특히 비대칭 GARCH 모형에 비해서도 다소 개선된 성과를 보였다.

본 연구는 5개의 장으로 구성되어 있다. 2장에서는 조건부 왜도 모형의 특징과 이슈를 중심으로 여러 가지 자산수익률 분포 모형의 이론적 배경을 살펴보았다. 3장에서는 실증 분석에서 사용된 VaR 방법론과 조건부 왜도 모형의 비교대상이 된 여러 모형에 대해 정리하였다. 4장에서는 실증 분석 데이터의 구성과 실증분석결과를 정리하고 5장 결론에서는 연구의 시사점과 한계점을 제시하였다.

2. 조건부 왜도 모형의 특징과 이슈

2.1. 조건부 왜도 모형 (Conditional skewness model)

조건부 왜도 모형은 GARCH모형이 분산에 대한 다이내믹스를 추가하여 이분산성(heteroskedasticity)을 제어하고 있는 것과 마찬가지로 조건부 잔차에 대한 분포로 고차적률이 표현되는 분포를 사용하고 고차적률에 대한 다이내믹스를 추가하여 시계열 자료의 이왜도성(hetero-skewness) 또는 이첨도성(hetero-kurtosis)과 같은 비정상성(nonstationarity)을 반영한 모형이다.

Hansen[1994]은 Engle[1982]의 조건부 분산모형을 확장하여 조건부 왜도 모형을 제시하였다. 특별히 이 연구에서 새롭게 시도된 것은 고차 적률을 고려했다는 것 외에도 왜도와 첨도를 나타내는 모수들이 시간에 따라 변동(time-varying) 하도록 다이내믹스를 모형화 했다는 것이다. 이는 왜도와 첨도도 분산과 마찬가지로 조건부 정보에 영향을 받고 있다고 보는 것이다.

Hansen[1994]의 연구에서 자산 수익률 조건부 잔차의 분포로 skewed-t 분포를 사용하고 있는데, 기존의 Student's-t는 분포에 비대칭성을 나타내는 모수 λ를 추가해 식(1)과 같이 확률변수를 정의한다. 이 분포의 장점은 상대적으로 적은 모수를 사용해 왜도와 첨도를 나타낼 수 있고, 닫힌 형태의 확률밀도함수(closed form density function)이 있어 최우추정 방법을 사용할 수 있다는 것이다. 아래의 식(2)은 평균이 0이고 단위 분산을 가진 skewed-t 분포의 확률밀도함수이다.

$$y = \begin{cases} (1-\lambda)X & \text{if } X \le 0, \\ (1+\lambda)X & \text{if } X > 0 \end{cases} \tag{1}$$

where, $X \sim$ Student's t distribution with η degree of freedom

$$gt(z|\eta,\lambda) = \begin{cases} bc\left(1+\dfrac{1}{\eta-2}\left(\dfrac{bz+a}{1-\lambda}\right)^2\right)^{\frac{-(\eta+1)}{2}} & \text{if } z < -\dfrac{a}{b}, \\ bc\left(1+\dfrac{1}{\eta-2}\left(\dfrac{bz+a}{1+\lambda}\right)^2\right)^{\frac{-(\eta+1)}{2}} & \text{if } z \ge -\dfrac{a}{b}, \end{cases} \tag{2}$$

where,

$$a \equiv 4\lambda c\frac{\eta-2}{\eta-1}, \quad b^2 \equiv 1+3\lambda^2 - a^2, \quad c \equiv \frac{\Gamma((\eta+1)/2)}{\sqrt{\pi(\eta-2)}\Gamma(\eta/2)}.$$

$$E[y] = a, \quad E[y^2] = b^2 + a^2, \quad V[y] = b^2, \quad z = \frac{y-a}{b}$$

Harvey and Siddique[1999]는 non-central-t 분포를 사용하여 조건부 왜도 모형을 추정하였다. 식(3)에서 보는 바와 같이 비대칭성과 꼬리의 두꺼운 정도를 나타내는 모수 δ와 v가 포함되어 있다.

$$t'_v(\delta) = \frac{U+\delta}{\chi_v v^{-1/2}}$$

where, U : standard normal distribution, (3)

χ : chi square distribution.

δ : noncentrality parameter

이 연구에서는 Hansen[1994]의 연구와는 달리 모수인 δ와 v 의 다이내믹스를 부여하는 것이 아니라 표본 왜도(sample skewness)에 직접 다이내믹스를 부여하였고 모수들은 적률들간의 관계식으로부터 간접적으로 추정하였다. 왜도와 첨도의 다이내믹스를 모수에다 부여할 것인지 아니면 왜도나 첨도 자체에 부여할 것인지는 조건부 왜도 모형에서 중요하게 다루어야 할 점이기 때문에 다음 절에서 자세하게 언급한다.

Jondeau and Rockinger[2003]의 연구에서는 Hansen[1994]의 모형의 적률들과 누적밀도 함수를 수식으로 제시하였고 모수가 존재하는 범위를 구하고 모수 추정을 수월하게 추정하는 방법을 제시하였다. 특히 왜도와 첨도의 다이내믹스에 대해 모형화하지 않고 모수인 η와 λ의 다이내믹스에 대해 자세하게 분석하였다. 특정 형태의 다이내믹스를 정하지 않고 다양한 형태의 다이내믹스를 나타내는 모형들을 제시하고 시뮬레이션을 통해 모수 추정이 안정적으로 이루어 질 수 있는가에 대해서도 살펴 보았다. 또, 시뮬레이션을 사용해 skewed-t 분포의 모수들에 자기상관을 모형화하게 되면 모수 추정이 안정적으로 이루어지지 않는다고 지적하였다.

2.2. 조건부 왜도 모형의 다이내믹스 설정의 문제

조건부 왜도 모형에서 무엇보다도 중요한 문제는 왜도의 시변동을 반영하는 다이내믹스를 결정하는 것이다. 조건부 왜도 모형에서는 GARCH모형의 분산 다이내믹스와는 달리 왜도와 첨도의 다이내믹스에 대해 공통적으로 사용되는 형태가 정해지지 않은 상태이다. 이 같은 현상이 발생하게 된 원인은 분산의 경우는 2차 적률의 형태와 분산의 형태가 정의상으로 일치하고 있지만, 왜도와 첨도의 경우에는 왜도와 첨도에 영향을 주는 모수의 형태와 왜도와 첨도의 정의가 서로 다르기 때문이다. 왜도와 첨도에 영향을 주는 모수들은 어떤 분포를 사용하는가에 따라 다양한 종류가 존재하게 된다.

분포 모형의 왜도와 첨도를 표현하기 위해서는 분포의 기울어진 정도(λ)와 꼬리의 두꺼운 정도(η)를 나타내는 모수들의 함수로 구성된 적률이 필요하다. 여기서 문제가 발생하는데, 왜도와 첨도에 영향을 주고 있는 모수들에 대한 다이내믹스를 모형화할 것인지 이들 모수로 구해진 왜도와 첨도에 대한 다이내믹스를 모형화할 것인지에 대한

것이다. 두 가지 접근법이 모두 장단점이 있는데, 모수 자체의 다이내믹스를 모형화하게 되면 전체 조건부 모형의 구조가 비교적 간단해져 모수 추정이 효율적으로 이루어진다는 장점이 있는 반면 분포의 왜도와 첨도에 여러 개의 모수가 동시에 나타나고 있어 분포를 묘사하고 있는 모수와 일반적인 왜도와 첨도 사이에 해석이 어렵다는 문제가 발생한다. 반대로, 정의된 왜도와 첨도의 다이내믹스를 모형화하는 경우는 직관적인 이해가 수월하고 왜도와 첨도가 여러 분포들에게 적용될 수 있어 비대칭이나 두꺼운 정도를 서로 비교할 수 있다는 장점이 있지만, 분포의 모수들이 왜도와 첨도에 포함되어 있기 때문에 직접적인 모수 추정이 어려워진다. Hansen[1994], Premaratne and Tay[2002], Jondeau and Rockinger[2003]은 위에서 언급한 두 가지 접근법 중에서 모수의 다이내믹스를 직접 모형화하는 방법을 사용하고 있으며 Harvey and Siddique[1999], Leon, Rubio and Serna[2003]의 연구에서는 왜도의 다이내믹스를 모형화하였다.

그러나, 자산 수익률의 분포를 정확하게 설명하기 위해 고차적률의 다이내믹스를 부여할 때는 왜도와 첨도에 다이내믹스를 부여하는 것은 비효율적 방법이다. 왜냐하면, 조건부 왜도 모형을 추정하기 위해서는 λ와 η 의 함수의 형태로 나타나는 왜도와 첨도에서 λ와 η 를 찾아내는 과정을 거쳐야 한다. 특히 왜도와 첨도로부터 λ와 η 를 찾으려면 감마함수가 포함되어 있기 때문에 수치해석적인 방법이 필요하다. 조건부 왜도 모형은 GARCH 모형에 비해 상대적으로 추정해야 할 모수가 많은 상태에서 왜도와 첨도로부터 모수를 찾아내는 과정이 추가되면 전체 모형 추정에 현실적으로 상당한 부담을 주게 되어 안정적인 모수 추정이 어렵게 된다. 따라서 본 연구에서는 Hansen[1994]의 연구에서 처럼 skewed-t 분포를 사용하여 모수 자체에 직접 다이내믹스를 부여하는 방식으로 조건부 왜도 모형을 추정하였다.

2.3. 조건부 왜도 모형의 추정

조건부 왜도모형의 추정은 식 (2)에서 제시된 skewed-t 분포의 확률밀도함수를 이용한 최우추정 방법을 사용한다. skewed-t 분포의 로그우도 함수 속에는 감마함수가 포함되어 있기 때문에 닫힌 형태의 그래디언트(closed form gradient)가 존재하지 않는다. 따라서 최우추정을 위해서는 수치해석적 방법을 사용하게 된다. 더욱 어려운 점은 skewed-t 분포뿐만 아니라 고차 적률를 반영하고 있는 분포들에서는 모수들이 일정 범위를 벗어나게 되면 분포자체가 정의되지 않는 경우가 발생하게 된다. 이론적으로 skewed-t 분포가 정의되기 위해서는 모수가 $2 < \eta < \infty$, $-1 < \lambda < 1$의 범위 내에 존재해야 한다.

2.4. 조건부 왜도 모형의 적합성

일반적으로 모형의 검증은 기본적으로 추정된 계수의 t 통계량이 유의적인가를 살펴 보면 된다. 그런데 조건부 왜도 모형에서는 상대적으로 추정해야 할 모수의 개수도 많고 왜도와 첨도에 대한 다이내믹스가 알려져 있지 않기 때문에 계수의 유의성 여부만을 가지고 모형의 적합성을 평가하기가 힘들다. 특히 skewed-t 분포를 사용하는 조건부 왜도 모형을 실증자료로 추정해 보면 다양한 형태로 구성된 λ_t와 η_t 다이내믹스의 계수의 유의성이 포트폴리오에 따라 서로 다르게 나타나게 된다.

모형의 성과를 평가한 대부분의 실증연구에서는 LR 테스트를 사용하고 있다. 식 (4)과 같은 정규 LR 통계량은 자유도가 제약조건의 개수인 χ^2분포를 따르게 되고 이를 이용해 제약모형(restricted model)과 비제약모형(unrestricted model)간의 적합성을 검증할 수 있다.

$$LR = -2\left(\ln L_0 - \ln L_1\right) \tag{4}$$

그런데, LR 테스트는 동일한 로그우도 함수를 지니고 있는 일반 모형과 제약모형 사이에서만 성과 평가가 가능하다. 그리고 잔차의 분포가 정규분포를 따르고 있어야 LR 통계량은 정확히 χ_v^2 분포를 따르기 때문에 본 연구에서와 같이 조건부 잔차가 skewed-t 분포를 따르고 있다고 가정하게 되면 정확한 LR 테스트는 수행할 수 없게 되고 충분히 많은 수의 표본을 확보해 근사 LR 테스트를 적용해야 한다.

조건부 왜도 모형의 적합성을 검증하는데, 모수적인 방법인 LR 테스트를 사용하기 위해서는 여러 가지 다이내믹스를 모두 다 포함하는 비제약 모형의 추정 결과가 있어야 한다. 그러나 현실적으로 이러한 비제약 모형을 추정하는 것이 힘들기 때문에 다양한 다이내믹스에 대해 LR 테스트를 적용하는 것은 한계가 있게 된다.

본 연구에서는 조건부 왜도 모형의 적합성을 효과적으로 살펴 보기 위해 모수적인 LR 테스트와 비모수적인 런 테스트를 병행하여 사용하였다. 런 테스트를 이용하면 너무 복잡한 다이내믹스가 설정되어 전체 모형의 적합성을 해치고 있는 모형들을 효과적으로 찾아낼 수 있다. 또 런 테스트는 관측치의 크기에 상관없이 부호만 보고 판단하는 비모수적인 방법이기 때문에 극단치 자료들이 포함되어있는 경우에도 적용이 가능하고 조건부 잔차의 분포를 구체적으로 설정하지 않아도 된다는 장점이 있다.

본 연구에 사용된 런 테스트는 조건부 왜도 모형의 적합성 검증을 위해 기존의 확률적 임의성을 테스트하는 런 테스트를 응용한 것이다. 본 연구의 런 테스트는 다음과 같은 과정을 거쳐 수행하였다.

먼저 식 (5)에서와 같이 조건부 수익률의 잔차 ε_t 에 조건부 분산 σ_t^2을 사용해 표준화된 조건부 수익률의 잔차 z_t를 구한다. 표준화된 조건부 수익률의 잔차 z_t 는 skewed t 분포를

따르게 된다.

$$z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \sim skewed-t\left(0,1,\eta_t,\lambda_t\right) \tag{5}$$

조건부 수익률의 잔차가 정규분포를 따른다고 가정하고 있는 기존의 런테스트에서는 평균인 0을 기준으로 1과 0의 값을 부여하고 있는데 반해 조건부 수익률의 잔차가 skewed-t 분포를 따르게 되면 0을 기준으로 1과 0의 값을 부여할 수 없게 된다. 왜냐면, skewed-t 분포는 확률밀도함수의 모양이 비대칭적으로 찌그러져 있기 때문에 확률적인 빈도가 동일하게 나타나게 되는 지점이 0이 아니기 때문이다. 따라서 식 (6)과 같은 조건을 만족하는 기준점 q_t 를 구해내고 q_t 를 기준으로 1과 0의 값을 부여한다. 본 연구에서는 수치 해석적 방법인 가우시안 쿼드러처(gaussian quadrature)를 사용하여 q_t를 구해 내었다.

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{q_t} gt\left(z\middle|\eta_t,\lambda_t\right)dz = 0.5 \\ &where, gt\left(z\middle|\eta_t,\lambda_t\right): p.d.f.\ \text{of skewed-}t\text{ distribution} \end{aligned} \tag{6}$$

식 (6)으로 구해진 q_t 를 기준으로 1과 0의 값을 부여하고 런테스트를 수행한다. 만일 조건부 왜도 모형에서 부여된 η_t 와 λ_t의 다이내믹스가 적절하게 부여되었다면, 표준화된 조건부 잔차 z_t 는 q_t 를 기준으로 임의적으로 나타나게 된다. 따라서 적절한 조건부 왜도 모형이 설정되었다면 z_t가 임의성을 지니고 있다는 귀무가설을 채택하는 런테스트 결과가 나오게 된다.

3. 비정규분포를 가정한 VaR 측정모형

본 연구에서는 조건부 왜도 모형의 성과를 비교해 보기 위해 VaR 값을 사용하였다. VaR 값은 위험관리의 기본 도구로서 금융기관에서 보편적으로 사용되고 있으며, 자산 수익률 분포를 정확히 측정하는 것이 중요하기 때문에 조건부 왜도 모형의 성과를 가시적이면서도 실질적으로 평가하는데 적합한 방법이 된다.

3.1. VaR 측정모형

주가 수익률의 분포가 정규분포를 따르지 않고 일반적인 형태를 지니는 경우, VaR를 구하는 방법은 크게 일반적인 형태의 분포를 이용하는 방법과 조건부 모형을 이용하는 방법이 있다. 먼저, 수익률이 일정한 비조건부 확률분포를 따르고 있다고 가정하고 VaR를 구하는 방법이다. 손쉽게 사용할 수 있는 분포로는 자유도에 따라 분포의 꼬리 두께를

조절할 수 있는 Student's-t 분포를 이용하는 것이다. Giot and Laurent[2003]는 왜도까지 고려한 skewed Student's-t 분포를 이용해 구한 VaR의 성과가 대칭적인 분포를 사용한 경우보다 더 우수하다는 사실을 보였다. Venkataraman[1997]과 Zangari[1996]는 혼합정규분포(mixture normal distribution)를 이용해 구한 VaR성과가 전통적인 방법으로 구한 것보다 좋다는 것을 보였다.

둘째, 비조건부 수익률은 정규분포를 따르고 있지 않는다 할지라도, 일정한 모형으로부터 구해진 조건부 수익률은 정규분포를 따른다고 가정하는 것이다. 수익률에 조건을 부여하는 모형으로 일반적으로 많이 사용되는 것은 GARCH 계열의 모형을 사용하는 것이다. Angelidis, Benos and Degiannakis[2004]는 다양한 GARCH 계열의 모형을 이용해 VaR 예측 성과를 비교했으며, Hull and White[1998]는 비정규분포를 따르는 수익률을 정규분포를 따르도록 매핑하는 함수를 구하는데 GARCH 모형을 이용하였다. Duffie and Pan[1997]은 수익률의 분포에 나타나는 두꺼운 꼬리 현상은 수익률에 점프효과와 확률변동성이 존재하기 때문에 나타난다고 언급하였다. 따라서 이들 모형들을 사용하면 포트폴리오의 조건부수익률의 분포는 정규분포에 근사하게 된다고 주장하였다. 그 외 Billio and Pelizzon[2000]는 레짐스위칭(regime switching)을 이용하여 VaR를 구하였다.

셋째, 전통적으로 VaR 추정방법들이 자산 수익률 전체의 분포를 이용하는 것과는 달리 분포의 꼬리 부분만을 추정하는 극단치 이론(extreme value theory)을 이용하는 방법이 있다. 극단치 이론은 수익률분포의 꼬리 부분만을 정확히 추정하는 것이 목적이기 때문에 전체 분포를 가정할 필요가 없다는 장점이 있다. Danielsson and Vries[1997], Ridder[1997]는 극단치 이론을 사용해 VaR를 구해보았는데, 신뢰수준이 높은 구간에서 상대적으로 성과가 좋다는 결과를 제시하였다.

본 연구에서는 조건부 왜도 모형과의 성과비교를 위해 비조건부 모수 모형으로 Student's-t분포와 skewed-t 분포 모형과 두 개의 정규분포로 구성된 혼합정규분포 모형을, 비조건부 비모수 모형으로 5일과 10일을 기준으로 극단치 값들을 추출한 극단치 이론 모형을, 조건부 모수 모형으로 GARCH, EGARCH, GJR-GARCH 모형을 사용하였다. 그리고 극단치 이론 모형을 제외한 모든 모형들은 동일하게 600일의 표본기간을 일별로 갱신해가며 VaR를 구하였으나, 극단치 이론 모형은 모형의 특성 상 5일 또는 10일마다 모수를 갱신하여 VaR를 구하였다.

3.2. VaR 성과 측정모형

VaR의 성과 측정은 한기간 예측치(one-step-ahead forecasts)를 구하고 실제 수익률과의

비교로 예측 VaR를 초과하는 일수부터 구해낸다. 대표적인 VaR 성과 평가 방법으로는 이항 분포(binomial distribution)를 이용한 방법(Kupiec[1995]), 구간 예측치(interval forecasts)를 이용한 방법(Christofferson[1998]), 분포 예측(distribution forecast)을 이용한 방법(Crnkovic and Drachman[1996]) 등이 있다.

본 연구에서는 이항 분포를 이용한 방법과 구간 예측치를 이용한 방법을 사용해 VaR의 성과를 살펴 보았다. VaR 성과 평가의 기본이 되는 이항 분포를 이용한 방법은 예측 VaR 초과 일수가 전체 기간에 걸쳐 고르게 발생하는 것을 전제로 하고 있다. 따라서 이 방법은 예측 VaR 초과 일수가 짧은 기간에 연속적으로 발생하는 경우를 고려하지 않는다. 그러나 예측 VaR 초과 일수가 연속적으로 발생한다는 것은 VaR 모형의 성과가 나쁘다는 것을 의미하므로 이것을 VaR 성과 평가에 고려한 구간 예측치를 이용한 방법을 사용해야 한다. 이항 분포를 이용한 모형과 구간 예측치를 이용한 모형의 관계는 다음의 식 (7)과 같다. 한편, 분포 전체의 적합성을 살펴 보는 분포 예측을 이용한 방법은 사용하지 않았는데, 이는 본 연구의 실증분석에서 유의수준 95%부터 99%까지 1% 단위로 VaR 성과 결과를 제시함으로써 VaR 성과 측정에 관심이 되는 분포 영역을 이미 포함하고 있기 때문이다.

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} \tag{7}$$

where, LR_{uc} : Kupiec[1995] LR statistic focusing on unconditional coverage
LR_{cc} : Christofferson[1998] LR statistic focusing on conditional coverage

$$LR_{ind} = -2\left[\log\left((1-\pi)^{T_{00}+T_{10}}\,\pi^{T_{01}+T_{11}}\right) - \log\left((1-\pi_0)^{T_{00}}\,\pi_0^{T_{01}}\,(1-\pi_1)^{T_{10}}\,\pi_1^{T_{11}}\right)\right]$$

$$\pi = \frac{T_{01}+T_{11}}{T},\ \ \pi_0 = \frac{T_{01}}{T_{00}+T_{01}},\ \ \pi_1 = \frac{T_{11}}{T_{10}+T_{11}}$$

4. 실증분석

4.1. 실증자료

본 연구에서는 한국 주식시장의 1995년 7월 27일부터 2005년 6월 28일까지 총 2600일의 일별 KOSPI자료를 사용하여 실증분석을 수행하였다. 승자오류(survivor bias)를 피하기 위해 상장 폐지된 종목을 포함하여 KOSPI에 상장된 모든 종목을 대상으로 하였다. 포트폴리오는 <표1>에서 제시된 것처럼 Fama and French[1993]의 연구와 동일한 방식으로 기업규모와 장부가치대 시장가격 비율에 따라 각각 3개의 그룹으로 나누어 총 9개로 구성하였다. 포트폴리오의 재구성은 6월 말일을 기준으로 매년 실시하였으며 각 포트폴리오의 수익률은 단순평균의 방식으로 구했다.

<표1> 포트폴리오의 구성

		장부가치 / 시장가격 (Book to Market ratio)		
		소	중	대
기업규모 (Size)	소	P1	P4	P7
	중	P2	P5	P8
	대	P3	P6	P9

<표2>는 실증분석에 사용된 포트폴리오들의 일별 수익률의 기초 통계량이 제시되어 있다. 일반적으로 주가 수익률 자료에서 나타나는 모습과 일관성 있게 KOSPI 지수와 각 포트폴리오 수익률 자료에서도 공통적으로 음의 왜도와 초과 첨도가 나타나고 있다. <표2>의 하단부에 표시된 정규성 검증 지표인 Jarque-Bera 통계량을 살펴보면 주가 수익률 분포가 정규분포를 따른다는 귀무가설을 큰 값으로 기각하고 있음을 확인할 수 있다. 특히 실증연구에서 시장 포트폴리오의 대용치로 주로 사용되고 있는 KOSPI 지수 수익률의 경우에도 음의 왜도와 초과 첨도가 두드러지게 나타나고 있음을 알 수 있다. 포트폴리오 별 왜도는 기업규모가 큰 포트폴리오(P3, P6, P9)와 장부가치대 시장가격 비율이 큰 포트폴리오(P7, P8, P9)에서 상대적으로 0에 가까운 값이 나타나고 있다. 그리고 첨도는 기업규모가 큰 포트폴리오(P3, P6, P9)에서 상대적으로 작은 값을 나타내고 있다. 이는 기업의 규모가 크고 장부가치대 시장가격 비율이 작은 기업의 수익률이 정규분포에 근사하게 안정적으로 나타난다는 일반적인 설명과 일치한다.

<표2> 전체기간 주식 수익률의 기초통계량

포트폴리오	KOSPI	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
상관	1.00	0.55	0.69	0.89	0.62	0.74	0.88	0.60	0.71	0.83
관계		1.00	0.81	0.70	0.81	0.80	0.68	0.84	0.77	0.66
			1.00	0.86	0.89	0.93	0.82	0.85	0.85	0.77
				1.00	0.78	0.89	0.93	0.74	0.81	0.86
					1.00	0.92	0.76	0.88	0.87	0.73
						1.00	0.88	0.88	0.92	0.84
							1.00	0.76	0.87	0.93
								1.00	0.90	0.76
									1.00	0.89
										1.00
평균(%)	0.00	0.10	0.00	0.01	0.10	0.04	0.04	0.11	0.05	0.06
편차(%)	2.09	2.06	2.13	2.01	2.17	2.06	2.08	2.14	2.10	2.14
왜도	-0.18	-0.32	-0.42	-0.24	-0.27	-0.40	-0.08	-0.13	-0.11	-0.03
첨도	5.57	6.34	6.39	5.63	6.28	6.84	5.93	7.25	7.51	5.64
JB	730	1255	1326	779	1198	1672	937	1965	2214	760
pvalue	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

* Jarque-Bera 통계량은 정규성 검증 통계량이며, 정규 분포한다는 귀무가설 하에서 자유도 2인 카이제곱 분포를 따른다. 1% 유의수준에 대한 임계치는 9.21이다.

4.2. 조건부 왜도 모형의 설정

각 모형간의 VaR 값을 이용한 위험관리 성과 비교에 앞서 다양한 형태의 조건부 왜도 모형에 대한 추정을 실시하였다. 조건부 왜도 모형의 추정 시 전체 2600일의 수익률 자료 중에서 1997년 8월 12일부터 2005년 6월 28일까지 2000일의 자료를 사용했는데, 이는 2000일의 VaR 성과 결과를 만들어 낸 것과 일치시키기 위해서이다.

앞 절에서 언급한 것과 같이 조건부 왜도 모형의 다이내믹스에 대한 체계적 접근을 위해 <표3>에서와 같이 모두 18개의 모형을 선정하였다. 모형은 크게 1~4차 적률에 해당하는 평균과 분산과 비대칭성과 두꺼운 정도에 대한 다이내믹스로 구분하여 단순한 모형에서부터 복잡한 모형의 순서로 구성하였다. 제시된 18개 이외에도 다이내믹스에 포함되는 항을 늘이거나 함수의 형태를 조정함으로써 더 다양하게 모형을 제시할 수 있지만, 실제로 모수의 개수가 많아지고 모형이 복잡해지면 추정에 어려움이 발생하기 때문에 가능한 한 단순한 형태의 모형을 제시하였다.

제시된 모형은 모두 동일하게 skewed-t 분포의 확률밀도함수를 사용한 로그우도 함수를 지니고 있도록 설정하였다. 예를 들어, 로그우도 함수에서 $\lambda_0 = 0$ 그리고 $\eta = \infty$ 라는 제약조건을 부여하면 정규분포를 사용한 모형1을 추정할 수 있다.

<표3 > 다이내믹스 구성에 따른 조건부 왜도 모형

	r_t	σ_t^2	η_t	λ_t
모형1(M1)	$r_t=\alpha_0+\alpha_1 r_{t-1}$			
모형2(M2)	″		η_0	λ_0
모형3(M3)	″	$\sigma_t^2=\beta_0+\beta_1 e_{t-1}^2+\beta_2 \sigma_{t-1}^2$		
모형4(M4)	″	″	η_0	
모형5(M5)	″	″	″	λ_0
모형6(M6)	″	″	″	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}$
모형7(M7)	″	″	″	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}^3$
모형8(M8)	″	″	″	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}+\gamma_2 e_{t-1}^2$
모형9(M9)	″	″	″	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}^3+\gamma_2 e_{t-1}^4$
모형10(M10)	″	″	″	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 \lambda_{t-1}$
모형11(M11)	″	″	″	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}+\gamma_2 \lambda_{t-1}$
모형12(M12)	″	″	″	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}^3+\gamma_2 \lambda_{t-1}$
모형13(M13)	″	″	$\eta_t=\delta_0+\delta_1 \eta_{t-1}$	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}$
모형14(M14)	″	″	$\eta_t=\delta_0+\delta_1 \eta_{t-1}$	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}^3$
모형15(M15)	″	″	$\eta_t=\delta_0+\delta_1 e_{t-1}^2+\delta_2 \eta_{t-1}$	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}$
모형16(M16)	″	″	$\eta_t=\delta_0+\delta_1 e_{t-1}^2+\delta_2 \eta_{t-1}$	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}^3$
모형17(M17)	″	″	$\eta_t=\delta_0+\delta_1 e_{t-1}^4+\delta_2 \eta_{t-1}$	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}$
모형18(M18)	″	″	$\eta_t=\delta_0+\delta_1 e_{t-1}^4+\delta_2 \eta_{t-1}$	$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}^3$

모형1은 AR(1)으로 평균에 대한 다이내믹스를 부여하고 조건부 수익률의 잔차가 전통적인 정규분포를 따르고 있는 모형이고, 모형2는 skewed-t 분포를 따르는 모형이다.

이후 모형에는 모두 평균에 대한 다이내믹스로 AR(1)모형을 적용하였다. 일반적으로 평균의 다이내믹스는 AIC(Akaike information criterion)나 BIC(Bayesian information criterion)기준을 사용해 ARMA(p,q)모형을 설정하게 된다. 그러나 본 연구의 초점이 주가 수익률 평균의 다이내믹스 추정에 있는 것이 아니기 때문에 거의 모든 주가 수익률에서 의미 있게 나타나고 있는 AR(1)모형을 선택하였다.

모형3은 조건부 수익률 잔차의 분포가 정규분포를 따르는 전형적인 GARCH(1,1) 모형이고, 모형4는 조건부 수익률의 잔차의 분포가 Student's-t 분포를 따르는 TGARCH(1,1) 모형이고, 모형5는 조건부 수익률의 잔차의 분포가 skewed-t 분포를 따르는 GARCH(1,1) 모형이다. 모형3 이후로는 모두 분산의 다이내믹스를 GARCH(1,1)로 설정하였다. 분포의 비대칭성에 대해서는 직접적으로 λ가 반영하고 있기 때문에 굳이 EGARCH나 GJR-GARCH 같은 비대칭적인 분산의 다이내믹스를 설정하지 않았다. 이는 조건부 왜도를 고려하게 되면 비대칭 GARCH 모형의 적합성이 감소한다는 Harvey and Siddique[1999]의 결과를 반영한 것이다. 그리고 공통적으로 분산의 다이내믹스로 GARCH(1,1)을 설정한 것은 평균의 다이내믹스에서 AR(1)을 선택한 것과 마찬가지로 여러 자료들에 적용해도 공통적으로 의미 있는 추정이 이루어지기 때문이다.

모형6부터는 비대칭을 묘사하는 λ_t에 대한 다이내믹스를 부여하고 있기 때문에 조건부 왜도 모형이라고 할 수 있다. 먼저 모형6에서 모형12까지 분포의 꼬리가 두꺼운 정도를 나타내는 η는 상수로 일정하다고 설정한 모형이며 모형12부터 모형 18까지는 η_t의 다이내믹스도 고려한 모형이다. 조건부 왜도 모형에서는 분포의 두꺼운 정도보다는 비대칭성에 더 초점을 맞추고 있는데, 이는 η_t의 다이내믹스를 안정적으로 추정하기 힘들고 η_t의 다이내믹스가 전체 로그우도함수에 미치는 영향이 상대적으로 작다는 사실을 반영한 것이다.

λ_t와 η_t 에 대한 다이내믹스는 ARMA모형과 유사하게 잔차들(e_{t-1}, e_{t-1}^2, e_{t-1}^3, e_{t-1}^4) 과 자기회귀변수(λ_{t-1}, η_{t-1})들의 선형결합의 형태로 구성하였다. λ_t와 η_t는 분포의 고차적률을 반영하고 있는 것이기 때문에 e_{t-1}^3, e_{t-1}^4을 포함하였고 λ_t 에서는 e_{t-1}, e_{t-1}^3을 중심으로 η_t에서는 e_{t-1}^2, e_{t-1}^4를 중심으로 다이내믹스를 구성하였다. 한편, 자기회귀 변수는 λ_{t-1}, η_{t-1} 만을 넣었는데, 이는 Jonedeau and Rokinger[2003]에서 언급한 바와 같이 자기회귀 변수가 포함된 모형은 데이터의 수가 증가하면 가성회귀(spurious regression) 문제가 발생해 추정이 어렵다는 사실을 고려한 것이다.

4.3. 조건부 왜도 모형의 추정 결과

<표4>는 KOSPI 수익률 자료를 사용하여 18개의 모형을 추정한 결과이다. <표3>에서 제시한 18개의 모형에 대해 추정을 실시했으나, 모형16, 모형17, 모형18은 수렴된 모수값을 구하지 못해 결과를 제시하지 못했다. 그러나, 하위 포트폴리오의 수익률 자료에서는 거의 모든 모형을 추정하였다.

<표4> KOSPI주가지수 수익률 자료를 이용한 조건부 왜도 모형 추정 결과

		M1	M2	M3	M4	M5
		(정규분포)	(skewed t)	(GARCH)	(TGARCH)	(GARCH-skewed t)
r_t	const.	0.0120	0.0084	0.0621	0.0663	0.0471
		1.25	0.61	1.38	1.55	1.10
	r_{t-1}	0.0884	0.0754	0.0835	0.0687	0.0682
		2.69***	3.55***	2.10**	3.14***	3.06***
σ_t^2	const.			0.0333	0.0200	0.0204
				3.32***	1.23	1.52
	e_{t-1}^2			0.0731	0.0616	0.0612
				6.00***	4.46***	4.89***
	σ_{t-1}^2			0.9240	0.9372	0.9373
				87.41***	64.07***	73.94***
η_t	const.		4.6613		7.8445	7.9719
			12.71***		5.83***	5.59***
λ_t	const.		-0.0409			-0.0495
			-1.62			-1.62
Likelihood		-2.2468	-2.2119	-2.1620	-2.1445	-2.1438

		M6	M7	M8	M9	M10	M11	M12	M13	M14	M15
r_t	const.	0.0487	0.0482	0.0490	0.0539	0.0460	0.0470	0.0469	0.0487	0.0476	0.0487
		1.34	0.96	0.91	1.25	0.99	1.03	1.24	1.11	0.95	0.93
	r_{t-1}	0.0842	0.0677	0.0924	0.0938	0.0684	0.0839	0.0683	0.0842	0.0683	0.0840
		3.59***	3.00***	2.73***	4.55***	3.05***	3.23***	3.06***	3.61***	3.03***	3.47***
σ_t^2	const.	0.0224	0.0206	0.0215	0.0205	0.0204	0.0221	0.0208	0.0224	0.0207	0.0224
		1.31	1.47	1.09	1.46	1.38	1.37	1.62	1.59	1.39	0.94
	e_{t-1}^2	0.0645	0.0625	0.0627	0.0621	0.0612	0.0640	0.0620	0.0645	0.0618	0.0647
		4.62***	4.45***	3.84***	5.66***	4.79***	4.60***	4.79***	5.02***	4.63***	4.20***
	σ_{t-1}^2	0.9338	0.9372	0.9355	0.9364	0.9373	0.9343	0.9365	0.9337	0.9367	0.9336
		63.10***	67.34***	51.70***	81.16***	70.74***	63.93***	72.85***	71.91***	68.03***	51.97***
η_t	const.	8.0631	7.0018	8.0886	8.0581	7.9794	7.9779	7.9908	7.9504	7.8438	7.9622
		5.72***	6.85***	5.46***	5.75***	5.70***	5.80***	5.75***	5.50***	4.85***	5.30***
	e_{t-1}^2										-0.0082
											-0.24
	η_{t-1}								0.0180	0.0204	0.0193
									0.70	0.21	0.24
λ_t	const.	-0.0998	-0.1014	-0.1350	-0.1393	-0.1062	-0.1116	-0.1180	-0.1000	-0.1088	0.0193
		-1.51	-1.37	-1.53	-1.91*	-1.61	-1.62	-1.59	-1.54	-1.37	0.24
	e_{t-1}	0.0486		0.0707			0.0485		0.0487		-0.0996
		1.80*		0.96			1.41		1.75*		-1.49
	e_{t-1}^2			0.0075							
				0.54							
	e_{t-1}^3		0.0001		0.0062			0.0001		0.0001	
			0.22		2.83***			0.30		0.22	
	e_{t-1}^4				0.0010						
					2.38**						
	λ_{t-1}					0.0388	-0.0846	-0.0758			
						0.84	-0.63	-0.72			
Likelihood		-2.1431	-2.1439	-2.1427	-2.1427	-2.1439	-2.1431	-2.1439	-2.1430	-2.1437	-2.1430

KOSPI 수익률 자료를 사용한 결과에서 모형16, 모형17, 모형18을 추정할 수 없었던 것은 주가지수 수익률 자료는 개별 기업의 고유위험이 잘 상쇄되기 때문에 하위 포트폴리오에 비해 주가 수익률 자료의 특성들이 완화되어 나타나기 때문이다.

구체적으로 이들 모형은 추정해야 하는 모수의 개수도 다른 모형에 비해 상대적으로 많고 e_{t-1}^3, e_{t-1}^4과 같은 고차항이 포함되어 있다. 주가지수의 잔차의 고차항은 하위 포트폴리오의 경우에 비해 상대적으로 더 0의 값에 가깝게 근사하기 때문에 잔차의 고차항이 정보를 지니고 있다 할 지라도 크기가 너무 작아서 모수를 추정하기가 어렵게 된다. 특히 η 값의 변화에 대한 로그우도 함수 값의 변화량이 상대적으로 작기 때문에 추정된 η 값의 변동이 시간에 따라 매우 심하다. 따라서 절대 크기가 매우 작은 조건부 잔차의 고차항으로 η의 다이내믹스를 구성하게 되면 모형을 안정적으로 추정하기가 힘들게 된다.

모형2와 모형4의 결과를 살펴보면, 분산의 다이내믹스에 대한 고려가 분포의 두꺼운 정도에 큰 영향을 미치고 있음을 확인할 수 있다. 모형2와 모형4의 조건부 잔차는 모두 skewed-t 분포를 따르도록 설정하고 있는데, 모형2는 분산의 다이내믹스를 고려하지 않은 모형이고 모형4는 분산의 다이내믹스를 GARCH(1,1)과 같이 부여한 모형이다. 모형에 분산의 다이내믹스를 추가하면 η의 값이 4.66에서 7.84로 증가하고 있다. 이는 GARCH모형이 추가되면 분포 꼬리의 두꺼운 정도가 상당부분 감소하고 있음을 의미한다. 이 결과는 GARCH모형이 주가 수익률 분포의 두꺼운 정도를 잘 설명하고 있다는 기존의 실증 결과들과 일관성이 있는 것이다. 그런데 여기서 주목해 보아야 할 점은 모형4을 포함해 이후의 모든 모형에서 분산의 다이내믹스를 GARCH로 부여해도 여전히 99%신뢰수준에서 유의미한 η의 값이 8 정도로 나타나고 있다는 것이다. 이것은 GARCH모형이 자산 수익률 분포 꼬리의 두꺼운 정도를 상당부분 설명하고 있지만 여전히 설명하지 못하는 부분이 존재한다는 것을 의미한다. 그리고 부여된 왜도의 다이내믹스에 관계없이 전체 모형에서 일관되게 나타나고 있기 때문에 자산 수익률 분포를 설명하기 위해서는 분산의 다이내믹스 뿐만 아니라 두꺼운 정도를 나타내는 모수가 포함된 분포를 사용해야 한다는 것을 보여주고 있다.

λ_t의 다이내믹스에 대한 결과를 살펴보면, 모형6에서 e_{t-1}의 계수가 유의적으로 나타나 비대칭성에 대한 정보를 지니고 있다는 것을 보여주고 있는데 반해 모형7의 e_{t-1}^3에서는 계수가 유의적으로 나타나지 않고 있다. 모형13과 모형14에서도 동일한 결과를 보이고 있다. 이는 e_{t-1}^3이 e_{t-1}과 동일한 정보를 지니고 있지만 앞에서 언급한 바와 같이 KOSPI 수익률의 잔차의 값이 0에 근사해 그 크기가 너무 작게 나타나기 때문일 가능성이 높다.

e_{t-1}^3와 e_{t-1}^4 를 포함하고 있는 모형9는 조건부 왜도 모형에 이론적으로 가장 근접한 모형이다. 이는 비대칭성을 나타내는 λ가 e_{t-1}^3와 e_{t-1}^4의 함수의 형태로 정의되기 때문이다. e_{t-1}와 e_{t-1}^2를 포함하고 있는 모형8과는 달리 계수의 값도 유의적으로 나타난다. 특히 모형8, 모형9, 모형11, 모형12, 모형13, 모형14는 모두 9개의 모수를 사용하고 있는 모형인데, 모형9의 평균 로그우도 함수의 값이 -2.1427로 가장 큰 값을 나타내고 있고 계수의 값도

유의미하게 나타나 실증자료와의 적합도가 가장 높다고 해석할 수 있다. 그런데 앞에서 언급한 바와 같이 e_{t-1}^3와 e_{t-1}^4의 크기가 아주 작은 값이기 때문에 이들 항들의 변화량이 전체 로그우도 함수에 미치는 영향이 매우 작고 추정된 계수도 0.0062와 0.001로 매우 작다. 특히 <표6>의 하위 포트폴리오를 대상으로한 추정결과를 보면 e_{t-1}^4의 경우에는 계수값이 너무 작아 표준편차를 구하지 못해 t 값을 구하지 못하는 경우도 발생한다.

모형10, 모형11, 모형12는 λ의 자기회귀변수가 모형13, 모형14, 모형15, 모형16, 모형17, 모형18은 η의 자기회귀변수가 포함된 모형이다. 먼저 <표4>에서 볼 수 있듯이 이들 모형의 자기회귀 변수의 계수들이 모두 유의적인 값을 보이지 않고 있다. 따라서 KOSPI 수익률의 경우에는 λ와 η의 자기회귀는 나타나지 않는다고 볼 수 있다.

<표5> 전체기간 하위 포트폴리오의 λ 다이내믹스 추정 결과

			P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
M 5	λ_t	const.	-0.1022	-0.1531	-0.1196	-0.1045	-0.1469	-0.0703	-0.1111	-0.0751	-0.0423
			-3.15***	-4.75***	-3.86***	-3.41***	-4.72***	-2.31**	-3.79***	-2.44**	-1.01
	Likelihood		-2.0205	-2.0179	-2.0596	-1.9697	-1.9321	-2.0721	-1.8952	-1.9072	-2.0842
M 6	λ_t	const.	-0.2315	-0.3425	-0.2530	-0.2326	-0.3236	-0.1423	-0.2556	-0.1840	-0.0986
			-3.19***	-4.67***	-3.52***	-3.27***	-4.45***	-1.87*	-3.63***	-2.58***	-1.47
		e_{t-1}	0.0428	0.0028	0.0468	0.0324	0.0620	0.0857	0.0574	0.0733	0.0837
			0.76	0.22	1.27	0.80	1.68	2.75***	1.31	1.91*	2.32**
	Likelihood		-2.0202	-2.0179	-2.0592	-1.9695	-1.9314	-2.0705	-1.8945	-1.9063	-2.0830
M 7	λ_t	const.	-0.2302	-0.3414	-0.2637	-0.2226	-0.3271	-0.1581	-0.2520	-0.1723	-0.1007
			-3.17***	-4.62***	-3.72***	-3.14***	-4.55***	-2.10**	-3.77***	-2.39**	-1.40
		e_{t-1}^3	0.0006	0.0002	0.0008	-0.0009	0.0009	0.0015	0.0004	0.0003	0.0014
			1.47	0.56	1.05	-1.22	1.13	1.69*	0.50	0.47	1.23
	Likelihood		-2.0202	-2.0178	-2.0595	-1.9696	-1.9315	-2.0714	-1.8952	-1.9072	-2.0839
M 8	λ_t	const.	-0.2077	-0.3343	-0.2381	-0.2213	-0.3091	-0.1295	-0.2898	-0.1835	-0.0880
			-2.78***	-4.25***	-3.08***	-2.97***	-4.12***	-1.44	-3.79***	-2.24**	-1.03
		e_{t-1}	0.0415	-0.0032	0.0437	0.0353	0.0580	0.0846	0.0369	0.0747	0.0860
			0.82	-0.13	1.15	1.05	1.68*	2.59***	0.80	1.09	2.42**
		e_{t-1}^2	-0.0069	-0.0031	-0.0042	-0.0027	-0.0035	-0.0026	0.0085	-0.0003	-0.0027
			-0.75	-0.50	-0.51	-0.52	-0.74	-0.44	1.32	-0.02	-0.34
	Likelihood		-2.0199	-2.0178	-2.0592	-1.9695	-1.9313	-2.0705	-1.8942	-1.9063	-2.0829
M 9	λ_t	const.	-0.2377	-0.3315	-0.2554	-0.2409	-0.3193	-0.1404	-0.2611	-0.1716	-0.0935
			-3.27***	-4.56***	-3.53***	-3.39***	-4.47***	-1.95*	-3.85***	-2.38**	-1.21
		e_{t-1}^3	-0.0055	-0.0007	0.0003	-0.0028	0.0007	0.0015	-0.0008	0.0006	0.0018
			-2.41**	-0.75	0.28	-2.76***	0.82	1.36	-1.34	0.84	1.20
		e_{t-1}^4	0.0007	-0.0001	-0.0001	0.0003	-0.0001	-0.0002	0.0001	0.0000	-0.0001
			1.88*	-1.17	-0.77	2.01**	.	-1.08	.	.	-0.71
	Likelihood		-2.0198	-2.0174	-2.0592	-1.9689	-1.9314	-2.0710	-1.8946	-1.9071	-2.0838
M 10	λ_t	const.	-0.2168	-0.3390	-0.2590	-0.3704	-0.5748	-0.1531	-0.4548	-0.2972	-0.0904
			-2.82***	-4.54***	-2.46**	-2.35**	-4.15***	-1.48	-3.52***	-2.22**	-1.29
		λ_{t-1}	0.0490	-0.0010	0.0276	-0.5891	-0.7351	-0.0334	-0.8905	-0.7851	0.0099
			0.42	-0.04	0.14	-1.31	-6.44***	-0.38	-7.53***	-4.36***	0.50
	Likelihood		-2.0205	-2.0179	-2.0597	-1.9695	-1.9318	-2.0722	-1.8948	-1.9068	-2.0843
M 11	λ_t	const.	-0.0586	-0.3008	-0.3014	-0.0376	-0.1673	-0.1678	-0.1128	-0.2219	-0.1084
			-1.11	-1.89*	-1.76*	-1.22	-1.84*	-1.95*	-1.12	-2.13**	-1.37
		e_{t-1}	0.0412	0.0079	0.0489	0.0270	0.0656	0.0867	0.0507	0.0741	0.0839
			1.58	0.20	1.13	1.70*	2.15**	2.65***	1.63	1.60	2.30
		λ_{t-1}	0.7380	0.1336	-0.1693	0.8360	0.4728	-0.1412	0.5584	-0.2227	-0.0649
			3.43***	0.30	-0.31	6.81***	1.85*	-1.02	1.50	-0.59	-0.56
	Likelihood		-2.0199	-2.0187	-2.0592	-1.9693	-1.9310	-2.0705	-1.8943	-1.9062	-2.0830
M 12	λ_t	const.	-0.2245	-0.3873	-0.1151	-0.1051	-0.2101	-0.2897	-0.0931	-0.2969	-0.0515
			-3.03***	-3.50***	-1.59	-0.14	-1.53	-2.27**	-0.73	-2.20**	-1.28
		e_{t-1}^3	0.0006	0.0002	-0.0010	0.0003	0.0009	0.0016	0.0004	-0.0001	-0.0020
			1.49	0.49	-1.06	0.44	1.32	1.89*	0.88	-0.30	-1.60
		λ_{t-1}	0.0236	-0.1327	0.5960	0.5492	0.3545	-0.7628	0.6311	-0.7922	0.4813
			0.25	-0.69	2.29**	0.17	0.94	-5.79***	1.27	-4.41***	2.22**
	Likelihood		-2.0203	-2.0178	-2.0597	-1.9697	-1.9315	-2.0708	-1.8951	-1.9068	-2.0843

<표5>는 Fama-French방식으로 만든 하위 포트폴리오 수익률 자료를 이용해 모형을 추정한 것 중에서 λ의 다이내믹스 부분을 발췌한 것이다. 평균과 분산에 대한 다이내믹스는 <표4>의 결과와 동일하게 각각 AR(1) 과정과 GARCH(1,1) 과정이 모두 유의하게 추정되었다. 그러나 λ의 다이내믹스는 포트폴리오 별로 모형에 따라 다양한 결과를 나타내고 있어 하위 포트폴리오의 특성에 따르는 λ 다이내믹스의 차이점은 발견할 수가 없다.

λ의 값을 상수로 설정한 모형5의 결과를 보면 8개의 포트폴리오에서 유의하게 나타나고 있음을 확인할 수 있다. <표4>의 KOSPI의 경우에는 모형5의 λ가 비유의적으로 나타났으나, 하위 포트폴리오에서는 유의적으로 나타나 수익률의 비대칭성이 더 두드러지고 있음을 시사한다. 그리고 전체 모형에서 λ의 절편항은 거의 모든 모형에서 유의미하게 나타나고 있으나, 모형11과 모형12에서는 λ의 절편항의 계수가 유의미하지 않은 경우가 나타난다.

λ의 다이내믹스에 대한 것은 <표4>의 KOSPI의 결과와 유사하게 나타나고 있다. 모형6과 모형7을 비교하면 e_{t-1}을 사용하는 것이 e_{t-1}^3를 사용하는 것보다 성과가 다소 좋게 나타나고 있다. 이것은 e_{t-1}항이 e_{t-1}^3항과 유사한 정보를 지니고 있으면서도 절대 크기가 크기 때문에 모형 추정이 상대적으로 안정적으로 이루어지기 때문이다.

모형10, 모형11, 모형12에서는 λ의 다이내믹스에서 자기회귀 변수에 대해 추정하고 있는데, KOSPI의 결과와는 달리 자기회귀변수가 유의미하게 나타나는 포트폴리오가 있다. 이는 수익률 자료의 특성을 반영한 것으로 하위 포트폴리오로 갈수록 주가지수보다 λ의 자기회귀 현상이 조금 더 강하게 나타나고 있다고 볼 수 있다. 그러나, 실제 모형 추정 시에 λ의 자기회귀 변수의 추정은 초기값에 따라 추정값이 불안정하게 나타나는 경우가 많았다.

<표6>은 η의 다이내믹스를 설정한 모형13에서 모형18까지의 λ와 η의 다이내믹스 추정결과를 제시한 것이다. λ의 다이내믹스의 경우처럼 하위 포트폴리오 특성에 따른 η 다이내믹스의 특징은 발견할 수 없었다. η의 다이내믹스 설정에는 모두 자기회귀 변수를 포함하고 있는데, 이는 η_t 값이 뚜렷한 추세를 나타내고 있다는 사실을 고려한 것이다.

하위 포트폴리오 수익률의 경우에는 모형16, 모형17, 모형18이 추정되었는데, 이는 잔차의 고차항을 사용하는 조건부 왜도 모형의 다이내믹스는 KOSPI와 같은 주가지수 수익률 보다 하위 포트폴리오의 수익률에 더 적당하다는 것을 보여 주고 있다. 이는 상대적으로 소수의 자산으로 구성된 하위 포트폴리오일수록 조건부 왜도 모형을 적용하는 것이 적절할 수 있다는 것을 시사하고 있다.

<표6> 전체기간 포트폴리오 별 η의 다이내믹스 추정 결과

			P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
M 13	η_t	const.	6.5216	7.1497	6.6431	6.2119	6.9587	7.6989	7.3011	7.4732	7.5738
			2.43**	2.35**	1.46	8.81***	7.43***	6.31***	2.98***	7.76***	2.40**
		η_{t-1}	0.1433	-0.1390	0.2376	-0.0104	-0.0476	-0.0266	-0.1977	-0.0109	0.1871
			0.47	-0.30	0.49	-0.57	-0.65	-0.81	-0.52	-0.59	0.56
	λ_t	const.	-0.2318	-0.3433	-0.2536	-0.2328	-0.3237	-0.1423	-0.2558	-0.1841	-0.1010
			-3.16***	-4.73***	-3.48***	-3.30***	-4.48***	-1.97**	-3.66***	-2.55**	-1.39
		e_{t-1}	0.0430	0.0031	0.0453	0.0325	0.0621	0.0857	0.0576	0.0734	0.0841
			0.94	0.19	0.89	0.79	1.90*	2.65***	1.47	1.76*	1.83*
	Likelihood		-2.0202	-2.0178	-2.0592	-1.9695	-1.9314	-2.0705	-1.8945	-1.9062	-2.0829
M 14	η_t	const.	7.6340	6.9823	5.2535	6.0113	7.0555	7.6036	6.9111	5.6112	8.2344
			5.86***	5.16***	0.96	8.89***	6.75***	3.67***	3.89***	1.32	3.63***
		η_{t-1}	-0.0233	-0.1137	0.3882	0.0079	-0.0822	-0.0268	-0.1533	0.2242	0.0824
			-0.47	-0.69	0.61	0.61	-0.79	-0.12	-0.57	0.38	0.53
	λ_t	const.	-0.2311	-0.3408	-0.2636	-0.2228	-0.3272	-0.1582	-0.2522	-0.1724	-0.1013
			-3.19***	-4.79***	-3.70***	-3.18***	-4.60***	-2.22**	-3.67***	-2.37**	-1.40
		e_{t-1}^3	0.0006	-0.0015	0.0008	-0.0009	0.0009	0.0015	0.0004	0.0003	0.0014
			1.47	-1.14	1.05	-1.22	1.13	1.60	0.50	0.47	1.25
	Likelihood		-2.0202	-2.0180	-2.0594	-1.9696	-1.9315	-2.0714	-1.8952	-1.9071	-2.0839
M 15	η_t	const.	4.5039	3.0646	3.1730	2.6356	2.9059	3.6140	2.3101	2.1000	4.5771
			2.95***	2.15**	1.45	3.89***	3.03***	0.73	3.24***	.	0.60
		e_{t-1}^2	0.8960	0.3855	0.2957	0.6858	0.9018	0.1284	0.7878	1.0000	0.2280
			1.31	1.66*	0.68	2.15**	1.61	0.79	2.02**	.	0.70
		η_{t-1}	0.1542	0.3446	0.5493	0.2899	0.3140	0.4684	0.3263	0.4839	0.4275
			0.80	1.41	2.14**	2.21**	1.85*	0.71	2.12**	8.63***	0.51
	λ_t	const.	-0.2185	-0.3387	-0.2540	-0.2256	-0.3128	-0.1445	-0.2503	-0.1896	-0.0972
			-2.96***	-4.57***	-3.54***	-3.14***	-4.21***	-1.97**	-3.55***	-2.50**	-0.96
		e_{t-1}	0.0451	0.0055	0.0450	0.0460	0.0630	0.0857	0.0724	0.0871	0.0847
			0.78	0.43	0.92	0.92	1.71*	2.60***	1.91*	2.25**	1.96**
	Likelihood		-2.0185	-2.0152	-2.0587	-1.9646	-1.9280	-2.0703	-1.8883	-1.9018	-2.0826
M 16	η_t	const.	4.4185	2.9962	3.1296	2.5841	2.8083	3.6654	2.2490	2.1000	3.9212
			3.26	2.79	1.45	4.06	2.89	1.06	3.33	.	0.63
		e_{t-1}^2	0.8351	0.6748	0.2972	0.6523	0.8411	0.1129	0.7347	1.0000	0.1926
			1.44	1.51	1.33	2.15**	1.58	0.85	2.24**	.	0.65
		η_{t-1}	0.1665	0.2879	0.5487	0.2944	0.3250	0.4538	0.3335	0.4748	0.4903
			1.05	1.41	2.18**	2.34**	1.85*	0.97	2.28**	8.49***	0.66
	λ_t	const.	-0.2174	-0.3331	-0.2641	-0.2175	-0.3180	-0.1578	-0.2432	-0.1727	-0.1019
			-2.97***	-4.54***	-3.71***	-3.06***	-4.38***	-2.30**	-3.54***	-2.46**	-1.16
		e_{t-1}^3	0.0006	-0.0019	0.0007	-0.0008	0.0008	0.0014	0.0006	0.0005	0.0017
			1.36	-1.15	0.92	-0.80	1.00	1.83*	0.95	0.69	1.47
	Likelihood		-2.0185	-2.0150	-2.0589	-1.9649	-1.9282	-2.0712	-1.8892	-1.9029	-2.0835
M 17	η_t	const.	5.3678	4.0562	4.0646	3.4741	4.1344	4.9691	3.2825	2.6964	7.0188
			4.48***	4.32***	1.85*	6.13***	4.88***	1.37	4.34***	3.12***	1.39
		e_{t-1}^4	0.2611	0.1677	0.0341	0.1305	0.1728	0.0063	0.1556	0.4277	0.0151
			0.83	0.75	0.90	1.30	1.06	0.59	0.88	0.51	0.33
		η_{t-1}	0.0403	0.1026	0.4473	0.1476	0.1322	0.2960	0.1703	0.3644	0.1744
			0.50	0.60	1.76*	1.61	1.06	0.61	1.13	1.87*	0.32
	λ_t	const.	-0.2134	-0.3378	-0.2504	-0.2299	-0.3137	-0.1420	-0.2466	-0.1931	-0.0951
			-2.96***	-4.61***	-3.42***	-3.15***	-4.22***	-1.91***	-3.44***	-2.38***	-1.16
		e_{t-1}	0.0443	0.0085	0.0433	0.0508	0.0611	0.0854	0.0744	0.0885	0.0840
			0.68	0.33	1.13	1.26	1.48	2.35**	1.73*	2.15**	2.24**
	Likelihood		-2.0179	-2.0145	-2.0582	-1.9634	-1.9275	-2.0701	-1.8882	-1.9013	-2.0824
M 18	η_t	const.	5.3289	6.9549	4.0736	3.4064	4.0110	4.6003	3.1825	2.7237	6.5063
			4.67***	2.65***	2.06**	6.03***	4.95***	0.67	3.99***	2.30**	2.08**
		e_{t-1}^4	0.2446	0.1076	0.0366	0.1218	0.1548	0.0059	0.1293	0.4025	0.0117
			0.98	0.73	0.84	1.20	1.34	0.38	1.03	0.59	0.49
		η_{t-1}	0.0413	0.0111	0.4343	0.1543	0.1440	0.3328	0.1874	0.3532	0.2048
			0.65	0.24	1.83*	1.71*	1.16	0.35	1.10	2.07	0.61
	λ_t	const.	-0.2123	-0.3544	-0.2615	-0.2239	-0.3184	-0.1553	-0.2389	-0.1749	-0.0980
			-2.93***	-4.90***	-3.64***	-3.02***	-4.35***	-2.10**	-3.46***	-2.18**	-1.29
		e_{t-1}^3	0.0006	-0.0021	0.0007	-0.0007	0.0008	0.0014	0.0006	0.0005	0.0017
			1.35	-1.19	0.88	-0.47	0.95	1.82*	0.99	0.62	1.60
	Likelihood		-2.0179	-2.0165	-2.0584	-1.9638	-1.9277	-2.0710	-1.8891	-1.9025	-2.0832

η의 다이내믹스에서 자기회기 변수만으로 구성한 모형(모형13, 모형14)에서는 자기회귀변수들은 유의미하게 추정되는 포트폴리오가 없지만, 조건부 잔차 e_{t-1}^2 나 e_{t-1}^4

항을 포함한 모형(모형15~모형18)에서는 유의미하게 추정되는 포트폴리오를 볼 수 있다. 여기서도 λ의 다이내믹스의 경우와 마찬가지로 e_{t-1}^4 를 사용한 모형(모형17, 모형18)보다 e_{t-1}^2 를 사용한 모형(모형15, 모형16)들의 성과가 대체로 좋다. 이는 e_{t-1}^4 가 e_{t-1}^2 와 유사한 정보를 지니고 있다 할지라도 절대 크기가 상대적으로 너무 작기 때문에 전체 모형을 추정을 어렵게 하는 것으로 보인다.

그 외, η의 자기회귀변수와 λ의 자기회귀변수를 동시에 고려한 모형은 추정해야 하는 모수의 개수가 많고 가성회귀의 문제가 더 심하게 발생하기 때문에 안정적인 모형 추정을 할 수 없었다.

<표7> *LR* 테스트 결과

모형 (자유도)	KOSPI	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
M1– M9	416.52	677.02	832.70	535.42	1043.89	1060.81	619.80	1317.14	1206.74	604.64
(7)	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**
M3– M9	77.52	130.33	166.86	93.44	175.13	190.24	96.85	180.11	138.13	65.73
(4)	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**
M4– M9	7.32	12.66	24.26	16.37	14.48	25.62	9.07	16.01	6.07	3.48
(3)	0.0624	0.0054**	0.0000**	0.0010**	0.0023**	0.0000**	0.0284*	0.0011**	0.1084	0.3235
M5– M9	4.53	2.62	1.97	1.86	3.32	3.04	4.23	2.38	0.34	1.82
(2)	0.1038	0.2700	0.3743	0.3950	0.1904	0.2191	0.1205	0.3039	0.8441	0.4020
M7– M9	5.10	1.59	1.74	1.28	2.88	0.62	1.66	2.23	0.19	0.62
(1)	0.0239*	0.2077	0.1871	0.2579	0.0897	0.4324	0.1982	0.1357	0.6637	0.4293
M1– M3	339.00	546.70	665.84	441.98	868.77	870.57	522.96	1137.03	1068.61	538.92
(3)	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**
M3– M4	70.20	117.66	142.59	77.07	160.65	164.62	87.78	164.10	132.06	62.25
(1)	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**	0.0000**
M4– M5	2.79	10.04	22.30	14.51	11.16	22.58	4.84	13.62	5.73	1.66
(1)	0.0949	0.0015**	0.0000**	0.0001**	0.0008**	0.0000**	0.0278*	0.0002**	0.0167*	0.1981
M5– M7	0.57	1.03	0.22	0.58	0.44	2.42	2.58	0.16	0.15	1.20
(1)	0.4501	0.3098	0.6353	0.4472	0.5088	0.1198	0.1085	0.6926	0.6985	0.2737

* *LR* 테스트 통계량과 각각 모형들의 자유도에 따른 *p*값을 제시함.

<표7>은 비교적 주가지수 수익률과 하위 포트폴리오에서의 추정 성과가 양호하고 조건부 왜도 모형에 이론적으로 가장 근접한 모형9를 비제약 모형으로 간주하고 하위 제약 모형들에 대해 *LR* 테스트를 실시한 결과이다. 모형9를 비제약 모형으로 설정한 것은 현실적으로 18개의 모형 모두를 포함하는 비제약 모형을 추정할 수 없었기 때문이다.

LR 테스트 결과 조건부 왜도 모형인 모형9는 모형1(정규분포모형), 모형3(GARCH모형), 모형4(TGARCH모형)에 비해 확실히 개선된 것으로 나타났다. 그러나 모형5(GARCH-skewed-*t*)와 모형7과는 통계적으로 유의적인 차이가 나지 않았다. 따라서 *LR* 테스트

결과를 보면 조건부 잔차의 분포로 skewed-t 분포를 사용한 조건부 모형이 기존의 조건부 모형 보다 주가 수익율 더 잘 설명하고 있다는 것을 알 수 있다.

한편, 모형10부터 다른 모형들에 대한 성과 평가는 전체적인 *LR* 테스트를 구성할 수 없었기 때문에 로그우도함수 값들을 사용할 수 밖에 없다. 그러나 로그우도 함수의 값이 각 포트폴리오별로 두드러진 차이가 나지 않았기 때문에 단순히 로그우도 함수 값만으로 모형의 적합성을 판단할 수 없었다.

4.4. 런 테스트 결과

본 연구에서는 조건부 왜도 모형의 적합성을 판단하기 위해 모수적 접근법인 *LR* 테스트와 병행해 비모수적 접근법인 런 테스트를 실시하였다. 런테스트 결과를 살펴보면 *LR* 테스트에서 판단할 수 없었던 조건부 왜도 모형들 간의 적합성을 비교해 볼 수 있다.

<표7>은 2.4.절에서 기술한 런테스트 방법을 사용하여 모형1에서 모형18까지를 대상으로 런 테스트를 수행해 얻은 통계량 t 값을 보여주고 있다. 이 t 값이 유의수준을 넘으면 조건부 잔차의 런이 확률적으로 임의성을 지니고 있지 않다는 것을 의미하고 동시에 조건부 모형이 부적절하게 설정되었을 개연성이 높다는 것을 나타낸다.

먼저, 가장 두드러지게 나타나고 있는 특징은 하위 포트폴리오들에서 모형6, 모형8, 모형11, 모형12, 모형13, 모형15, 모형17에서 조건부 잔차가 확률적 임의성을 지니고 있다는 귀무가설을 기각하는 경우가 많이 관찰되고 있다. 이들 모형들은 모두 λ_t 의 다이내믹스에 e_{t-1} 항을 포함하고 있는 모형들이다. 그러나, 상대적으로 λ_t 의 다이내믹스에 e_{t-1}^3 항을 포함하고 있는 모형들(모형7, 모형9, 모형12, 모형14, 모형16, 모형18)은 귀무가설을 채택하는 경우가 많았다. 이는 λ_t의 다이내믹스가 e_{t-1} 항에 의해 과도하게 영향을 받고 있어 조건부 왜도 모형 전체의 적합성을 해치고 있음을 의미한다.

기존의 조건부 왜도에 대한 연구들에서는 거의 모두 e_{t-1} 항을 포함하여 조건부 왜도의 다이내믹스를 설정하고 있다. 물론, e_{t-1} 항은 e_{t-1}^3 항과 유사한 정보를 지니고 있으며, 절대 크기가 상대적으로 크기 때문에 계수 추정에도 용이하다는 장점이 있다. 그러나, <표7>의 결과에서 볼 수 있듯이, 조건부 왜도의 다이내믹스에 e_{t-1} 항을 포함하면 조건부 왜도를 과도하게 설정할 가능성이 높은 것으로 보인다. 특히, 본 연구와 같이 skewed-t 분포를 사용한 연구에서는 λ_t 의 다이내믹스를 설정하는데 e_{t-1}^3 항을 사용하는 것이 이론적으로도 좀 더 충실한 설정이다.

두번째, 포트폴리오 별로 런테스트의 결과가 다르게 나타나고 있다. KOSPI는 모형15를 제외한 모든 모형에서 귀무가설을 채택하고 있으나, 하위 포트폴리오에서는 포트폴리오

별로 귀무가설을 기각하는 결과가 나타나고 있다. 장부가치대 시장가격 비율이 낮은 포트폴리오인 P1, P2, P3에서는 거의 전체 모형에 걸쳐 귀무가설이 채택되고 있다.

<표7> 런테스트 결과

	KOSPI	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
M1	0.43	-0.23	-0.18	0.40	1.68^{*}	-1.44	-0.48	1.59	-0.23	0.31
M2	-0.13	0.81	-0.08	0.36	1.89^{*}	-1.16	-0.76	0.54	-0.70	-0.13
M3	0.13	0.28	-0.34	0.54	1.30	-1.05	-0.39	0.26	-1.07	-0.64
M4	-0.58	-0.71	-1.34	0.09	0.27	-1.61	-0.75	-0.70	-1.88^{*}	-0.91
M5	-0.84	-0.71	-1.49	-0.15	0.19	-2.09^{**}	-0.82	-0.80	-2.05^{**}	-0.98
M6	-1.17	-1.53	-0.50	-0.91	-0.32	-3.22^{***}	-2.39^{**}	-1.73^{*}	-3.22^{***}	-1.90^{*}
M7	-0.16	-0.46	-0.43	0.62	0.76	-1.76^{*}	-0.97	-0.86	-1.33	-0.65
M8	-0.48	-1.43	-0.41	-0.58	-0.39	-2.95^{***}	-2.42^{**}	-1.03	-3.22^{***}	-2.19^{**}
M9	1.22	-0.24	-0.50	0.64	1.15	-1.91^{*}	-1.52	-0.23	-2.13^{**}	-1.38
M10	-0.16	-0.54	-0.43	0.72	0.77	-1.91^{*}	-1.18	-0.76	-1.07	-0.47
M11	-1.26	-1.43	-0.68	-0.88	-1.11	-3.19^{***}	-2.22^{**}	-1.75^{*}	-3.32^{***}	-1.64^{*}
M12	-0.16	-0.99	-0.51	0.72	0.58	-1.89^{*}	-1.30	-1.12	-1.07	-0.35
M13	-1.17	-1.53	-0.50	-0.91	-0.31	-3.22^{***}	-2.40^{**}	-1.73^{*}	-3.22^{***}	-1.81^{*}
M14	-0.16	-0.99	-0.32	0.51	0.84	-2.02^{**}	-1.31	-1.03	-1.59	-1.11
M15	2.64^{***}	-1.54	-0.40	-0.91	-0.49	-3.13^{***}	-2.40^{**}	-1.90^{*}	-3.30^{***}	-1.72^{*}
M16	NA	-0.83	-0.13	0.42	0.41	-1.98^{**}	-1.24	-0.93	-1.66^{*}	-1.09
M17	NA	-1.73^{*}	-0.49	-0.74	-0.60	-3.13^{***}	-2.39^{**}	-1.74^{*}	-2.97^{***}	-1.54
M18	NA	-0.83	-0.21	0.42	0.49	-2.09^{**}	-1.25	-0.69	-1.31	-0.83

4.5. 조건부 왜도 모형의 선택

전체 모형의 추정 결과와 *LR* 테스트 결과와 런 테스트 결과를 종합해 보면 VaR 성과 평가의 대상으로 사용되는 조건부 왜도 모형으로 모형9와 모형7과 모형5가 선택된다. 이들 모형들이 선택된 것은 조건부 왜도의 이론적인 설정에 가장 근접하면서도 추정 결과와 테스트 결과에 부합했기 때문이다.

그리고, 앞 절에서 언급한 것과 같이 λ_t와 η_t의 다이내믹스에 자기회귀항이 포함되어 있는 경우 모수 추정이 안정적으로 이루어지지 않는 경우가 많았고, 런테스트 결과를 참고하여 λ_t 다이내믹스에 e_{t-1} 항이 포함되어 있는 모형도 제외하였다. <표5>와 <표6>의 결과를 살펴 봐도 λ_t와 η_t에 복잡한 다이내믹스를 부여해도 모형의 적합도가 그다지 개선되고 있지 않음을 확인할 수 있다.

4.6. VaR 결과

전체 2600일의 자료 중에서 600일의 자료를 표본기간으로 삼고 매일 표본기간을 하루씩 갱신하는 방법으로 각 모형 별로 2000일의 VaR 예측값을 구하였다. VaR 성과 대상 모형으로 크게 비조건부 모형(A~F)과 조건부 모형(G~L)로 구성되어 결과를 제시하고 있다. 비조건부 모형으로는 정규분포(A), Student's-*t* 분포(B), skewed-*t* 분포(C), 혼합정규분포(D), 극단치이론모형(E,F)를 사용했으며, 조건부 모형으로는 GARCH모형(G), EGARCH모형(H), GJR-GARCH모형(I)과 앞 절에서 언급한 조건부 왜도 모형 중 모형5(J), 모형7(K), 모형9(L)를 사용하였다. 유의수준은 전통적으로 VaR에서 많이 사용 되고 있는 영역인 99%에서 95%까지 1%단위로 설정하였다.

<표8>은 Kupiec[1995]이 제시한 예측 VaR 초과일수로부터 구한 VaR 성과 결과로 *LR*통계량을 제시하고 있다. 먼저, 비조건부 모형에 비해 조건부 모형들의 성과가 좋다는 사실을 확인할 수 있다. 비조건부 skewed-*t* 분포를 사용한 모형(C)의 결과는 귀무가설을 기각하는 것에 반해, 동일하게 skewed-*t* 분포를 사용하고 있는 조건부 모형들(J, K, L)의 결과는 거의 귀무가설을 채택하는 것으로 나타나고 있다. 정규분포 모형은 유의수준이 95%일 때는 가설을 채택하는 것으로 나타나지만 유의수준이 증가할수록 가설을 기각하는 것이 두드러지게 나타나고 있다. 이것은 정규분포를 사용하면 높은 유의수준일수록 VaR를 과소평가하고 있다는 것을 나타낸다. Student's-*t* 분포는 VaR를 과대평가하는 경향이 나타나고 있다. 이러한 VaR를 과대평가하는 것은 극단치이론 모형에서 두드러지게 나타나고 있는데, 5일 단위로 극단치를 추출한 모형(E)을 보면 99% 유의수준에서만 다소 성과가 좋은 것으로 보인다. 비조건부 모형들 중에서 혼합 정규분포 모형(D)의 성과가 비교적 좋게 나타나고 있다. 이는 혼합 정규분포가 비조건부 모형이지만 상대적으로 왜도와 첨도에 대해 유연하게 적용할 수 있기 때문이다.

조건부 모형들은 비조건부 모형들에 비해 두드러지게 VaR 성과가 개선되고 있다. GARCH계열의 모형들을 서로 비교해 보면, 미세한 차이지만 수익률 분포의 비대칭성을 고려한 EGARCH모형(H)과 GJR-GARCH모형(I)의 성과가 대칭적인 GARCH모형(G)에 비해 개선되고 있다. 조건부 왜도 모형들 중에서 모형6과 모형7(J, K)은 99% 유의수준에서 GARCH 계열의 모형보다 다소 좋은 성과를 보이고 있다. 그런데, 모형9(L)는 λ_t 다이내믹스에 e_{t-1}^4 항이 추가되었음에도 불구하고 오히려 VaR 성과가 좋지 않게 나타났다.

<표9>는 Christofferson[1998]이 제시한 VaR의 성과를 측정하는 *LR* 통계량의 결과이다. 기본적으로 Kupiec[1995]의 방법에서 예측 VaR 초과일수의 독립성을 조정해 준 방법이기 때문에 대체로 동일한 결과를 보여주고 있다. 그런데 여기서 주목할 것은 <표8>에서는 비조건부 모형 중에서 혼합정규분포 모형의 성과가 좋은 것으로 나타나고 있지만 예측 VaR 초과일수의 독립성을 조정한 <표9>에서는 가설을 모두 기각하는 것으로 나타나고 있다는 것이다. 이는 혼합 정규분포 모형으로 구한 예측 VaR 초과일수가 기간 전체에서는 적정한 예측 VaR 초과 일수가 나타나지만 이것이 독립적으로 발생하고 있지 않고 군집적으로 나타난다는 것이다. 따라서 상대적으로 짧은 표본 기간에 혼합 정규 분포를 사용하게 되는 경우 VaR 성과가 나쁘게 나타날 수 있다는 것을 보여준다. <표9>에 의하면 비조건부 모형은 예측 VaR 초과 일수가 군집적으로 나타나 VaR 성과를 나쁘게 만드는데

비해 조건부 모형은 예측 VaR 초과 일수가 고르게 나타나 두드러지게 좋은 성과를 나타낸다는 사실을 보여 준다.

<표8: Kupiec *LR* 통계량>

모형	유의수준	포트폴리오 P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
A. M1:	99%	32.09**	30.24**	32.09**	33.97**	32.09**	24.97**	26.68**	26.68**	20.10**
Normal	98%	17.67**	18.81**	15.49**	18.81**	14.45**	10.59**	13.44**	9.71**	11.51**
	97%	6.85**	6.24*	8.14**	12.62**	8.83**	6.85**	6.24*	4.57*	6.24*
	96%	1.79	2.77	4.38*	6.33*	4.84*	2.09	1.79	1.79	1.79
	95%	0.26	1.98	1.71	1.02	2.26	0.04	0.01	0.01	0.00
B. Student's *t*	99%	3.77	22.76**	6.19*	13.65**	6.19*	4.89*	13.65**	6.19*	7.69**
	98%	2.24	18.97**	9.86**	13.94**	11.12**	15.50**	8.69**	11.12**	9.86**
	97%	1.46	25.11**	16.17**	12.59**	12.59**	16.17**	17.49**	14.92**	18.87**
	96%	4.56*	22.62**	16.57**	17.69**	25.38**	20.06**	25.38**	21.32**	17.69**
	95%	9.11**	15.55**	21.73**	17.48**	33.45**	25.30**	30.57**	30.57**	15.55**
C. M2:	99%	12.95**	10.45**	7.14**	11.67**	12.95**	14.27**	12.95**	18.57**	9.29**
skewed *t*	98%	16.57**	14.45**	9.71**	15.49**	13.44**	12.46**	15.49**	9.71**	8.05**
unconditional	97%	13.45**	13.45**	8.83**	16.08**	10.27**	11.03**	17.00**	13.45**	11.81**
	96%	9.23**	9.23**	8.61**	11.21**	6.87**	5.81*	9.23**	7.43**	8.61**
	95%	7.61**	9.84**	5.65*	8.69**	3.23	3.23	11.68**	4.36*	3.23
D. Mixture	99%	5.23*	6.15*	3.59	6.15*	6.15*	2.87	3.59	4.38*	2.87
	98%	1.93	0.22	1.18	0.22	0.88	2.84	0.03	1.54	1.18
	97%	0.60	0.42	0.15	0.07	0.16	0.42	0.07	0.28	1.63
	96%	0.05	0.12	0.21	0.12	0.05	0.46	0.12	0.12	0.81
	95%	0.26	0.53	0.09	0.17	0.17	0.04	0.53	0.01	0.66
E. EVT 5 days	99%	5.23*	0.05	2.03	2.87	0.05	6.19*	2.23	0.87	11.39**
	98%	0.24	3.41	8.69**	0.10	2.24	17.18**	0.97	8.69**	22.95**
	97%	3.13	7.77**	14.92**	4.84*	10.50**	25.11**	6.96**	13.72**	39.16**
	96%	9.90**	16.57**	25.38**	12.52**	16.57**	44.49**	17.69**	25.38**	55.83**
	95%	21.73**	29.19**	39.71**	25.30**	30.57**	63.16**	29.19**	39.71**	65.48**
F. EVT 10 days	99%	22.76**	32.19**	22.76**	40.20**	32.19**	32.19**	32.19**	40.20**	40.20**
	98%	59.15**	64.75**	54.24**	71.39**	64.75**	59.15**	71.39**	64.75**	80.81**
	97%	77.36**	97.68**	91.94**	97.68**	97.68**	86.70**	91.94**	86.70**	104.11**
	96%	105.27**	131.00**	125.17**	137.35**	125.17**	114.64**	114.64**	105.27**	125.17**
	95%	113.02**	164.72**	142.95**	164.72**	153.25**	133.55**	116.83**	129.13**	147.97**
G. M3:	99%	2.23	14.27**	10.45**	17.09**	11.67**	5.23*	2.23	0.76	5.23*
AR(1)	98%	4.51*	10.59**	7.27**	5.15*	8.86**	1.54	2.84	1.18	2.37
GARCH(1,1)	97%	2.72	6.85**	4.57*	2.72	3.59	0.07	1.63	0.07	0.81
	96%	1.02	4.84*	1.79	2.09	2.77	0.01	0.32	0.05	0.05
	95%	0.00	1.98	1.23	0.83	0.83	0.04	0.04	0.88	0.69
H. AR(1)	99%	4.38*	11.67**	15.65**	14.27**	2.87	2.23	6.15*	3.59	1.66
EGARCH(1,1)	98%	5.82*	4.51*	8.86**	3.92*	3.36	0.88	2.84	1.93	0.40
	97%	2.33	3.59	2.72	1.33	3.59	0.27	1.97	0.15	0.00
	96%	2.42	1.79	2.42	0.62	0.62	0.05	1.51	0.01	0.48
	95%	1.46	1.71	1.23	0.09	0.09	0.17	0.17	0.69	2.16
I. AR(1)-	99%	3.59	12.95**	8.18**	14.27**	5.23*	3.59	5.23*	1.66	2.23
GJR GARCH(1,1)	98%	5.82*	3.92*	3.92*	6.52*	4.51*	0.88	2.84	0.61	0.10
	97%	1.63	4.06*	2.33	2.72	1.97	0.02	0.27	0.07	0.07
	96%	1.25	2.77	0.32	0.62	2.09	0.01	0.12	0.05	0.66
	95%	0.26	0.83	0.66	0.26	0.17	0.39	0.17	1.09	2.84
J. M5:	99%	0.20	2.23	4.38*	15.65**	2.87	7.14**	2.23	0.76	4.38*
skewed *t*	98%	0.22	5.15*	0.61	5.15*	2.37	1.18	0.61	1.18	2.37
AR(1)-GARCH(1,1)	97%	0.60	1.97	2.72	3.14	1.33	0.00	0.02	0.81	1.06
	96%	0.01	0.32	1.79	1.02	0.12	0.21	0.05	0.12	0.62
	95%	0.04	0.04	0.50	0.09	0.00	0.26	0.69	0.37	0.17
K. M7:	99%	0.43	0.00	1.66	10.45**	2.23	0.76	2.87	1.17	7.14**
skewed *t*	98%	0.24	0.88	1.18	6.52*	0.22	3.92*	0.10	1.18	6.52**
AR(1)-GARCH(1,1)	97%	0.15	0.42	0.60	3.14	0.27	1.97	0.02	2.33	4.06*
	96%	0.33	0.21	0.46	1.02	0.01	0.46	0.12	1.02	2.77
$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}^3$	95%	0.10	0.01	0.17	0.66	0.04	0.09	0.17	0.66	0.83
L. M9:	99%	2.87	5.23*	6.15*	20.10**	7.14**	20.10**	2.23	20.10**	11.67**
skewed t	98%	0.40	7.27**	4.51*	14.45**	2.37	11.51**	0.03	15.49**	9.71**
AR(1)-GARCH(1,1)	97%	0.42	3.59	1.63	8.14**	5.65*	3.59	0.16	7.48**	2.72
$\lambda_t=\gamma_0+\gamma_1 e_{t-1}^3+\gamma_2 e_{t-1}^4$	96%	0.00	1.79	3.53	3.53	0.81	1.51	1.36	5.32*	1.51
	95%	0.10	1.02	0.66	1.02	0.00	1.46	3.22	2.57	0.37

Kupiec[1995]가 제시한 VaR 평가 *LR* 통계량은 자유도가 1인 χ^2분포를 따른다.

** 1% 기각역 LR 통계량 > 6.63, * 5% 기각역 LR 통계량 > 3.84

<표9: Christofferson *LR*통계량>

모형	유의수준	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
A. M1:	99%	48.58**	44.80**	51.04**	50.03**	48.58**	36.12**	58.76**	58.76**	34.75**
Normal	98%	37.07**	39.92**	31.54**	42.15**	35.22**	26.55**	52.75**	43.46**	25.03**
	97%	31.31**	25.01**	22.11**	39.41**	27.87**	19.77**	40.43**	38.20**	16.22**
	96%	31.24**	16.09**	16.48**	32.19**	24.67**	16.06**	37.93**	33.41**	14.49**
	95%	31.01**	16.71**	13.94**	31.11**	22.83**	13.96**	32.98**	29.89**	13.28**
B. Student's *t*	99%	5.32	22.77**	8.05*	13.67**	8.05*	4.94	16.44**	11.26**	9.73**
	98%	11.53**	25.18**	14.34**	19.20**	28.44**	16.39**	32.08**	21.57**	12.13**
	97%	11.01**	30.99**	22.76**	25.53**	31.18**	20.64**	38.51**	34.67**	26.03**
	96%	22.69**	35.24**	29.60**	33.52**	44.12**	29.70**	44.12**	50.08**	26.71**
	95%	33.71**	26.83**	33.02**	35.60**	52.90**	39.71**	68.95**	62.75**	26.83**
C. M2:	99%	14.80**	16.03**	15.76**	17.03**	22.29**	25.62**	22.29**	33.66**	19.66**
skewed *t*	98%	32.23**	28.87**	23.96**	27.66**	32.44**	23.73**	38.05**	30.58**	20.99**
unconditional	97%	26.78**	33.78**	22.46**	35.17**	34.39**	27.08**	47.50**	41.84**	22.63**
	96%	29.28**	29.28**	22.67**	38.86**	28.58**	21.54**	32.77**	34.23**	19.83**
	95%	24.82**	31.52**	17.37**	37.90**	22.62**	16.70**	38.49**	34.47**	15.36**
D. Mixture	99%	17.17**	20.45**	13.62**	15.10**	26.53**	10.64**	25.98**	11.53**	10.64**
	98%	12.09**	12.46**	16.58**	20.14**	19.24**	18.90**	16.52**	35.98**	19.06**
	97%	17.05**	17.27**	17.84**	16.02**	20.61**	17.27**	30.30**	34.74**	14.65**
	96%	19.94**	20.17**	13.84**	25.72**	19.67**	16.87**	36.27**	32.46**	13.17**
	95%	27.06**	16.14**	12.46**	31.46**	21.87**	19.07**	31.58**	27.85**	14.40**
E. EVT 5 days	99%	20.02**	13.80**	5.86	16.17**	13.80**	6.23*	26.13**	7.08*	11.41**
	98%	12.35**	19.23**	18.27**	11.83**	14.18**	18.15**	20.13**	15.45**	24.23**
	97%	21.01**	23.78**	31.62**	26.99**	25.23**	33.55**	30.94**	29.91**	44.43**
	96%	31.88**	34.44**	44.12**	41.74**	34.44**	51.94**	50.53**	44.12**	65.01**
	95%	41.70**	49.67**	55.99**	54.71**	49.04**	76.99**	60.65**	64.13**	77.01**
F. EVT 10 days	99%	22.77**	32.19**	22.77**	40.20**	32.19**	32.19**	32.19**	40.20**	40.20**
	98%	59.16**	64.75**	54.24**	71.39**	64.75**	59.16**	71.39**	64.75**	80.81**
	97%	77.38**	97.69**	91.94**	97.69**	97.69**	86.71**	91.94**	89.83**	104.11**
	96%	107.31**	131.01**	125.18**	137.35**	125.18**	114.66**	117.13**	110.74**	125.18**
	95%	119.23**	164.73**	142.98**	164.73**	155.75**	133.60**	134.81**	136.99**	148.00**
G. M3:	99%	2.55	14.95**	11.02**	17.83**	12.28**	5.66	2.55	1.01	5.66
AR(1)	98%	5.81	10.59**	8.77*	6.50*	9.05*	2.56	4.00	2.17	2.39
GARCH(1,1)	97%	3.35	6.86*	7.25*	5.12	4.30	0.07	1.67	0.07	0.92
	96%	1.57	4.84	1.98	2.83	3.60	0.28	0.34	0.18	0.05
	95%	0.00	2.16	1.65	0.91	0.91	1.03	0.18	0.96	0.88
H. AR(1)	99%	4.78	12.28**	16.36**	14.95**	3.22	2.55	6.61*	3.96	1.96
EGARCH(1,1)	98%	7.22*	5.81	10.47**	5.17	3.41	1.82	4.00	3.00	1.26
	97%	2.92	3.71	5.12	3.47	4.30	2.11	2.51	1.93	0.19
	96%	3.20	1.85	6.45*	1.10	1.97	1.11	1.68	0.23	0.58
	95%	2.47	1.87	2.19	1.37	1.37	1.05	0.36	0.88	2.60
I. AR(1)-	99%	3.96	13.58**	8.69*	14.95**	5.66	3.96	5.66	1.96	2.55
GJR GARCH(1,1)	98%	7.22*	5.17	5.17	7.98*	4.59	1.82	4.00	1.51	0.88
	97%	3.84	4.21	4.66	5.12	2.51	1.58	0.57	1.79	1.79
	96%	2.78	2.79	1.55	1.10	2.83	2.84	0.14	0.91	1.29
	95%	0.48	0.91	2.25	0.48	1.50	2.18	0.21	1.69	4.01
J. M5:	99%	0.41	2.55	4.78	16.36**	3.22	7.62*	2.55	1.01	4.60
skewed *t*	98%	1.04	5.24	1.51	6.50*	2.39	2.17	0.61	1.45	2.39
AR(1)-GARCH(1,1)	97%	0.73	2.02	3.35	3.24	1.80	1.61	0.24	1.34	1.14
	96%	0.88	0.37	2.48	1.57	0.14	0.24	0.05	0.86	0.63
	95%	0.91	0.05	1.25	0.10	0.09	0.44	0.75	1.22	0.21
K. M7:	99%	0.97	0.18	2.04	11.28**	2.57	1.01	3.17	1.44	7.27*
skewed *t*	98%	1.00	0.88	1.19	6.56*	0.23	4.02	0.88	1.19	8.66*
AR(1)-GARCH(1,1)	97%	0.36	0.57	0.61	3.85	0.45	2.01	0.02	2.36	5.29
$\lambda_t = \gamma_0 + \gamma_1 e_{t-1}^3$	96%	0.54	0.46	0.52	1.46	0.12	0.66	0.12	1.02	3.84
	95%	1.62	0.70	0.18	3.16	0.05	0.33	0.36	1.01	1.50
L. M9:	99%	6.14*	5.43	7.29*	21.45**	9.62**	21.45**	2.57	22.72**	11.73**
skewed t	98%	1.66	7.29*	4.59	15.72**	4.16	14.02**	0.06	19.79**	10.58**
AR(1)-GARCH(1,1)	97%	1.77	3.80	1.69	11.18	6.66*	4.89	0.28	9.72**	2.99
$\lambda_t = \gamma_0 + \gamma_1 e_{t-1}^3 + \gamma_2 e_{t-1}^4$	96%	2.47	2.53	4.46	5.76	0.95	2.89	1.40	7.13*	1.68
	95%	2.32	2.65	1.39	3.30	0.75	2.39	3.26	5.61	0.38

Christofferson[1998]가 제시한 VaR 평가 *LR* 통계량은 자유도가 2인 χ^2분포를 따른다.

** 1% 기각역 LR 통계량 > 9.21 * 5% 기각역 LR 통계량 > 5.99

5. 결론

본 연구는 주가 수익률 분포를 설명하는 데 있어서 조건부 왜도 모형을 기존에 사용되어 온 다른 모형들과 VaR척도를 사용하여 성과를 실증적으로 비교하였다. 실증 결과 주가 수익률에는 기존의 GARCH 계열의 모형들이 설명하지 못하는 조건부 왜도가 존재함을 확인하였고 이를 고려한 조건부 왜도 모형의 VaR 성과가 기존의 다른 모형들에 비해 개선되고 있음을 확인하였다.

본 연구에서는 조건부 왜도 모형 설정의 이슈를 제기하였고, 실증 자료를 사용하여 한국 주가 수익률에 적합한 조건부 왜도 모형을 탐색하였다. 적합한 모형 탐색을 위해 기존의 모수적 방법과 더불어 비모수적인 런 테스트의 방법을 제시하였다. 조건부 왜도 모형에 대한 실증분석 결과 KOSPI 수익률보다는 하위 포트폴리오에서 조건부 왜도 모형이 더 적합하다는 사실을 발견하였다. 실증분석에 사용된 Fama-French 방식으로 만든 9개의 하위 포트폴리오도 상당히 많은 종목으로 구성되어 있는 비교적 잘 다각화된 포트폴리오이다. 따라서 실제로 금융기관이 보유하고 있는 포트폴리오들은 이보다 더 하위 포트폴리오이기 때문에 조건부 왜도 모형을 적용하는 것이 필요하다는 것을 시사한다.

또, VaR를 성과평가 척도로 사용함으로써 주가 수익률 분포를 설명하는 여러 가지 형태의 모형을 하나의 척도로 평가했을 뿐 아니라, 위험관리에 적합한 모형에 대한 탐색이라는 실용적인 목적도 달성할 수 있었다. 실증 결과는 주가 수익률을 설명하는 데는 비조건부 모형보다 조건부 모형이 우월한 성과를 나타내고 있으며 조건부 모형 중에서도 조건부 왜도 모형이 GARCH 계열의 모형들에 비해 높은 유의수준일 때 성과가 다소 개선되고 있음을 보였다.

본 연구에서는 skewed–*t* 분포를 사용해 가능한 한 많은 형태의 조건부 왜도 모형을 추정하고자 하였다. 본 연구에서 제시한 모형 외에도 조건부 왜도 모형의 다이내믹스를 더 다양하게 설정해 모형 추정을 시도해 보았으나, 추정해야 할 모수의 수가 많아 안정적인 모형 추정을 수행할 수 없었다. 그러나 안정적이고 효율적으로 모형을 추정할 수 있는 추정 방법을 사용한다면 좀 더 다양한 형태의 모형 추정도 가능하고, 특히 전체 모형을 다 포함하는 비제약모형을 추정해 완전한 형태의 *LR* 테스트를 실시할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

Angelidis, Benos and Degiannakis, 2004, “The use of GARCH models in VaR estimation,” *Statistical Methodology 1*, pp 105-128.

Billio and Pelizzon, 2000, “Value-at-risk: a multivariate switching regime approach”, *Journal of Empirical Finance* 7, pp.531-54.

Christoffersen, 1998, “Evaluating interval forecasts,” *International Economic Review* 39, pp 841-862.

Crnkovic and Drachman, 1996, “Quality Control,” *Risk* 9, pp 139-143.

Danielsson and Vries, 1997, “Value-at-Risk and extreme returns,” *LSE FINANCIAL Markets Group Discussion Paper* 273, London School of Economics.

Duffie and Pan, 1997, “An overview of value at risk,” *Journal of Derivatives* 4, pp 7-49.

Engle, 1982, “Autoregressive conditional heteroskedasticity with Estimates of the variance of United Kingdom inflation,” *Econometrica* 50, pp 987-1007.

Fama and French, 1993, “Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds,” *Journal of Financial Economics* 33, pp 3-56.

Giot and Laurent, 2003, “Value-at-Risk for long and short trading positions,” *Journal of Applied Econometrics* 18, pp 641-664.

Hansen, 1994, “Autoregressive conditional density estimation,” *International Economic Review*, pp 705-730.

Harvey and Siddique, 1999, “Autoregressive conditional skewness,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 34, pp 465-487.

Hull and White, 1998, "Value at Risk when daily changes in market variables are not normally distributed," *Journal of Derivatives*, pp 9-19.

Jonedeau and Rockinger, 2003, "Conditional volatility, skewness, and kurtosis: existence, persistence, and comovements," *Journal of Economic Dynamics & Control* 27, pp 1699 – 1737.

Kupiec, 1995, "Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models," *Journal of Derivatives* 2, pp 73 – 84.

Leon, Rubio and Serna, 2003, "Autoregressive conditional volatility, skewness and kurtosis," working paper.

Premaratne and Tay, 2002, "How should we interpret evidence of time varying conditional skewness?" working paper.

Venkataraman, 1997, "Value at risk for a mixture of normal distributions: the use of quasi-Bayesian estimation techniques," *Economic Perspective*, Federal Reserve Bank of Chicago, pp 2-13.

Zangari, 1996, "An improved methodology for measuring VaR," *RiskMetrics Monitor*, 2nd quarter, p 7-25.