주가지수200선물가격의 변동성에 관한 연구

윤 종 인

본 연구는 주가지수200선물수익률의 변동성 만기효과에 대해 분석하였다. 변동성이 잔여만기에 대해 U자형 만기구조를 갖는 것으로 나타났기 때문에 이에 대한 설명을 시도하였다.

이를 위해 두 가지 방향에서 기존의 연구를 확장하였다. 첫째 자료의 문제 때문에 만기효과가 과장되지 않도록 가격 및 거래량자료를 조정하였다. 둘째 조정된 자료를 이용하되 변동성 방정식에 예상치 못한 VTOI를 설명변수로 포함하였다.

결과에 따르면 변동성의 U자형 만기구조는 자료의 문제로 인해 발생하였다고 보기 어려웠다. 이 현상은 만기일이 멀 때 예상치 못한 거래량/미결제약정의 비율이 높았기 때문인 것으로 판단된다. 즉 만기일이 멀 때 변동성이 큰 이유는 선물시장의 심도가 상대적으로 약하기 때문인 것으로 보인다.

주제어 : 선물수익률, 변동성의 만기구조, 거래량, 미결제약정, E-GARCH모형

JEL 분류기호 : G13, C50

1. 문제제기

본 연구는 주가지수200선물 수익률의 변동성 만기구조(maturity structure)에 대한 실증연구이다. 기존의 연구에 의해 제시되었던 변동성의 만기구조를 검토하고 이를 설명하는 것이 연구의 목적이다.

선물수익률 변동성의 만기효과에 대한 연구는 Samuelson(1967)에 의해 시작되었다. 그는 만기일이 가까워질수록 변동성이 커진다고 주장하였고 이후 Samuelson효과로 알려져 있다.[1] 이후 이에 대한 실증연구는 상품선물에 집중되었고 금융선물에 대한 실증연구는 많지 않은 편이다. 상품선물의 경우 Samuelson효과를 지지하는 결과가 많았던 반면 금융선물의 경우 Samuelson효과를 지지하는 결과는 제시되지 않았다.[2]

국내 연구로는 한상범 외(2000)와 윤종인(2006)이 있다. 이들은 모두 주가지수200선물을 대상으로 하였으며 한상범 외(2000)는 Samuelson효과를 지지하는 결과를 얻었다. 반면에 윤종인(2006)은 선물수익률의 변동성이 최근월물의 잔여만기구간에서 U자형의 만기구조를 갖는다는 특이한 결과를 제시하였다. 즉 변동성은 잔여만기가 90일 정도 남았을 때 크고 이후 시간이 지나면서 감소하다가 만기일이 가까워질수록 다시 증가한다는 것이다.

만기일이 가까워질수록 선물수익률의 변동성이 커진다는 것은 Samuelson효과에 의해 설명할 수 있다. 하지만 잔여만기가 90일 정도 남았을 때 변동성이 크다는 것은 설명하기 어려운 현상이다. 따라서 U자형 만기구조에서 초점은 만기일이 멀 때 왜 변동성이 큰가를 설명하는 일이다.

물론 기존의 문헌 중 Anderson and Danthine(1983)은 만기일이 가까워질수록 변동성이 감소한다는 모형을 제시한 바 있다. 즉 만기일이 멀 때 변동성이 크다는 것이다. 하지만 이 모형은 만기일이 멀 때 중요한 뉴스가 많이 발생한다는 것을 가정하고 있으며 주로 곡물선물의 경우 적용할 수 있는 것으로 알려져 있다. 하지만 금융선물인 주가지수200선물에 이 가정이 타당하리라고 생각하기는 어렵다.

본 연구는 두 가지 방향에서 설명을 시도한다. 첫째 변동성의 만기구조가 자료의 문제에 기인한 것인가를 검정한다. 선물의 가격자료와 거래량자료에는 만기효과가 포함되기 마련이다. 이를 제거함으로써 변동성 만기구조가 어떠한 성격의 것인가를 분석하고자 한다. 둘째 거래량과 미결제약정을 이용하여 만기일이 멀 때 변동성이 커졌는가를 검정한다. 거래량과 미결제약정은 변동성에 영향을 미치는 요인으로 알려져 있지만 그것이 변동성 만기구조도 설명할 수 있는지가 초점이다.

---

[1] 이에 대한 대안으로 제시된 가설은 크게 두 가지이다. 첫째는 Richard and Sundaresan(1981)과 Anderson and Danthine(1983)의 상태변수가설(state variable hypothesis)이다. Samuelson가설과 대비시키면 상태변수가설은 선물수익률의 변동성이 만기일에 가까워질수록 작아진다는 것으로 요약된다. 둘째 Hong(2000)의 투기적 효과(speculative effect)이다. 그는 Samuelson효과가 성립되지 않는 이유로 투자자들의 비대칭적 정보를 지적한다. 요약하면 정보 비대칭성(information asymmetry)이 작을 때 Samuelson효과가 성립할 수 있지만 정보 비대칭성이 클 때 Samuelson효과는 성립하지 않을 수 있다.

[2] 상품선물을 대상의 한 연구로는 Castello and Francis(1982), Anderson(1983), Milonas(1986), Keynon et al.(1987), Khoury and Yourougou(1993), Galloway and Kolb(1996) 등이 있고 금융선물을 대상의 한 연구로는 Galloway and Kolb(1996)와 Moosa and Bollen(2001) 등이 있다.

2. 연구내용

본 연구는 두 가지 방향에서 기존 연구를 확장한다. 첫째는 자료를 개선하는 방식이고 둘째는 변동성 방정식에 거래량/미결제약정의 변수를 포함하는 방식이다.

2.1 자료의 문제

선물수익률의 변동성을 추정하는 연구는 일반적으로 최근월물(nearest)의 가격만을 이용하거나 또는 최근월물의 가격을 이용하되 최근월물의 잔여만기가 1개월 이내일 때 차근월물(next to nearest)의 가격을 이용하는 방식을 취한다.[3]

두 가지 방식은 공통적으로 자료의 불연속성이라는 문제를 안고 있다. 전자의 방식이라면 만기일 전후 자료의 불연속성이 발생하기 때문에 만기효과가 과대하게 추정될 가능성이 높다. 반대로 후자의 방식이라면 만기효과가 과소하게 추정될 가능성이 높다. 게다가 이 경우에는 또 다른 문제가 나타날 수 있다. 자료의 불연속성이 발생하는 시점, 예를 들어 잔여만기가 1개월 남은 시점에 변동성이 과대추정되거나 과소추정될 가능성이 높다.

자료의 불연속성은 실증연구에서 의외로 큰 문제이다. 가장 중요한 문제는 선물가격과 현물가격의 공적분관계를 얻기 어렵다는 데 있다. 실제로 위의 두 가지 방식으로 자료를 이용할 때 선물가격과 현물가격의 공적분관계는 없는 것으로 보인다. 물론 이 문제는 선물거래에 만기일이 있지만 현물거래에는 만기일이 없다는 근본적인 차이에 그 원인이 있을 것이다. 그런데 선물가격과 현물가격의 공적분관계를 얻지 못한다면 이하의 모든 실증분석은 가성적(spurious)인 것이 될 것이므로 이를 해결하기 위한 방법이 강구되지 않으면 안 된다.

어쨌든 자료의 불연속성은 해결해야 할 문제임에 틀림없다. 주의할 것은 이 문제가 가격자료뿐만 아니라 거래량자료에도 있다는 점이다. 그 이유는 다음과 같다. 최근월물의 만기일이 가까워지면 최근월물로부터 차근월물로 갱신(rollover)이 이루어지게 된다. 따라서 만기일이 가까워질수록 최근월물과 차근월물의 거래량은 증가하는 현상이 나타난다. 하지만 이는 단순히 종목교체에 따른 것이고 뉴스 발생에 의한 정보효과(information effect)를 갖는다고 보기는 어렵다. 따라서 이와 같은 갱신거래량은 제거하는 것이 타당할 것으로 판단된다.

본 연구는 가격자료의 경우 Rougier(1996)의 방법을 이용하고 거래량자료의 경우 Holmes and Rougier(2005)의 방법을 이용하여 자료를 조정한다. 가격자료를 조정해야 하는 이유는 선물가격과 현물가격의 공적분관계를 얻는 데 있다. 또한 거래량자료를 조정해야 하는 이유는 정보효과를 갖지 않는 거래량을 제거하는 데 있다. 어쨌든 두 가지 모두 만기일에 따른 효과를 제거하는 것으로 자료의 문제 때문에 변동성의 U자형 만기구조가 발생할 가능성을 줄이게 될 것이다. 그럼에도 불구하고 변동성의 U자형 만기구조가 관찰된다면 이는 또 다른 문제에 그 원인이 있다고 볼 수 밖에 없다.

---

[3] 후자의 경우 최근월물의 잔여만기가 15일 이내인 경우 차근월물 자료를 이용하는 경우도 있다. 하지만 어느 것을 이용할 것인가는 전적으로 자의적인 판단에 달려 있다.

2.2 거래량, 미결제약정과 변동성에 관한 연구

거래량과 미결제약정이 변동성과 관련이 있으리라는 것은 오래 전부터 연구되어 온 주제이다. 우선 거래량(trading volume)은 얼마나 거래가 활발한가(trading activity)를 측정하는 개념이다. 흔히 뉴스 발생(news arrival)의 대용치(proxy)로 이용한다. 한편 미결제약정(open interest)은 유동성(liquidity) 또는 시장의 심도(depth of the market)를 측정하는 개념이다. 헤지수요[Chen, Cuny and Haugen(1995)], 시장의 심도[Bessembinder and Seguin(1993)], 투자자의 견해차이(difference of traders' opnions)[Bessembinder, Chan and Seguin(1996)]의 대용치로 이용한다.

거래량과 변동성의 관계에 대한 연구 중 대표적인 것은 Bessembinder and Seguin(1992)이다. 이들의 결론은 거래량과 변동성이 (+)의 관계를 가진다는 것이었다. 거래량증가가 뉴스발생에 의한 것이라면 자연스러운 결과로 받아들일 수 있다. 흥미로운 것은 거래량을 예상된 거래량(expected volume)과 예상치 못한 거래량(unexpected volume)으로 분해하였을 때 전자의 효과에 비해 후자의 효과가 훨씬 더 크다는 점이다. 이 결과는 국내 주가지수200선물의 경우에도 확인된 바 있다[윤창현 외(2003), 윤종인(2006)].

미결제약정과 변동성의 관계에 대한 대표적인 연구로는 Bessembinder and Seguin(1993)이 있다. 이들은 거래량과 미결제약정 모두를 설명변수로 포함하였고, 미결제약정과 변동성이 (−)의 관계를 갖는다는 결과를 얻었다. 미결제약정이 시장의 심도를 의미하는 것이라면 이 결과 역시 자연스러운 것이다. 또한 미결제약정을 예상된 미결제약정(expected open interest)과 예상치 못한 미결제약정(unexpected open interest)으로 분해하였을 때 전자의 효과가 보다 더 많은 표본에서 (−)의 값을 보이는 것으로 나타났다.

이와 같이 거래량과 미결제약정이 변동성의 설명요인인 것은 잘 알려진 편이다. 다만 거래량과 미결제약정은 (관측할 수 없는 경제적 요인의) 대용치이기 때문에 그것이 갖는 경제적 의미를 명확하게 설명하기는 쉽지 않다. 또한 거래량이 유량(flow)변수이고 미결제약정이 누적된(integrated) 저량(stock)변수인 점도 주의할 필요가 있다. 이는 거래량과 미결제약정간에 상호 밀접한 관련이 있음을 의미하는 것이다. 따라서 거래량과 미결제약정을 동시에 설명변수로 이용하는 방법은 이런 문제를 고려한 것이어야 한다.

2.3 설명변수의 설정

Kyle(1985)은 시장의 심도를 '가격을 1단위 변화시키기 위해 필요한 주문의 양(order flow)'으로 정의한다. 따라서 심도가 큰 시장에서는 소규모의 거래량이 가격변동을 초래하기 어렵다. 가격변동을 초래하기 위해서는 그만큼 거래량이 많아야 한다는 뜻이다. 반면에 심도가 작은 시장에서는 소규모의 거래량만으로도 쉽게 가격의 변동을 초래할 수 있다. 주식시장을 예로 들면 다음과 같은 것이다. 같은 크기의 거래량 변동이 발생하였을 때 발행주식수가 적은 소형주의 가격은 발행주식수가 많은 대형주의 가격에 비해 훨씬 더 민감하게 변동할 수 있다.

따라서 Kyle(1985)의 논리를 선물시장에 적용한다면 거래량의 경제적 의미는 미결제약정과의 상대적 관계를 고려한 것이어야 한다. 선물시장의 경우 이 문제는 더 중요해 보인다.

주식시장의 경우 발행주식수는 단기간에 변동하지 않지만 선물시장의 경우 미결제약정은 단기간에도 변동하기 때문이다. 따라서 거래량만을 설명변수로 포함하는 방식이 주식시장의 연구에서는 적절할 수 있지만 선물시장의 연구에서는 그렇지 않을 수 있다. 이를 반영하여 Bessembinder and Seguin(1993)도 거래량과 미결제약정을 동시에 설명변수로 포함한 바 있다.

하지만 본 연구는 조금 다른 방식을 취한다. 즉 거래량과 미결제약정을 동시에 설명변수로 포함하지 않고 거래량/미결제약정의 비율만을 설명변수로 포함한다. 중요한 것은 거래량의 절대적인 수준이 아니라 미결제약정에 대한 거래량의 상대적인 비율이라고 판단하였기 때문이다.

이 판단은 주가지수200선물이 만기일을 갖는다는 데에 근거한다. 선물계약의 경우 만기일이 가까워지면서 거래량뿐만 아니라 미결제약정도 변동한다. 예를 들어 잔여만기가 90일 정도 남은 경우 최근월물의 미결제약정은 그다지 많은 편이 아니다. 직전의 최근월물이 사라졌지만 새로운 최근월물이 이를 대체하는데 시간이 걸릴 수 있기 때문이다. 이 경우에는 거래량이 조금만 증가해도 거래량의 효과는 크게 나타날 수 있다. 실제로 잔여만기가 90일 정도 남은 경우 거래량은 큰 차이가 없지만 미결제약정은 상당히 적은 편이다. 바꾸어 말하면 이 시기에 시장의 심도는 작다고 볼 수 있다.

물론 거래량과 미결제약정을 동시에 설명변수로 포함한다면 나름대로의 대안이 될 수 있다. Bessembinder and Seguin(1993)가 이 방식을 취하였다. 하지만 잔여만기가 90일 정도 남은 경우에는 거래량의 증가가 미결제약정의 증가로 나타날 가능성이 높다. 따라서 거래량 증가는 미결제약정 증가와 중복될 수 있고 이로 인해 두 변수를 동시에 설명변수로 포함하는 것은 다중공선성(multicollinearity)과 같은 문제를 초래하게 된다. 이 문제는 Bessembinder, Chan and Seguin(1996)에 의해 확인된 셈이다. 이들은 거래량을 종속변수로, 미결제약정을 설명변수로 설정한 모형을 추정하였고 미결제약정이 유의한 설명력을 가짐을 보인 바 있다. 연구목적은 다른 것이었지만 결과적으로 거래량과 미결제약정의 상관관계를 시사한 것이다.

따라서 본 연구는 거래량/미결제약정(이하 VTOI라고 부르기로 함)을 변동성방정식의 설명변수로 포함하여 추정한다. 이 때 거래량/미결제약정은 시장의 심도(의 역수)의 대용치로서 경제적 의미를 갖는다.

이하의 실증분석에서 제시될 것이지만 최근월물이 교체된 직후(즉 직전 최근월물의 만기일 직후) 새로운 최근월물의 미결제약정은 적은 편이지만 거래량은 큰 차이가 없다. 따라서 거래량/미결제약정은 이 시기에 큰 편이다. 하지만 더욱 더 중요한 것은 이 비율을 예상된 것과 예상치 못한 것으로 분해하였을 때 예상치 못한 거래량/미결제약정이 이 시기에 압도적으로 컸다는 점이다. 따라서 예상치 못한 거래량/미결제약정이 변동성을 증가시키는 요인이라면 이는 변동성의 U자형 만기구조를 설명할 수 있는 요인이 될 수 있다.

3. 자료와 실증분석방법

여기에서는 첫째 가격 및 거래량자료를 조정하는 방법에 대해 논의하고 둘째 변동성을 추정하는 방법에 대해 논의한다. 변동성 추정에서 중요한 것은 거래량/미결제약정(VTOI)을 설명변수로 포함한다는 점이다.

3.1 자료의 문제

본 연구의 대상은 증권선물거래소의 주가지수200선물이고 가격, 거래량, 미결제약정의 자료는 1996년 5월 6일부터 2007년 3월 30일까지의 일별 자료(daily data)이다. 물론 이에 대응하는 현물가격은 주가지수200이다.

가격, 거래량, 미결제약정의 자료는 최근월물(nearest)의 것과 차근월물(next to nearest)의 것을 모두 이용하였다. 기존의 연구가 최근월물만을 이용하거나 또는 잔여만기가 1개월 이내인 경우 차근월물을 이용(그 이외의 기간은 모두 최근월물을 이용)하였던 것과 대비되는 특징이다.

최근월물과 차근월물을 모두 이용하는 것은 U자형 변동성의 만기구조가 자료 문제에 기인하는 것인가를 검정하려 하기 때문이다. 즉 최근월물 자료만을 이용한다면 만기일 직후 종목이 교체되는 문제가 발생한다. 따라서 만기일 전후의 변동성이 이로 인해 – 즉 종목이 다르기 때문에 – 영향받을 가능성이 높다. 물론 최근월물을 이용하되 잔여만기가 1개월 이내인 경우에만 차근월물을 이용하는 방식도 마찬가지이다. 앞에서 언급한 바와 같이 종목교체에 따른 자료의 불연속성은 피할 수 없다.

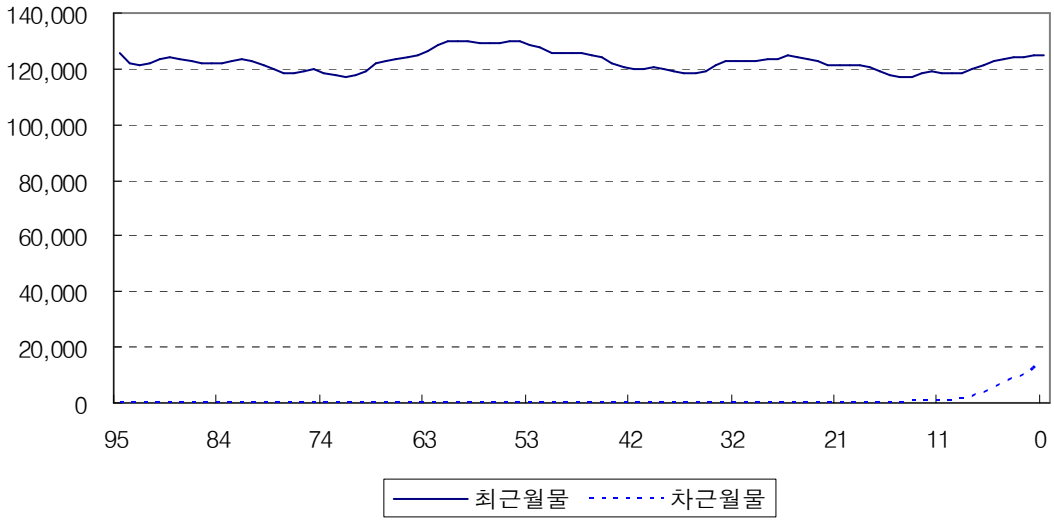
선물가격 자료의 경우 이를 해결하기 위하여 Rougier(1996)의 방법을 이용하기로 한다. 우선 Rougier(1996)는 현물가격과 고정된 비율(constant proportionality)로 변동하는 선물가격지수를 최적(optimal)이라고 정의하였다. 이에 따라 선물의 최적가격지수(optimal price index)를 구하는 방법을 도출하였는데 결과는 의외로 간단하다. 즉 최적가격지수는 최근월물 가격과 차근월물 가격의 가중평균이다. .

$$(1) \qquad F^{*} = \frac{m}{k} F^{'} + \left(1 - \frac{m}{k}\right) F^{''}$$

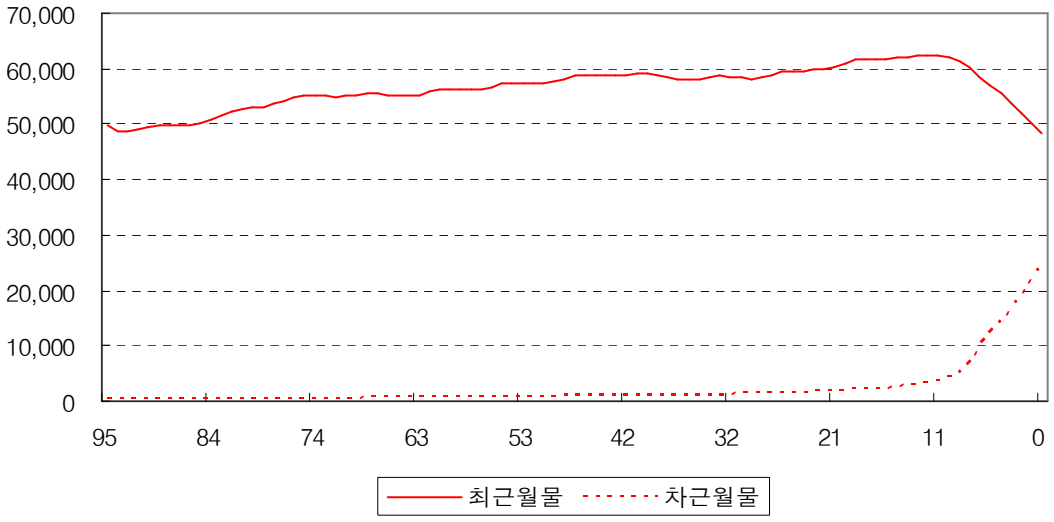
여기에서 F^{*}는 최적가격지수이고 $F^{'}$와 $F^{''}$은 각각 최근월물과 차근월물의 선물가격이다. 또한 k는 두 종목 만기일간의 차이이고 m은 최근월물 만기일까지의 잔여만기이다.

주목할 것은 최근월물의 잔여만기가 클 때 최근월물 가격의 가중치가 크고 최근월물의 잔여만기가 작을 때 차근월물 가격의 가중치가 크다는 점이다. 두 종목의 가격을 이용하여 하나의 가격지수를 계산한다면 자연스럽다고 여겨질 만한 방식이다. 중요한 것이 이렇게 구한 선물가격이 현물가격과 고정된 비율로 변동한다는 점이다. 즉 공적분관계를 추정할 때 잔여만기와 상관없는 고정된(constant) 공적분벡터를 얻게 된다.

< 그림 1> 최근월물 잔여만기에 따른 거래량



< 그림 2> 최근월물 잔여만기에 따른 미결제약정



종목교체에 따른 문제는 거래량 자료에도 있다. 이하 실증분석에서 거래량은 최근월물과 차근월물의 것을 합산하여 이용한다. 그런데 두 종목의 거래량을 단순하게 합산한다면 거래량이 과다하게 계산되는 문제가 발생하게 된다. 왜냐하면 최근월물로부터 차근월물로 종목의 갱신(rollover)이 있기 때문이다. 종목의 갱신은 최근월물의 만기일이 가까워질 때 이루어질 것이므로 이를 거래량으로부터 제거할 필요가 있다. 실제로 <그림1>에 따르면 만기일이 가까워질 때 최근월물과 차근월물의 거래량이 증가함을 관찰할 수 있다.

이를 해결하기 위하여 Holmes and Rougier(2005)의 방법을 이용하기로 한다. 이들은 종목갱신에 따른 거래량을 아래와 같이 구하였다.

$$(2) \qquad 0 \le r \le \min\left\{\frac{1}{2}(v' - \Delta oi'), \frac{1}{2}(v'' + \Delta oi'')\right\}$$

여기에서 r은 갱신에 따른 거래량이고 v'와 v''은 각각 최근월물과 차근월물의 거래량이다. 또한 $\Delta oi'$과 $\Delta oi''$은 각각 최근월물과 차근월물 미결제약정의 증가분이다.

(2)식에 의해 갱신거래량을 구한다면 최근월물과 차근월물의 합산된 거래량은 다음과 같이 구할 수 있다. 물론 $\hat{v}$와 v는 갱신거래량에 대해 조정된 거래량과 미조정된 거래량이다.

$$(3) \qquad \hat{v} = v - 2 \times r$$

(3)식의 조정된 거래량은 종목 갱신에 의해 단순하게 발생한 거래량을 제거한 것이다. 즉 갱신거래량은 정보효과(information effect)를 갖지 않는 것으로 간주하겠다는 뜻이다. 따라서 조정거래량에는 종목교체에 따른 만기효과가 포함되어 있지 않다.

이하 실증분석에서는 조정된 가격과 조정된 거래량을 이용한다. 만약 조정된 자료를 이용하였을 때 변동성의 U자형 만기구조가 나타나지 않는다면 이는 자료의 문제에 기인한 것이었다고 생각할 수 있다. 하지만 조정된 자료를 이용하더라도 변동성의 U자형 만기구조가 나타난다면 자료의 문제에 원인이 있었다고 보기는 어려울 것이다.

3.2 변동성 추정방법

본 연구는 일변량(univariate) E-GARCH(1,1)모형을 이용하여 주가지수200선물수익률의 변동성을 분석한다. 평균방정식은 선물가격과 현물가격의 공적분(cointegration)관계에 기초한 오차수정모형(error correction model)이다.

선물수익률의 변동성분석에는 선물가격과 현물가격을 이용한 이변량(bivariate) 모형을 이용하는 경우가 많다. 하지만 본 연구는 선물수익률의 일변량(univariate) 모형을 이용한다. 그 이유는 첫째 연구의 초점이 선물수익률의 변동성이므로 이에 초점을 맞추고자 하였고, 둘째 최우추정법(maximum likelihood estimation)의 경우 추정해야 할 모수(parameter)가 많아지면 수치최적화(numerical optimization)의 결과가 수렴하기 어렵기 때문이다. 따라서 가급적 간결한 모형을 이용하고자 하였다.

평균방정식과 분산방정식을 정리하면 아래의 (4)~(6)식과 같다.

$$(4) \qquad \ln(s_t) = a \ln(f_t) + v_t$$

$$(5) \qquad \Delta \ln(f_t) = c_0 + \pi \hat{v}_t + \varepsilon_t, \quad \text{where } \varepsilon_t \sim (0, h_t)$$

$$(6) \qquad \log(h_t) = \gamma_0 + \gamma_1 \left|\varepsilon_{t-1}\right| / \sqrt{h_{t-1}} + \gamma_2 \log(h_{t-1}) + \gamma_3 \varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}}$$
$$+ \beta_1 mon + \beta_2 tue + \beta_3 thu + \beta_4 fri + \beta_5 sat + \beta_6 \hat{v}_t + \beta_7 \hat{v}_t^2$$
$$+ \alpha_1 m_t + \alpha_2 (m_t)^2 + \delta_1 evtoi_t + \delta_2 uvtoi_t$$

(4)식은 선물가격과 현물가격의 공적분(cointegration)방정식이다. $\ln(f_t)$ 과 $\ln(s_t)$ 은 로그를 취한 선물가격과 현물가격이며 v_t 가 바로 공적분오차(cointegration error)이다. 이 값의 추정치인 $\hat{v}_t$ 이 (5)식의 설명변수로 포함되어 있다.

(5)식이 오차수정모형인데 선물수익률 및 현물수익률의 시차변수는 포함하지 않았다. 아카이케정보기준(Akaike information criterion)에 따르면 두 변수의 시차변수가 2개까지 필요한 것으로 나타났다. 하지만 추정 결과 이들 시차변수의 추정계수 중 유의한 것은 없었다. 따라서 현물수익률과 선물수익률의 시차변수는 포함하지 않았다.[4]

(6)식은 E-GARCH(1,1)모형이다. 우선 $\left|\varepsilon_{t-1}\right| / \sqrt{h_{t-1}}$, $\log(h_{t-1})$, $\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}}$ 은 Nelson(1991)에 근거하여 포함된 설명변수이다. 이 중 $\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}}$ 의 추정계수인 γ_3 가 이른 바 레버리지효과(leverage effect)를 포착한다. γ_3 가 (−)의 값을 가지면 레버리지효과가 있다는 것을 의미한다.

다음으로 mon , tue , thu , fri , sat 은 각각 월, 화, 목, 금, 토요일에만 1의 값을 갖고 그렇지 않은 경우 0의 값을 갖는 가변수이다.[5] 수익률에는 요일효과가 없지만 변동성에는 요일효과가 있다는 강태훈(2001)의 지적을 반영한 것이다. 또한 공적분 오차인 $\hat{v}_t$ 과 그 제곱인 $\hat{v}_t^2$ 을 설명변수로 포함하였다. $\hat{v}_t$ 를 설명변수로 포함한 것은 Zhong, Darrat and Otero(2004)를 반영한 것인데 본 연구는 $\hat{v}_t^2$ 도 설명변수로 추가하였다. 공적분오차의 부호뿐만 아니라 크기도 변동성에 영향을 미치리라고 판단하였기 때문이다.

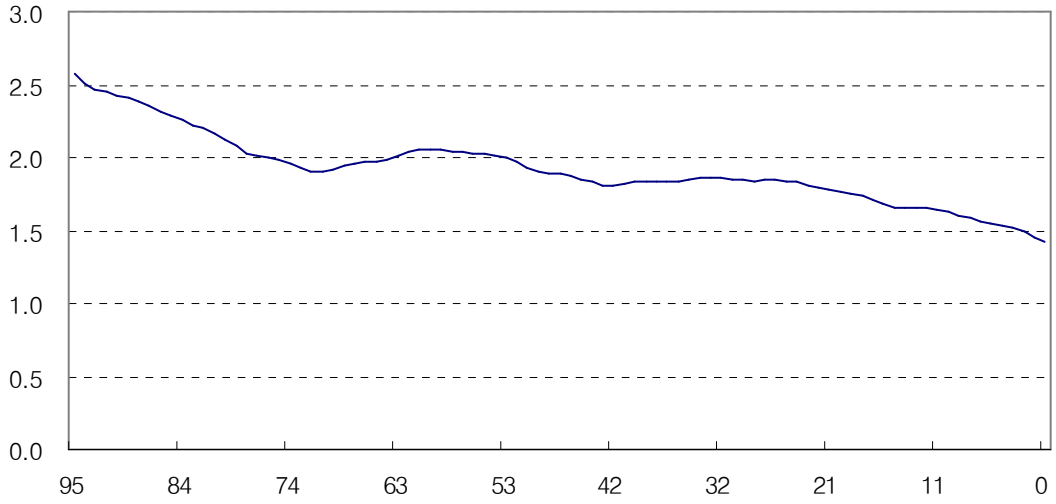
m_t 와 $(m_t)^2$ 는 변동성의 만기구조를 포착하기 위한 변수이다. m_t 는 선물 최근월물의 잔여만기이며 $(m_t)^2$ 는 제곱항이다. 잔여만기가 변동성에 미치는 영향의 비선형성(nonlinearity)을 포착하기 위한 것인데 이들의 효과를 정리하면 $\alpha_2 \left[m_t + \alpha_1 / (2\alpha_2)\right]^2$ 이 된다. 만약 α_2 가 (+)이고 α_1 이 (−)이면 잔여만기가 변동성에 미치는 영향은 2차함수의 형태를 갖게 된다. 게다가 $-\alpha_1 / (2\alpha_2)$ 이 90보다 작고 0보다 큰 값이면 잔여만기의 변동성효과는 U자형의 형태를 갖게 된다.

---

[4] 시차변수가 유의하지 않았다는 것은 이변량모형을 추정하여 얻은 결과이다. 따라서 (5)식의 방정식을 하나만 추정해도 식별(identification)의 오류는 없다. 게다가 현물수익률의 방정식을 추정하였을 때 오차수정계수가 유의하지 않았기 때문에 현물가격은 공적분관계에 대해 약외생적(weakly exogeneous)이다[Johansen(1992)]. 따라서 공적분관계를 추정하기 위해서는 선물수익률만을 이용한 (5)식만으로 충분하다.

[5] 여기에서 *sat*는 마지막 요일, *fri*는 그 직전 요일에 해당되는 가변수이다. 따라서 토요일에 거래가 있었던 1998년 12월 이전에는 *sat*가 토요일에 해당되는 가변수이지만, 토요일의 거래가 없어진 그 이후에는 금요일에 해당되는 가변수이다.

< 그림 3 > 최근월물 잔여만기에 따른 거래량/미결제약정(VTOI)



끝으로 $evtoi_t$ 와 $uvtoi_t$ 는 각각 예상된 VTOI와 예상치 못한 VTOI이다. 예상된 VTOI는 VTOI의 자기회귀(autoregression)모형을 이용하여 구하였다. 아카이케정보기준에 따라 시차변수는 17개까지 포함하였으며 앞에서 언급한 요일 가변수와 상수항을 설명변수로 추가하였다. 자기회귀모형의 추정 결과 적합치(fitted value)를 예상된 VTOI로 이용하고 그 나머지 잔차를 예상치 못한 VTOI로 이용한다. 참고로 최근월물의 잔여만기에 따른 VTOI의 추이가 <그림 3>에 제시되어 있다.

Nelson(1991)은 오차의 분포함수로 GED(generalized error distribution)를 제안하였다. 이 분포함수는 다음과 같다.

$$(7) \qquad f(x) = \frac{\exp\left[\left(-|x|/b\right)^{2/c}/2\right]}{b\left(2^{c/2+1}\right)\Gamma\left(1+c/2\right)}$$

여기에서 b는 scale을 나타내며 c는 shape라고 부르고 첨도(kurtosis)를 나타낸다. 만약 c가 1보다 크다면 꼬리가 두툼한(fat-tailed) 분포임을 의미한다. 따라서 조건부 이분산성(conditional heteroschedasticity)이 있다면 c의 추정치는 1보다 클 것이다.

GED분포 하에 최우추정법(quasi-maximum likelihood estimation)을 이용하여 (5)식과 (6)식을 결합 추정한다. 한편 최우추정법을 위한 수치최적화(numerical optimization)에는 BFGS(Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno)방법을 이용하였다.

끝으로 본 논문에 제시된 그림은 모두 비모수적(nonparametric) 추정방법에 의해 구한 함수이다. 이 방법은 부록에서 간략하게 언급한다.

4. 실증분석결과

오차수정모형과 변동성 방정식의 추정결과를 제시한다. 이를 위해 우선 주가지수200선물의 가격, 거래량, 미결제약정의 단위근을 검정하고 선물가격과 현물가격의 공적분관계를 검정한다. 오차수정모형의 추정을 위해 필요한 중간과정이기도 하지만 그 자체로서 의미있는 결과를 제시해 주었다.

4.1 단위근검정 및 공적분검정결과

주가지수200선물의 가격, 조정거래량, 미결제약정, 조정거래량/미결제약정(VTOI)에 대한 단위근 검정결과를 제시한다. 검정방법으로는 ADF검정을 이용하였다. 이하 변동성 방정식의 추정결과에서는 조정된 자료를 이용한 결과만을 제시하였다. 하지만 여기에서는 조정하지 않은 자료에 대해서도 검정을 수행하였는데 이는 미조정자료를 이용할 때 공적분관계를 얻기 어렵다는 점을 보이기 위한 것이다.

<표1>에는 Rougier(1996)의 방법에 따라 조정된 자료와 조정하지 않은 자료의 검정결과가 모두 제시되어 있다. 또한 상수항만을 포함한 경우와 시간추세까지 포함한 경우의 검정결과도 모두 제시되어 있다. 결과에 따르면 주가지수200선물가격은 I(1)이고 그 수익률은 I(0)이다. 이 결과는 조정 여부, 시간추세 포함 여부와 관계없이 나타났다.

한편 주가지수200선물의 조정거래량, 미결제약정, 조정거래량/미결제약정(VTOI)에 대한 단위근 검정결과도 <표1>에 제시되어 있다. 거래량은 Holmes and Rougier(2005)의 방법에 따라 조정된 거래량, 즉 갱신거래량을 제거하여 얻은 것이다. 또한 상수항만을 포함한 경우와 시간추세까지 포함한 경우의 검정결과도 모두 제시되어 있다. 결과에 따르면 5% 유의수준에서 세 변수 모두 I(0)임을 알 수 있다. Bessembinder and Seguin(1993) 등의 연구에서 미결제약정은 I(1)이라는 결과가 제시된 바 있다. 미결제약정은 유량(flow)변수가 아니라 저량(stock)변수이고 누적된(integrated) 자료이기 때문에 I(1)일 가능성이 높은 편이다. 하지만 주가지수200선물의 미결제약정은 I(0)이며 이하 실증분석에서 이용하게 될 VTOI도 I(0)이다.

선물가격과 현물가격의 공적분검정 결과는 <표2>에 제시되어 있다. 검정방법으로는 Engle−Granger공적분검정을 이용하였다. 이 검정은 잔차가 I(1)임을 귀무가설로 한다. 한편 검정통계량의 임계치는 MacKinnon의 response surface regressions에 의해 계산된 것이다.

<표2>에 따르면 조정자료를 이용한 경우와 미조정자료를 이용한 경우 검정결과가 크게 달랐다. 미조정선물가격을 이용한 경우 Engle−Granger검정통계량은 −0.64에 불과하였다. 따라서 잔차가 I(1)이라는 귀무가설을 기각할 수 없으며 공적분관계가 있다고 볼 수 없다. 한편 조정선물가격을 이용한 경우 검정통계량이 1% 유의수준 임계치보다 작은 것으로 나타났기 때문에 귀무가설은 기각된다. 즉 공적분관계가 확인된 셈이다.

미조정선물가격을 이용하였을 때 공적분관계를 얻을 수 없었던 것은 의외의 일이다. <표2>의 결과는 상수항, 시간추세, 잔여만기 등을 설명변수로 포함하지 않고 얻은 것이지만 이 변수들을 추가하더라도 결과는 마찬가지였다.

< 표 1 > 주가지수200선물의 가격 및 거래량에 대한 ADF 검정결과

구분	상수항만 포함	상수항과 시간추세 포함
미조정선물가격	−1.10	−2.72
미조정선물수익률	−51.52	−51.25
조정선물가격	−1.09	−2.71
조정선물수익률	−29.31	−29.33
조정거래량	−3.40	−5.75
미결제약정	−2.93	−7.77
조정거래량/미결제약정	−6.35	−7.11

주) 상수항만 있는 경우 1%, 5%, 10% 유의수준에서 임계치는 −3.43, −2.86, −2.57이며 상수항과 시간추세를 포함한 경우 −3.96, −3.41, −3.12임.

< 표 2 > 주가지수200 및 선물가격의 공적분 추정결과

변수	추정결과		
미조정선물가격			
$\ln(f_t)$	0.0412	(176.05)	***
Engle-Granger 공적분 검정통계량		−0.64	
조정선물가격			
$\ln(f_t)$	1.0003	(4346.41)	***
Engle-Granger 공적분 검정통계량		−43.04	***

주1) 계수의 추정치 중 괄호 안은 t 값이며 (***)는 1% 유의수준, (**)는 5% 유의수준, (*)는 10% 유의수준에서 유의함을 나타냄.

주2) Engle-Granger 공적분 검정통계량의 임계치는 MacKinnon의 response surface regressions에 의해 계산된 것으로 1%, 5%, 10% 유의수준에서 각각 −3.90, −3.34, −3.05임.

공적분검정 결과는 Rougier(1996)의 방법이 타당함을 확인시켜 주는 것이다. 그는 최적의 선물가격지수를 도출할 때 현물가격과 선물가격의 비례적 변동을 최적으로 정의한 바 있다. 따라서 최적가격지수, 즉 조정선물가격은 현물가격과 고정된 비율에 따라 변동하게 된다. 여기에서 중요한 것은 고정된 비율에 따른 변동이 공적분검정에 의해 확인되었다는 점이다.

고정된 비율, 즉 공적분벡터는 쉽게 추정할 수 있는데 그 비율은 거의 1에 가깝다. 이는 베이시스(basis)가 정상시계열이며 공적분오차에 해당되는 개념임을 의미한다.

반면에 미조정선물가격은 현물가격과 고정된 비율에 따라 변동하지 않을 수 있다. 따라서 공적분관계의 검정, 그리고 고정된 공적분벡터의 추정이 쉽지는 않을 것이다. 실제로 <표2>의 결과는 이를 확인시켜 주고 있다. 어쨌든 미조정선물가격을 이용한다면 공적분관계의 검정은 어려운 일이다.

이는 미조정선물가격과 현물가격의 공적분관계가 시변(time varying)할 수 있음을 시사한다. 기존의 여러 연구가 다른 표본기간에 대해 공적분관계를 확인한 바 있기 때문이다. 따라서 보다 장기간의 일별 자료를 이용할 때 공적분관계를 검정하려면 이를 고려하는 방법이 강구되어야 한다. 자료를 조정하는 Rougier(1996)의 방법이 그 중의 하나라고 생각해 볼 수 있다.

4.2 변동성 추정결과

조정선물가격을 이용하여 오차수정모형과 변동성방정식을 추정한 결과가 <표3>에 제시되어 있다. <표3>에서 모형1은 VTOI를 설명변수로 포함하지 않은 것이고 모형2는 VTOI를 설명변수로 포함한 것이다. 따라서 모형1과 모형2의 결과를 비교하면 VTOI의 효과를 파악할 수 있다. 한편 미조정선물가격, 즉 최근월물 선물가격을 이용한 결과는 부록에 제시하였다. 최근월물 선물가격과 현물가격의 공적분관계가 검정되지 않았기 때문에 최근월물 자료를 이용한 결과는 가성적인(spurious) 것이다.

오차수정모형에 대한 추정결과 중 중요한 것만 언급하기로 한다. 첫째 상수항은 유의한 (+)의 값을 갖는 것으로 나타났다. 조정선물가격을 이용하였을 때 0.18%~0.19%였는데 일별 수익률이라는 점에서 대단히 큰 값임을 알 수 있다.

둘째 오차수정계수는 유의한 (+)의 값을 갖는 것으로 나타났다. 이 결과는 기존의 연구에서도 확인된 바 있는데 Johansen(1992)의 개념에 따르면 선물가격은 공적분관계에 대해 약외생적(weakly exogeneous)이라고 볼 수는 없음을 의미한다.

분산방정식의 추정결과에 대해 특징적인 것만을 언급하면 다음과 같다.

첫째 $\varepsilon_{t-1}/\sqrt{h_{t-1}}$ 의 추정계수는 유의한 (−)의 값을 갖는 것으로 나타났다. 이른 바 레버리지 효과가 있었음을 의미한다.

둘째 요일 가변수 중 화요일 가변수의 추정계수만이 유의한 (−)의 값을 갖는 것으로 나타났다. 화요일의 변동성이 작았음을 의미하는 것이다.

셋째 공적분오차와 그 제곱의 추정계수는 모두 유의한 (+)의 값을 갖는 것으로 나타났다. 공적분오차 제곱항의 유의한 (+)의 추정계수는 공적분관계로부터의 이탈이 클 때 변동성이 큼을 의미한다. 한편 공적분오차의 유의한 (+)의 추정계수는 공적분관계로부터 현물가격이 (+)의 방향으로 이탈하였을 때 변동성의 증가가 (−)의 방향으로 이탈하였을 때 변동성의 증가보다 큼을 의미한다. 바꾸어 말하면 공적분관계에 비추어 선물가격이 저평가되었을 때 변동성이 크다는 뜻이다. 따라서 이 결과를 종합하면 다음과 같다. 선물가격이 공적분관계, 즉 장기적 균형관계에서 이탈할 때 변동성이 커지기는 하지만 저평가되었을 때의 변동성 증가가 상대적으로 더 컸다.

넷째 shape계수(c)는 대략 1.69 정도의 값을 갖는 것으로 나타났다. 이는 선물수익률분포의 첨도가 크다는 뜻이고 조건부 이분산성이 있음을 의미한다.

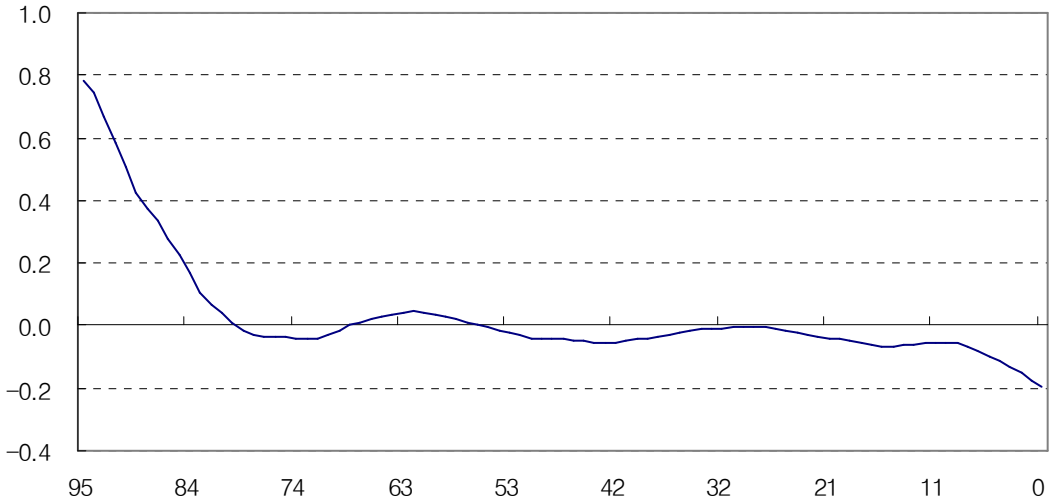
< 표 3 > ECM 및 E-GARCH(1,1)모형 추정결과(조정선물가격)

변수	모형1			모형2		
평균방정식						
상수	0.0018	(4.25)	***	0.0019	(4.60)	***
$\hat{v}_t$	0.1524	(6.90)	***	0.1523	(5.86)	***
분산방정식						
상수	-2.2772	(-11.18)	***	-2.3352	(-10.89)	***
$\lvert\varepsilon_{t-1}\rvert/\sqrt{h_{t-1}}$	0.5592	(14.58)	***	0.5433	(13.06)	***
$\log(h_{t-1})$	0.7497	(34.10)	***	0.7458	(33.07)	***
$\varepsilon_{t-1}/\sqrt{h_{t-1}}$	-0.0669	(-2.22)	**	-0.0660	(-2.21)	**
Mon	0.1805	(1.41)		0.1627	(1.31)	
Tue	-0.2685	(-2.19)	**	-0.2778	(-2.28)	**
Thu	0.0631	(0.44)		0.0552	(0.38)	
Fri	0.0906	(0.64)		0.0793	(0.56)	
Sat	0.2059	(1.15)		0.3136	(1.52)	
$\hat{v}_t$	5.6633	(7.38)	***	5.5877	(6.84)	***
$\hat{v}_t^2$	6.0598	(3.96)	***	6.5418	(4.08)	***
m_t	-0.0038	(-1.68)	*	-0.0036	(-1.56)	
$(m_t)^2$	$10^{-4}\times$ 0.4739	(1.93)	*	$10^{-4}\times$ 0.3874	(1.53)	
$evtoi_t$				0.0306	(1.17)	
$uvtoi_t$				0.2201	(2.96)	***
shape (c)	1.6887	(25.84)	***	1.6872	(25.95)	***
우도값	6927.7			6496.1		

주1) 모형1은 *evtoi, uvtoi*를 설명변수로 포함하지 않은 모형이고, 모형2는 *evtoi, uvtoi*를 설명변수로 포함한 모형임.

주2) 계수의 추정치 중 괄호 안은 t값이며 (***)는 1% 유의수준, (**)는 5% 유의수준, (*)는 10% 유의수준에서 유의함을 나타냄.

< 그림 4 > 최근월물 잔여만기에 따른 예상치 못한 거래량/미결제약정(VTOI)



다섯째 예상된 VTOI의 추정계수는 유의하지 않았지만 예상치 못한 VTOI의 추정계수는 유의한 (+)의 값을 갖는 것으로 나타났다. 이는 예상치 못하도록 미결제약정이 감소하거나 또는 거래량이 증가하였을 때 변동성이 커짐을 의미한다. 이 결과는 거래량과 미결제약정에 관한 기존의 연구결과와 맥락을 같이 하는 것이다.

끝으로 중요한 결과는 m_t 과 $(m_t)^2$ 의 추정계수이다. 흥미로운 것은 모형1과 모형2의 추정결과가 다르다는 점이다. 두 모형의 차이는 VTOI를 설명변수로 포함하는가에 따른 것이므로 이 차이가 중요한 것임을 알 수 있다. 모형1의 경우 m_t 과 $(m_t)^2$ 의 추정계수는 모두 유의한 값을 갖는 것으로 나타났다. 게다가 추정치의 값은 U자형 만기구조를 지지하는 것으로 보인다. 변동성이 최저가 되는 것은 잔여만기가 40.5일이었을 때이다. 하지만 모형2의 결과는 그렇지 않았다. m_t 과 $(m_t)^2$ 의 추정계수는 모두 유의하지 않았다.

이 결과는 두 가지 의미에서 중요하다. 첫째 m_t 과 $(m_t)^2$ 의 추정계수는 조정된 자료를 이용하더라도 여전히 유의한 것으로 나타났다. 이는 자료의 조정이 변동성의 U자형 만기구조를 설명할 수 없음을 시사하는 것이다. 둘째 m_t 과 $(m_t)^2$ 의 추정계수는 VTOI를 설명변수로 포함하였을 때 유의하지 않은 것으로 나타났다. 이는 변동성의 U자형 만기구조가 VTOI에 의해 설명될 수 있는 것임을 의미한다.

결국 주가지수200의 경우 선물수익률이 U자형 변동성 만기구조를 갖는 이유는 예상치 못한 VTOI의 효과 때문인 듯하다. <그림4>는 최근월물 잔여만기에 따른 예상치 못한 VTOI의 패턴을 보여 준다. 잔여만기가 많이 남았을 때 예상치 못한 VTOI는 압도적으로 큼을 알 수 있다. 게다가 예상치 못한 VTOI가 변동성을 증가시키는 요인으로 작용하였기 때문에 만기일이 멀 때 변동성이 컸던 것은 예상치 못한 VTOI 때문이었던 것으로 보인다.

5. 요약

본 연구는 주가지수200선물수익률의 변동성 만기효과에 대해 분석하였다. 변동성이 최근월물의 잔여만기에 대해 U자형 만기구조를 갖는 것으로 나타났기 때문에 이에 대한 설명을 시도하였다.

이를 위해 두 가지 방향에서 기존의 연구를 확장하였다. 첫째 자료의 문제 때문에 만기효과가 과장되지 않도록 가격 및 거래량자료를 조정하였다. 둘째 조정된 자료를 이용하되 변동성 방정식에 예상치 못한 VTOI를 설명변수로 포함하였다.

연구결과 중 새로운 것만을 요약하면 다음과 같다.

첫째 주가지수200(현물가격)과 주가지수200선물가격의 공적분관계를 얻기 위해서는 두 가격이 고정된 비율로 변동할 수 있도록 조정해야 한다. 조정된 선물가격은 최근월물 선물가격과 차근월물 선물가격의 가중평균인데 이 자료를 이용하면 주가지수200과 공적분관계를 얻을 수 있었다. 그렇지 않다면 선물가격과 현물가격의 공적분관계를 얻는 것은 쉽지 않아 보인다.

둘째 조정된 선물가격을 이용하더라도 변동성의 U자형 만기구조는 제거되지 않았다. 따라서 U자형 만기구조는 자료의 문제로 인해 발생한 것이 아님을 알 수 있다. U자형 만기구조는 꽤 강건한 현상임을 의미한다.

셋째 변동성의 U자형 만기구조는 예상치 못한 거래량/미결제약정(VTOI)에 의해 설명할 수 있는 것으로 판단된다. 예상치 못한 VTOI는 최근월물의 만기일이 90여일 남았을 때 대단히 큰 편이었다. 게다가 예상치 못한 VTOI는 변동성을 증가시키는 요인이기 때문에 만기일이 멀 때 변동성이 큰 이유는 예상치 못한 VTOI 때문인 것으로 보인다.

결국 변동성의 U자형 만기구조는 다음과 같은 이유 때문에 나타난다고 요약할 수 있다. 최근월물의 만기일이 지나고 새로운 종목이 최근월물이 된 직후 이 종목의 미결제약정은 아직 적은 편일 수 밖에 없다. 따라서 시장의 심도는 약한 편인데 이 시기에 예상치 못한 거래량이 나타난다면 변동성은 커질 수 밖에 없다. 물론 이 시기에 예상치 못한 거래량의 규모가 크지 않을 수도 있다. 중요한 것은 미결제약정이 적을 때 이런 현상이 나타날 수 있다는 점이다. 따라서 예상치 못한 거래량/미결제약정의 비율은 커지게 된다. 그리고 이것이 변동성의 증가를 초래한다. 요컨대 만기일이 멀 때 변동성이 큰 이유는 선물시장의 심도가 상대적으로 약하기 때문인 것으로 보인다.

참고문헌

강태훈, “한국금융시장의 비선형 동학과 이례현상”,「경제학연구」제49권 제4호, 2001, 167-197

윤창현, 조태근, 한상일, “국채 및 달러선물시장의 일중 변동성과 시장간 변동성 전이(spill-over) 효과”,「선물연구」제10권 제2호, 2002, 115-144

윤종인, “KOSPI200과 KOSPI200선물수익률 변동성의 만기효과에 관한 실증연구”,「선물연구」제14권 제2호, 2006, 1-23

한상범, 이건범, “우리나라 주가지수선물시장의 변동성 및 만기효과에 대한 연구”,「금융연구」제14권 제1호, 2000, 107-125

Anderson, R.W., and J.P. Danthine, “The time pattern of hedging and the volatility of futures prices”, *Review of Economic Studies,* 50, 1983, 249-266

Bessembinder, H., and P.J. Seguin, “Futures-trading activity and stock price volatility”, *Journal of Finance,* 47, 1992, 2015-2034

Bessembinder, H., and P.J. Seguin, “Price volatility, trading volume, and market depth : evidence from futures markets”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* 28, 1993, 21-39

Bessembinder, H., Chan, K., and P.J. Seguin, “An empirical examination of information, differences in opinion, and trading activity”, *Journal of Financial Economics,* 40, 1996, 105-134

Castello, M.G., and J.C. Francis, “Basis speculation in commodity futures : the maturity effect”, *Journal of Futures Market,* 2, 1982, 195-206

Chen, N., Cuny, C.J., and Haugen, R.A., “Stock volatility and the levels of the basis and open interest in futures contracts”, *Journal of Finance* 50, 1995, 281-300

Galloway, T., and R.W. Kolb, “Futures price and the maturity effect”, *Journal of Futures Market,* 16, 1996, 809-828

Holmes, p., and J. Rougier, “Trading volume and contract rollover in futures contracts”, *Journal of Empirical Finance*, 12, 2005, 317-338

Hong, H.,, “A model of returns and trading in futures markets”, *Journal of Finance,* 55, 2000, 959-988

Johansen, S., “Cointegration in partial systems and the efficiency of single-equation analysis,” *Journal of econometrics,* 52, 389-402

Keynon, D., K. Kenneth, J. Jordan, W. Seale, and N. McCabe, “Factors affecting agricultural futures price variance”, *Journal of Futures Market,* 7, 1987, 73-91

Khoury, N., and P. Yourougou, “Determinants of agricultural futures price volatilities : evidence from Winnipeg commodity exchange”, *Journal of Futures Market,* 13, 1993, 345-356

Kyle, A.S., “”Continuous auctiona and insider trading”, *Econometrica* 53, 1985, 1315-1335

Moosa, I.A., and B. Bollen, “Is there a maturity effect in the price of the S&P 500 futures contract?”, *Applied Economics Letters,* 8, 2001, 693-695

Nelson, D.B., “Conditional heteroschedasticity in asset returns : A new approach”, *Econometrica*, 59, 1991, 347-370

Richard, S.F., and M. Sundaresan, “A continuous time equilibrium model of forward prices and futures prices in a multigood economy”, *Journal of Financial Economics,* 9, 1981, 347-371

Rougier, J., “An optimal price index for stock index futures contracts”, *Journal of Futures Market*, 16, 1996, 189-199

Samuelson, P.W., “Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly”, *Industrial Management Review,* 6, 1967, 41-49

Zhong, M., A.F. Darrat, and R. Otero, “Price discovery and volatility spillovers in index futures markets : Some evidence from Mexico”, *Journal of Banking and Finance,* 28, 2004, 3037-3054

부록 1 : 비모수적 추정방법

본문에서 제시된 그림은 모두 비모수적(nonparametric) 추정방법으로 구한 것이다. 그 방법은 다음과 같다.

y_t가 종목변수이고 m_t가 최근월 선물의 잔여만기라고 할 때 아래의 (A1)식을 추정한다.

(A1) $$y_t = f(m_t) + u_t$$

본 연구는 표준적인 방법을 선택하였다. 즉 Nadaraya−Watson kernel 추정법을 이용하였고 가중치로는 Epanechnikov kernel을 이용하였다. 가중치로는 여러 방법이 제시되어 있지만 그 차이는 별로 크지 않은 것으로 알려져 있다.

오히려 중요한 것은 커널의 폭(bandwidth)인데 이 값을 $0.79 \times IQR \;/\; N^{1/5}$로 하였다. 여기에서 IQR(inter-quartile range)은 설명변수의 75% 백분위값(percentile)과 25% 백분위값의 차이이고 N은 표본의 수이다. 폭이 클수록 부드러움(smoothness)는 증가하지만 이와 동시에 편의(bias)도 증가한다.

부록 2 : 최근월물 가격을 이용한 추정결과

< 부표1 > ECM 및 E-GARCH(1,1)모형 추정결과(최근월물 선물가격)

변수	모형1			모형2		
평균방정식						
상수	0.0007	(2.27)	**	0.0009	(2.95)	***
$\hat{v}_t$	0.0005	(2.13)	**	0.1193	(4.59)	***
분산방정식						
상수	-0.1673	(-2.05)	**	-0.0696	(-0.91)	
$\lvert\varepsilon_{t-1}\rvert/\sqrt{h_{t-1}}$	0.1442	(6.58)	***	0.1065	(5.74)	***
$\log(h_{t-1})$	0.9905	(296.72)	***	0.9917	(348.07)	***
$\varepsilon_{t-1}/\sqrt{h_{t-1}}$	-0.0355	(-3.26)	***	-0.0336	(-3.58)	***
Mon	-0.0373	(-0.37)		-0.0779	(-0.80)	
Tue	-0.1379	(-1.43)		-0.1413	(-1.59)	
Thu	0.0987	(0.81)		0.0337	(0.30)	
Fri	0.1157	(1.03)		0.0645	(0.59)	
Sat	0.0032	(0.04)		-0.1523	(-1.97)	**
$\hat{v}_t$	-0.1619	(-0.84)		-0.3042	(-1.79)	*
$\hat{v}_t^2$	8.4056	(1.37)		10.4608	(2.00)	**
m_t	-0.0012	(-2.21)	**	-0.0004	(-0.87)	
$(m_t)^2$	$10^{-4}\times$ 0.0966	(1.62)	*	$10^{-4}\times$ 0.0005	(0.01)	
$evtoi_t$				-0.0163	(-3.04)	***
$uvtoi_t$				0.1823	(5.51)	***
shape	1.3199	(25.17)	***	1.2972	(24.47)	***
우도값	6902.8			6927.7		

주1) 모형1은 *evtoi, uvtoi*를 설명변수로 포함하지 않은 모형이고, 모형2는 *evtoi, uvtoi*를 설명변수로 포함한 모형임.

주2) 계수의 추정치 중 괄호 안은 t값이며 (***)는 1% 유의수준, (**)는 5% 유의수준, (*)는 10% 유의수준에서 유의함을 나타냄.