

한국의 이자율 기간구조와 통화정책 (Term Structure of Interest Rates and Monetary Policy in Korea)

엄영호(Youngho Eom)*

이준희(Joon Hee Rhee)**

지현준(Hyun Jun Ji)***

<요약>

우리나라에서는 1999년 5월 이후 콜금리를 공식적인 운용목표로 삼아 통화정책을 운용해오고 있다. 이는 콜금리를 통해 채권시장 및 경제전체에 영향을 미쳐 목표했던 통화정책을 달성할 수 있다는 전제를 기반으로 하고 있다. 따라서, 콜금리로 대표되는 단기자금시장과 만기 1년 이상 채권시장이 긴밀히 연결되어 있을수록 통화정책의 효율성이 증가하게 된다. 그러나, 우리나라에서는 1년 미만의 단기국채시장과 레포시장(Repo market)의 부재로 인해 시장이 분할되고 통화정책의 효율성이 저해될 가능성이 높은 것으로 판단된다.

이에 본 연구에서는 2요인 확장선형모형(2 factor extended affine model)을 통해 국내 채권시장의 이자율 기간구조(Term structure)를 추정하고, 이로부터 채권시장에 내재된 초단기이자율(Instantaneous short rate) 및 초단기이자율의 정상상태평균(Steady state mean)을 추정하였다. 그리고, 이를 단기금융시장의 초단기이자율과 비교하여 시장분할가설의 통계적 및 경제적 유의성을 검증하고 통화정책변경이 이자율 기간구조의 요인에 미치는 영향을 분석하였다.

2001~2006년의 국채 현물이자율 자료를 이용한 추정결과에 따르면 위험프리미엄(Risk premium)이 시간가변적인 2요인 확장선형모형이 우리나라 채권시장의 이자율 기간구조를 잘 설명하고 있는 것으로 나타났다. 그리고, 추정된 초단기이자율은 통계적으로 시장 초단기이자율과 유의적인 차이를 보였으며, 이론적 차익거래(Arbitrage)를 통해 경제적 유의성을 확인할 수 있었다. 또한, 통화정책 변경은 이자율 기간구조를 결정하는 요인 중 초단기이자율 요인에 영향을 주지만, 초단기이자율의 정상상태평균 요인에 미치는 영향은 제한적인 것으로 나타났다.

본 연구는 연세대학교 경영연구소의 지원으로 수행되었으며, 2005년 한국은행 주최 「단기금융시장과 통화정책」에서 발표된 내용을 수정한 논문입니다.

*) 연세대학교 경영학과

**) 숭실대학교 경영학과

***) 연세대학교 경영학과 박사과정

I. 서론

이자율의 기간구조(Term structure of interest rates)는 무이표채의 만기수익률(Yield to maturity of zero coupon bonds) 혹은 현물이자율(Spot interest rate)과 채권의 만기 사이의 관계를 의미한다. 이자율 기간구조를 이론적으로 모형화하거나 이를 실증적으로 추정하는 것은 채권 등의 이자율에 민감한 자산의 가격결정이나 위험의 헤지 등을 위해 중요한 과제일 뿐 아니라, 이자율 기간구조가 미래 이자율 및 인플레이션의 변화 등에 대한 채권시장 참가자들의 기대를 반영하고 있기 때문에 통화정책의 입안자 입장에서도 이에 대한 이해가 매우 중요한 과제이다.

우리나라에서는 1999년 5월부터 1일물 콜금리를 공식적인 목표로 채택하여 통화정책을 운용하고 있는데, 이는 다음과 같은 통화정책 파급효과에 기반하고 있다. 즉, 중앙은행에서 목표콜금리를 변경하면 이는 채권시장의 이자율 기간구조에 영향을 미치게 되고 이는 다시 경제전체에 영향을 미치게 되어 중앙은행은 목표했던 통화정책의 목표를 달성할 수 있게 된다. 따라서, 콜금리는 통화정책의 직접적인 시발변수의 역할을 하며, 역으로 채권시장에 내재된 경제정보를 반영하여 이자율 기간구조에 내재된 초단기이자율로서의 성격을 지니고 있어야 한다. 이러한 관점에서 통화정책과 이에 대한 시장의 반응이 콜금리를 매개변수로 하여 긴밀하게 연결되어 있을수록 통화정책의 효율성도 증대되게 된다.

일반적으로 이자율 기간구조 이론은 이자율 기간구조가 어떤 특정 투자자의 미래 소비에 대한 선호에 의존하지 않고 투자자의 선호가 다른 경우에도 미래 현금흐름에 대한 하나의 할인함수(Discounting function)가 존재한다고 상정하게 된다. 이는 균형 모형(Equilibrium model) 입장에서 보면 하나의 대표자(Representative agent)가 존재해서 시장에서 가격을 결정한다고 상정하는 것이다. 위험중립 가격결정(Risk-neutral pricing) 이론 입장에서 보면 상태가격(State price) 혹은 위험중립 확률(Risk-neutral probability)이 유일하게 존재함을 의미하는 것으로 이는 시장의 완비성(Complete market)을 가정하는 것이다. 특히 하나의 할인함수가 존재한다고 전제하고 이자율 기간구조를 모형화 하는 것은 이자율 기간구조에 대한 전통적인 가설 중 하나인 시장분할 가설(Market segmentation hypothesis) 혹은 선호된 서식지 가설(Preferred habitat hypothesis)과는 상치되는 것이다. 시장분할 가설(Market segmentation hypothesis) 혹은 선호된 서식지 가설(Preferred habitat hypothesis)에 의하면, 채권에 따라서 특정 투자자군(Investor clientele)에게 더 선호되거나 덜 선호된 채권이 존재하게 된다. 그러나 시장에 거래비용, 공매도 제약, 규제에 의한 제약 등과 같은 시장마찰(Market friction)이 존재하지 않는다면 차익거래자(Arbitrageur)는 채권 가격이 특정 거래자의 선호에 의해 과대 혹은 과소평가되는 경우 채권을 사거나 동시에 빌려 차익거래이익(Arbitrage profit)을 얻게 되기 때문에 시장분할 가설이 성립되지 않는다.

시장의 완비성에 대한 가정은 현실에 존재하는 시장마찰(Market friction) 정도에 따라 가정의 현실성에 대한 문제가 제기될 수 있는데, 채권 시장과 관련한 대표적인 시장마찰 요인으로는 유동성, 세금효과, 수요 및 공급 효과 등을 들 수가 있다. 예를 들어 Amihud & Mendelson(1991), Kamara(1994) 등에 연구에 의하면 유동성 프리미엄(Liquidity premium)으로 인해 유동성이 높은 단기채무

성증권(T-Bill)과 유동성이 낮은 동일 만기 장기채무성증권(T-Bond) 사이에 유의한 가격차이가 존재한다¹⁾. 그리고 Cornell and Shapiro(1990), Jordan and Jordan(1997), Duffie(1996) 등은 스페셜 레포(Special Repo) 효과로 인해 유동성이 높은 채권과 그렇지 않은 채권 사이에 가격차이가 존재함을 보였다. 수요 및 공급 효과와 관련된 대표적 연구에는 Duffie(1996)의 연구가 있는데, Duffie(1996)에 의하면 1-2개월 만기의 단기채무성증권에 다른 채권들과 관련이 없는 특유의 변동(Idiosyncratic variation)이 있으며, 이는 이들 단기채무성증권의 공급과 관련이 있다는 실증결과를 보였다. Duffie(1996)의 실증연구결과는 미국 단기채무성증권 시장이 다른 채권들과 분리된(Segmented) 시장임을 시사하는 것이다.

우리나라 채권시장의 경우 이러한 시장 마찰 요인이 채권가격 형성과정에 영향을 미칠 수 있을 개연성이 상대적으로 크다. 특히 우리나라의 경우 미국과 같이 1년 미만의 단기국채를 정기적으로 발행하지 않기 때문에 잔존 만기가 짧은 채권가격의 가격발견(Price discovery)이 상대적 어려울 수 있으며, 채권의 거래가 주로 최근발행채권에 집중되기 때문에 경과물 채권의 가격이 유동성 효과에 영향 받을 개연성이 있다. 따라서 우리나라의 단기금융시장에서 결정되는 단기 이자율과 채권시장에서 결정되는 채권가격인 장기 이자율 사이의 관계를 이론적 모형을 통해 조명해 보는 것은 채권 거래자, 통화 정책자, 이론가 입장에서 중요할 것으로 생각된다.

본 연구의 목적은 선형모형(Affine model) 중 확장된 가우시안 모형(Extended gaussian model)을 이용하여 이자율 기간구조를 추정하고, 추정된 모형이 우리나라 채권시장에서 관측되는 실제 이자율 기간구조의 특징과 부합하는지를 분석하는 것이다. 또한 모형에서 추정된 내재 초단기이자율(Implied instantaneous rate)과 단기금융시장의 단기이자율과의 비교분석을 통해 단기금융시장과 장기채권시장 사이의 시장분할 가능성을 검증하고, 통화정책의 변경에 따른 내재 초단기이자율의 변동을 분석하여 향후 통화정책의 시사점을 찾고자 한다.

이를 위해 본 연구에서는 2001년 1월 2일부터 2006년 12월 29일까지의 단기금융시장의 이자율과 채권의 현물이자율 자료를 이용하여 2요인 확장 가우시안 모형(2 factor extended gaussian model)을 추정하고 추정된 모형을 이용해 채권가격에 내재된 초단기이자율을 추정하였다. 일반적으로 이자율 기간구조 모형을 추정하는 경우 초단기이자율(Instantaneous short rate)에 대한 대용치(Proxy)를 사용하게 되나, 우리나라의 경우 초단기이자율에 대한 대용치로 사용할 수 있는 잔존만기 3개월 국채는 유동성이 적어 유동성 효과에 의해 영향을 많이 받을 수 있다. 그리고 콜금리는 은행 및 증권사 등과 같은 금융기관 간의 거래에 의해 형성되는 이자율이기 때문에 금융기관의 신용위험(Credit risk)을 반영하고 있으며, 콜시장의 일시적 수요 및 공급요인에 영향을 받아 대용치로 사용하는데 문제가 있을 수 있다. 특히 우리나라의 경우 단기 금융상품시장이 장기 채권시장과 분할

1) 유동성 효과에 대한 다른 연구로는 Grinblatt and Longstaff(2000), Elton and Green(1998), Boudoukh and Whitelaw(1991) 등 들 수 있다. Grinblatt and Longstaff(2000)는 유동성 차이로 인해 STRIPS 포트폴리오와 동일한 현금흐름을 갖는 채권 사이에 가격차이가 존재함을 보였으며, Elton and Green(1998)은 최근발행채권과 경과물 채권 사이에 유의한 가격차가 존재함을 보였다. Boudoukh and Whitelaw(1991)는 일본의 채무성증권 시장에서 주로 거래되는 만기 10년 JGB 채권이 벤치마크효과(Benchmark effect)로 인해 가격이 높게 거래되고 있음을 보였다.

(Segmented) 되어 있을 가능성이 있으며, 이 경우 단기 금융상품의 이자율을 초단기이자율의 대응치로 사용하는 것은 채권가격 결정에 있어 경제적인 의미가 없을 수 있다. 본 연구에서는 초단기이자율에 대한 대응치를 사용해 이자율 기간구조 모형을 추정하지 않고 채권의 거래가격에 내재된 초단기이자율(Implied instantaneous short rate)과 초단기이자율의 정상상태 평균(Steady state mean)을 이용하여 모형을 추정하고자 한다. 따라서, 내재된 초단기이자율과 단기금융시장에서 관찰되는 실제 초단기금리의 차이를 분석하여 시장분할가능성을 검증하는 한편, 추정된 이자율 모형으로부터 이론적 차익거래(Arbitrage) 포트폴리오를 구성하여 이에 대한 경제적 유의성을 살펴본다.

또한 본 연구에서는 콜금리의 조정 시점을 전후하여 추정된 내재 초단기이자율의 변동을 분석하였다.²⁾ 통화정책과 이자율기간구조를 연구한 대부분의 연구는 미연방기금이자율(Fed fund rate)을 초단기이자율의 대응치로 사용하고 있다. 그러나 만약 시장이 분할되어 있거나 수요 및 공급 요인 혹은 유동성 효과에 미연방기금이자율이 영향 받게 되는 경우 이를 초단기이자율의 대응치로 채권가격을 구하는 것은 채권가격에 편의(Bias)를 가져올 수 있다. 예를 들어 Longstaff(2000)는 단기 레포이자율(Repo rate)을 이용해 기대가설을 검증한 결과 기대가설을 기각하지 못한다는 결과를 얻고 있는데, 그 이유로 과거 연구들이 유동성에 영향을 받는 단기채무성증권 이자율을 사용하여 기대가설을 검증했던 점을 들고 있다. 따라서 본 연구에서는 실제 콜금리나 단기금융시장의 이자율을 초단기이자율의 대응치로 사용하여 이자율 기간구조를 추정하기 보다는 모형을 통해 역으로 내재 초단기이자율(implied instantaneous)을 추정하고 이를 대상으로 통화정책에 대한 이자율 반응을 살펴보고자 한다.

II. 이론적 배경

II.1 확장된 가우시안 모형(Extended Gaussian Model)

2) 통화정책이 이자율 기간구조에 대한 영향을 살펴 본 대표적인 연구로는 Rudebusch(1995) 및 Balduzzi, Bertola and Foresi(1997) 등의 연구가 있다. 이들 연구는 기대가설이 실증적으로 기각되며, 그 주된 이유로 중앙은행의 통화정책에 대한 기대 오류를 들고 있다. 기대가설(expectation hypothesis)에 따르면 장단기 금리차이는 미래 단기 이자율의 변동을 예측하여야 한다. 그러나 이에 대한 실증 연구결과들은 기대가설을 기각하고 있으며, 기간구조상의 어떤 만기의 자료를 이용하느냐에 따라 결과가 달라진다. Rudebusch(1995)는 이와 같은 실증결과가 기대가설이 성립하는 경우에도 미연방준비은행(FED)이 단기적으로는 평탄 행위(Smoothing behavior)를 보이고 중기적으로는 미연방준비은행이 유지하고자 하는 수준으로 목표(Target)를 정하는 정책을 취하는 경우 미래 단기 이자율 변동에 대한 예측력이 장단기 금리의 만기에 영향 받을 수 있음을 시뮬레이션을 통해 보였다. 이외에도 Babbs and Webber(1994), Das(1997), Brito and Flores(2001) 등의 연구는 초단기이자율의 점프(Jump)가 중앙은행의 통화정책에 기인하는 모형을 제시하였다. 또한 Piazzesi(2004) 역시 목표이자율(Target rate)이 점프모형을 따르는 모형을 제시하였는데 Piazzesi(2004)의 분석 결과를 보면 미연방공개시장위원회 회의(FOMC meeting)효과는 전체 이자율 기간구조에 영향을 미치는 것으로 나타났다. 그리고, 통화정책 충격에 대한 기간구조의 반응은 만기가 증가할수록 서서히 감소하는 것으로 나타났다.

어떤 확률 공간(Probability Space) $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ 과 \mathbb{R}^n 에 정의된 표준 브라우니안 모션(Standard brownian motion) W^* 에 의해 생성된 확장된 증대정보계(Augmented filtration) $\{\mathcal{F}_t : t \geq 0\}$ 가 있다고 할 때, 어떤 열린집합(Open Subset) $D \in \mathbb{R}^n$ 에 정의된 마코프 과정(Markov process)을 따르는 상태변수(State variable) Y 가 존재하며 다음의 식(1)의 조건을 충족한다고 가정하자.

$$P(t, t+\tau) = P(t, t+\tau; Y_t) \in C^{2,1}(D \times [0, \infty)) \quad \text{식 (1)}$$

식(1)에서 $P(t, \tau)$ 는 만기시점인 $t+\tau$ 에서 1을 지급하는 무이표채 (Zero-coupon bond)의 현재 시점 t 에서의 가격을 의미한다. 이 경우 연속적이고 측정 가능한 함수 ($r: D \rightarrow r$)인 초단기이자율 (Instantaneous short rate)은 만기가 0으로 수렴하는 경우 무이표채의 만기수익률의 정의로부터 다음의 식(2)와 같이 정의된다. 그리고 초기 시점 0에서 초기 투자금액이 1이며 초단기이자율로 연속적으로 채투자되는 일종의 단기자금계정(Money market account)이 있는 경우 이 계정의 현재 시점 t 에서의 가치는 식(3)과 같이 정의할 수 있다.

$$r(y) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{-\log P(t, t+\tau; Y)}{\tau}, \quad Y \in D \quad \text{식 (2)}$$

$$B(0, t) = \exp\left(-\int_0^t r(Y_s) ds\right) \quad \text{식 (3)}$$

이 경우 Harrison and Kreps(1979) 등의 연구에 의해 잘 알려져 있듯이 차익거래 기회가 없다는 조건은 동등한 마팅게일 측도(Equivalent martingale measure)가 존재한다는 조건과 필요충분조건의 관계에 있다. 즉, 이는 시장에서 차익거래가 없는 경우 전술한 확률 측도(Probability measure) \mathbb{P} 와 동등하며(Equivalent) (Ω, \mathcal{F}) 에 정의된 어떤 확률 측도 Q 가 있어 어떤 증권가격의 확률과정 이 $0 \leq t \leq \tau$ 에서 마팅게일(Martingale)을 따르는 확률 측도가 존재한다는 것이다. 이를 수식으로 표현하면 다음의 식(4)와 같다.

$$Z(t, T) = E_Q[Z(T, T) | \mathcal{F}_t] \quad \text{식 (4)}$$

식(4)에서 $Z(t, T) = \frac{P(t, T)}{B(0, t)}$ 는 만기 T 인 채권의 가격을 단기자금계정의 가치로 나눈 할인된 가격을 의미하며, 차익거래 기회가 시장에 존재하지 않게 하는 현재의 무이표채의 가격은 다음의 식(5)와 같이 정의된다.

$$P(t, T) = E_Q\left[\exp\left(-\int_t^T r(Y_s) ds\right) | \mathcal{F}_t\right] \quad \text{식 (5)}$$

구체적인 모형의 도출을 위해서는 상태변수의 확률과정에 대한 구체적인 가정이 필요한 바 본 연구에서는 선형 모형(Affine model)을 가정하였다. 선형모형에서는 초단기이자율이 상태변수들(State Variables)에 대한 선형함수로 표현되는데, 각 요인의 확률과정(Stochastic Process)에 대한 가정에 따라 모형이 달라진다. 본 연구에서는 가우시안 모형(Gaussian model)을 이용하여 국내 이자율자료에 대해 실증분석하였다. 특히 본 연구에서는 Dai and Singleton(2001), Cheridito, Filipovic and Kimmel(2003) 등에 의해 제시된 확장된 가우시안 모형(Extended gaussian model)을 이용하고자 한다. 기존의 선형모형에서는 위험의 시장가격(Market price of risk)이 항상 일정(Constant)하다는 가정하고 있는데 비해, 이들의 연구결과에 따르면 위험의 시장가격이 일정하다는 가정은 선형모형이 성립하기 위한 필요조건이 아니다. 즉 Cheridito, Filipovic and Kimmel(2003) 등은 가우시안 모형에서도 만약 위험의 시장가격이 상태 변수에 대한 선형함수이면 기본적으로 선형모형의 틀을 유지할 수 있음을 보이고 있으며, 기존의 가우시안 모형과는 달리 확장된 모형에서는 시간 가변적(Time varying) 위험 프리미엄(Risk premium)이 가능하다. 또한 Dai and Singleton(2001)의 실증연구 결과에 따르면 확장된 모형은 1요인 가우시안(Gaussian) 모형으로도 기대가설(expectation hypothesis)에 대한 수수께끼(Puzzle)의 상당한 부분을 설명할 수 있다는 실증연구 결과를 보이고 있다.

구체적으로 확장된 가우시안 모형에서는 초단기이자율(Instantaneous short rate)을 식(6)과 같이 상태변수에 대한 선형함수로 가정하며, 상태변수의 확률과정(Stochastic process)은 실제 확률측도(Physical probability measure : P-measure)하에서 다음과 식(7)과 같은 Ay형태(Ay form)로 정의된다.

$$r_t = d_0 + \mathbf{d}^T \mathbf{Y}_t \quad \text{식 (6)}$$

$$d\mathbf{Y}_t = (\mathbf{a}^P - \mathbf{b}^P \mathbf{Y}_t)dt + d\mathbf{W}_t^P \quad \text{식 (7)}$$

Duffie and Kan(1995)에 의해 잘 알려져 있듯이 채권가격산정 모형이 선형모형이기 위한 필요충분조건은 초단기이자율의 확률과정이 위험중립 확률측도(Risk-neutral probability measure : Q-measure)에서 식(8)과 같은 확률과정을 따르는 것이다.

$$d\mathbf{Y}_t = (\mathbf{a}^Q - \mathbf{b}^Q \mathbf{Y}_t)dt + d\mathbf{W}_t^Q \quad \text{식 (8)}$$

만약 상태변수가 실제확률측도하에서 선형 모형을 따르고 위험의 시장가격이 식(9)와 같이 상태변수에 대한 선형함수인 경우 채권가격산정 모형은 선형모형을 따르게 되는데, Cheridito, Filipovic and Kimmel(2003)에 의하면 차익거래 기회가 존재하지 않기 위해서는 실제확률하에서의 확률과정과 위험중립확률하에서의 확률과정은 식(10)을 충족하여야 한다.

$$\mathbf{A}(Y_t) = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 Y_t \quad \text{식 (9)}$$

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{a}^P - \mathbf{a}^Q, \mathbf{A}_1 = \mathbf{b}^Q - \mathbf{b}^P \quad \text{식 (10)}$$

본 연구에서는 선형모형 중 2요인 확장 가우시안 모형(2 factor extended gaussian model)을 사용하였는데, 2요인 확장 가우시안 모형에서는 초단기이자율(Instantaneous short rate)을 식(11)과 같이 2요인 상태변수에 대한 선형함수로 가정하고 있으며, 상태변수의 확률과정은 실제 확률하에서 다음의 식(12)와 같이 정의된다. 그리고 위험중립 확률하에서의 초단기이자율의 확률과정은 식(13)을 따르는 것으로 가정한다. 이 경우 무차익 거래 조건을 충족시키기 위한 조건은 식(14)와 같다.

$$r_t = d_0 + \mathbf{d}^T \mathbf{Y}_t \quad \text{식 (11)}$$

$$d\mathbf{Y}_t = -\mathbf{b}^P \mathbf{Y}_t dt + d\mathbf{W}_t^P \quad \text{식 (12)}$$

$$d\mathbf{Y}_t = (\mathbf{a}^Q - \mathbf{b}^Q \mathbf{Y}_t) dt + d\mathbf{W}_t^Q \quad \text{식 (13)}$$

$$\mathbf{A}_0^Y = -\mathbf{a}^Q, \mathbf{A}_1^Y = \mathbf{b}^Q - \mathbf{b}^P \quad \text{식 (14)}$$

$$\text{where } \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}, \mathbf{b}^P = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{b}^Q = \begin{bmatrix} \hat{b}_{11} & 0 \\ \hat{b}_{21} & \hat{b}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}^Q = \begin{bmatrix} \hat{a}_{01} \\ \hat{a}_{02} \end{bmatrix}, d\mathbf{W}_t^P = \begin{bmatrix} dW_{1,t}^P \\ dW_{2,t}^P \end{bmatrix}, dW_{1,t}^P \cdot dW_{2,t}^P = 0$$

Dai and Singleton(2000)에 의하면 이러한 이자율 모형이 식별(Identified)되기 위한 충분조건은 실제확률측도 하에서의 초단기이자율의 확률과정인 식(12)에서 \mathbf{b}^P 가 하방 삼각(Lower-triangular) 행렬이 되어야 한다. 이러한 조건 하에서의 채권가격 $f(t, \mathbf{Y}_t)$ 은 식(15)와 같은 편미분방정식(Partial differential equation)을 만족하여야 한다.

$$-r_t f(t, \mathbf{Y}_t) + f_t(t, \mathbf{Y}_t) + \mathbf{A}f(t, \mathbf{Y}_t) = 0$$

$$\text{where } \mathbf{A}f(t, \mathbf{Y}_t) = \sum_i b_i(y) \frac{\partial f}{\partial y_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} (\sigma \sigma^T)_{i,j}(y) \frac{\partial^2 f}{\partial y_i \partial y_j}$$

$$d\mathbf{Y}_t = \mathbf{b}(\mathbf{Y}_t) dt + \sigma(\mathbf{Y}_t) d\mathbf{W}_t \quad \text{식 (15)}$$

식(15)에서 채권가격식인 $f(t, \mathbf{Y}_t)$ 를 $f(t, \mathbf{Y}_t) = \exp(-A(\tau) - B_1(\tau) Y_{1,t} - B_2(\tau) Y_{2,t})$ 로 가정하면 식(16)과 같은 상미분방정식(Ordinary differential equation)을 얻을 수 있다³⁾.

3) 이 때 닫힌 해(Closed-form Solution)를 구하기 위해 $\lambda_{12}^Y = b_{12} - \hat{b}_{12} = 0$ 을 가정하였다. 만약 λ_{12}^Y 에 대한 제약이 없는 경우에는 상미분방정식(Ordinary difference equation)에 대한 수치적 방법(Numerical method)을 이용하여 가격을 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
B'_1(\tau) &= -\hat{b}_{11}B_1(\tau) - \hat{b}_{21}B_2(\tau) + d_1 \\
B'_2(\tau) &= -\hat{b}_{22}B_2(\tau) + d_2 \\
A'(\tau) &= \hat{a}_{01}B_1(\tau) + \hat{a}_{02}B_2(\tau) - \frac{1}{2} [B_1^2(\tau) + B_2^2(\tau)] + d_0
\end{aligned} \tag{16}$$

식(16)의 상미분방정식을 풀면 식(17)과 같은 확장된 가우시안 2요인 모형에서의 채권가격식이 도출된다. 식(17)의 채권 가격식에서 만약 $A_1^Y = 0$ 이면 위험의 시장가격이 상수인 2요인 가우시안 모형이 되며, 본 연구에서는 $A_1^Y \neq 0$ 인 경우를 2요인 확장 가우시안 모형으로 정의하였다.

$$\begin{aligned}
P(t, T) &= \exp[-A(\tau) - B_1(\tau)Y_{1,t} - B_2(\tau)Y_{2,t}] \tag{17} \\
\text{where } B_1(\tau) &= \frac{d_1(1 - e^{-\hat{b}_{11}\tau})}{\hat{b}_{11}} + \frac{\hat{b}_{21}d_2}{\hat{b}_{11} - \hat{b}_{22}} \left(\frac{1 - e^{-\hat{b}_{11}\tau}}{\hat{b}_{11}} - \frac{1 - e^{-\hat{b}_{22}\tau}}{\hat{b}_{22}} \right) \\
B_2(\tau) &= \frac{d_2(1 - e^{-\hat{b}_{22}\tau})}{\hat{b}_{22}} \\
A(\tau) &= \left[d_0 + \frac{\hat{a}_{01}\hat{b}_{22}d_1 + \hat{a}_{02}\hat{b}_{11}d_2 - \hat{a}_{01}\hat{b}_{21}d_2}{\hat{b}_{11}\hat{b}_{22}} - \frac{d_2^2}{2\hat{b}_{22}^2} - \frac{(\psi_A - \psi_B)^2}{2} \right] \tau \\
&\quad + \frac{1 - e^{-\hat{b}_{11}\tau}}{\hat{b}_{11}} \left[-\frac{\hat{a}_{01}d_1}{\hat{b}_{11}} - \frac{\hat{a}_{01}\hat{b}_{21}d_2}{\hat{b}_{11}(\hat{b}_{11} - \hat{b}_{22})} + \frac{3 - e^{-\hat{b}_{11}\tau}}{4} \psi_A^2 - \psi_A\psi_B \right] \\
&\quad + \frac{1 - e^{-\hat{b}_{22}\tau}}{\hat{b}_{22}} \left[-\frac{\hat{a}_{02}d_2}{\hat{b}_{22}} + \frac{\hat{a}_{01}\hat{b}_{21}d_2}{\hat{b}_{22}(\hat{b}_{11} - \hat{b}_{22})} + \frac{3 - e^{-\hat{b}_{22}\tau}}{4} \psi_B^2 - \psi_A\psi_B \right. \\
&\quad \quad \quad \left. + \frac{d_2^2(3 - e^{-\hat{b}_{22}\tau})}{4\hat{b}_{22}^2} \right] \\
&\quad + \psi_A\psi_B \left[\frac{1 - e^{-(\hat{b}_{11} + \hat{b}_{11})\tau}}{\hat{b}_{11} + \hat{b}_{11}} \right] \\
\psi_A &= \frac{d_1}{\hat{b}_{11}} + \frac{\hat{b}_{21}d_2}{\hat{b}_{11}(\hat{b}_{11} - \hat{b}_{22})}, \psi_B = \frac{\hat{b}_{21}d_2}{\hat{b}_{22}(\hat{b}_{11} - \hat{b}_{22})}, \tau = T - t
\end{aligned}$$

한편, Ay형태로 표현된 확장된 선형모형은 Ar형태(Ar form)로 표현될 수 있으며, 지금까지 살펴본 2요인 가우시안 모형 역시 Ar형태로 표현할 수 있다.

예를 들면 널리 알려진 1요인 바지책 모형에서는 초단기이자율의 확률과정을 식(18)과 같이 정의한다.

$$dr_t = \kappa_r(\theta - r_t)dt + \sigma dB_t^P \tag{18}$$

이 때 κ_r 은 초단기이자율의 평균회귀(Mean reversion)성향을 결정하며, θ 와 σ 는 각각 초단기이

자율의 정상상태 평균(Long-run steady state mean) 및 변동성(Volatility)을 의미한다. 1요인 바지책 모형에서는 초단기이자율의 정상상태평균이 일정하다고 가정하지만 2요인 바지책 모형에서는 확률적으로 변동한다고 가정하며 이는 식(19)와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} d\theta_t &= \kappa_\theta(\bar{\theta} - \theta_t)dt + \eta dB_{1,t}^P & \text{식 (19)} \\ dr_t &= \kappa_r(\theta_t - r_t)dt + \sigma dB_{2,t}^P \\ \text{where } dB_{1,t}^P \cdot dB_{2,t}^P &= \rho dt \end{aligned}$$

이와 같이 Ar형태로 표현할 경우에는 초단기이자율과 초단기이자율의 정상상태평균이 이자율 기간구조를 결정하는 요인으로 작용한다. 따라서, t 시점의 채권가격은 초단기이자율의 상태변수인 r_t 뿐만 아니라 초단기이자율의 정상상태 평균에 대한 상태변수인 θ_t 에 따라서도 달라지게 된다. 본 연구에서는 이를 초단기이자율의 정상상태(定常狀態) 평균으로 표현하였다.

식(19)와 같이 실제확률하에서의 초단기이자율(Instantaneous short rate)은 초단기이자율 및 초단기이자율의 정상상태 평균 변수인 $\mathbf{X}_t = [\theta_t \ r_t]^T$ 의 선형함수로 표현할 수 있고 \mathbf{X}_t 의 확률과정이 식(21)을 따르면, 위험중립확률(Q-measure)하에서의 초단기이자율의 확률과정은 식(22)와 같이 표현될 수 있다. 이 경우 무차익 거래조건을 충족시키기 위한 조건은 식(23)과 같다.

$$r_t = [0 \ 1] \mathbf{X}_t \quad \text{식 (20)}$$

$$\begin{aligned} d\mathbf{X}_t &= \begin{bmatrix} \kappa_\theta \bar{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} dt - \begin{bmatrix} \kappa_\theta & 0 \\ -\kappa_r & \kappa_r \end{bmatrix} \mathbf{X}_t dt + \begin{bmatrix} -\eta & 0 \\ 0 & \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dB_{1,t}^P \\ dB_{2,t}^P \end{bmatrix} \\ &= \boldsymbol{\alpha}^P dt - \boldsymbol{\beta}^P \mathbf{X}_t dt + \boldsymbol{\Sigma} d\mathbf{B}_t^P \end{aligned} \quad \text{식 (21)}$$

$$d\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\alpha}^Q dt - \boldsymbol{\beta}^Q \mathbf{X}_t dt + \boldsymbol{\Sigma} d\mathbf{B}_t^Q \quad \text{식 (22)}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_0^r = \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\alpha}^P - \boldsymbol{\alpha}^Q), \boldsymbol{\Lambda}_1^r = \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\beta}^Q - \boldsymbol{\beta}^P) \quad \text{식 (23)}$$

$$\text{where } \mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} \theta_t \\ r_t \end{bmatrix}, dB_{1,t}^P \cdot dB_{2,t}^P = -\rho dt, \boldsymbol{\Lambda}_0^r = \begin{bmatrix} \lambda_{01}^r \\ \lambda_{02}^r \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Lambda}_1^r = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^r & 0 \\ \lambda_{21}^r & \lambda_{22}^r \end{bmatrix}$$

이 때 2요인 확장 바지책 모형과 2요인 확장 가우시안 모형이 일치하기 위한 조건은 식(24)와 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\theta} &= d_0, \kappa_\theta = b_{11}, \kappa_r = b_{22}, \\ \sigma &= \sqrt{d_1^2 + d_2^2}, \eta = -\frac{d_1(b_{22} - b_{11}) - b_{21}d_2}{b_{22}}, \rho = -\frac{d_1}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2}}, \\ \boldsymbol{\Lambda}_0^r &= (\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Sigma})^{-1}(\boldsymbol{\Lambda}_0^Y - \boldsymbol{\Lambda}_1^Y \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{\beta}^P)^{-1} \boldsymbol{\alpha}^P), \boldsymbol{\Lambda}_1^r = (\boldsymbol{Z}\boldsymbol{\Sigma})^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_1^Y \boldsymbol{Z}, \\ \text{where } \boldsymbol{Z} &= \begin{bmatrix} \frac{b_{22}}{d_1(b_{22} - b_{11}) - b_{21}d_2} & 0 \\ -\frac{b_{22}d_1}{(d_1(b_{22} - b_{11}) - b_{21}d_2)d_2} & \frac{1}{d_2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \text{식 (24)}$$

식(11)~(14)에서 정의된 2요인 확장 가우시안 모형과 식(20)~(23)에서 정의된 2요인 확장 바지책 모형은 식(24)에 의해서 서로 연결되어 있다. 본 연구에서는 확장된 가우시안 모형을 이용하여 모수들을 추정하고 이로부터 초단기이자율 및 초단기이자율의 정상상태 평균을 추정하는 방법을 사용하였다.

III. 모형의 추정방법 및 자료의 기술적 통계량

III.1 모형의 추정

2요인 확장 가우시안 모형에서는 t 시점에 만기가 τ 인 현물 이자율(Zero coupon bond yield, Spot rate)이 다음의 식(25)와 같이 정의된다. 이 경우 주어진 모수 값과 상태변수인 Y_t 를 알면 t 시점에 만기가 τ 인 현물이자율을 계산할 수 있다. 그러나, 상태변수는 시장에서 관측가능하지 않기 때문에 시장에서 관측가능한 자료를 이용하여 상태변수를 추정하여야 한다. 만약 2요인 확장 바지책 모형을 사용한다면 상태변수인 초단기이자율 r_t 와 초단기이자율의 정상상태 평균 θ_t 에 대한 대용치(Proxy)를 이용하여 추정할 수 있다. 보통의 경우 초단기이자율에 대한 대용치로 단기이자율을 사용하게 된다. 예를 들어 미국 시장의 경우 초단기이자율의 대용치로 연방기금이자율(Fed fund rate), 유로달러 이자율, 단기 T-Bill 이자율 등을 사용할 수 있으며, 초단기이자율의 정상상태 평균의 경우 30년 만기 국채의 현물이자율 등을 사용할 수 있다. 우리나라의 경우 초단기이자율의 대용치로는 콜금리, CD 이자율, 잔존만기 3개월 국채 현물이자율 등이 사용될 수 있으며, 초단기이자율의 정상상태 평균에 대한 대용치는 5년 혹은 10년 만기의 장기 국채로부터 계산되어진 현물이자율을 사용할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 i(t, \tau) &= -\frac{\log P(t, \tau)}{\tau} \\
 &= -\frac{A(\tau)}{\tau} - \frac{B_1(\tau)}{\tau} Y_{1,t} - \frac{B_2(\tau)}{\tau} Y_{2,t} \\
 &= -\frac{C(\tau)}{\tau} - \frac{D_1(\tau)}{\tau} \theta_t - \frac{D_2(\tau)}{\tau} r_t
 \end{aligned} \tag{25}$$

where $\tau = T - t$

그러나, 초단기이자율의 대용치로 시장이자율을 사용하는 것이 가격 산정에 미치는 영향을 연구한 Chapman, Long and Pearson(1999)에 따르면 3개월 단기채무성증권 이자율을 초단기이자율에 대한 대용치로 사용하는 것이 1요인 선형 모형(One-factor affine model)의 경우 경제적으로 유의한 차이를 가져오지 않지만, 비선형 모형 혹은 다요인 모형에서는 경제적으로 의미 있는 차이를 가져올 수 있다. 따라서 일반적으로 채권가격 산정모형을 적용하기 위해서는 어떤 이자율을 초단기이자율의 대용치로 사용하여야 할 것인지에 대한 문제가 남아 있다.

특히 유동성 프리미엄(Liquidity premium)의 영향이 클 것으로 예상되는 우리나라의 경우 초단기이자율의 대응치로 어떤 이자율이 적절한 것인지에 대한 문제가 실제 모형의 적용에 있어 중요한 과제로 남는다. 즉 우리나라의 경우 잔존만기 3개월의 국채는 유동성이 적어 유동성 프리미엄의 영향을 받을 가능성이 크다. 따라서 잔존만기 3개월 이하의 국채 현물이자율을 초단기이자율에 대한 대응치로 사용하게 되는 경우 유동성 효과를 분리하여 초단기이자율을 측정하여야 하는 어려움이 있다. 콜금리의 경우 1일물이기 때문에 초단기이자율에 대한 대응치로 볼 수 있으나, 콜금리는 은행 및 증권사 등과 같은 금융기관 간의 거래에 의해 형성되는 이자율이기 때문에 금융기관의 신용위험(Credit risk)을 반영하고 있다. 또한 콜금리는 금융기관 사이의 콜자금에 대한 일시적 수요 및 공급요인에 영향을 받을 수 있기 때문에 초단기이자율에 대한 대응치로 사용하는 경우 콜시장의 일시적 수요 및 공급요인이 채권가격에 반영되는 효과가 발생한다. 특히 우리나라의 경우 단기 금융상품시장이 장기 채권시장과 분할(Segmented)되어 있을 가능성이 있으며, 이 경우 단기 금융상품의 이자율을 초단기이자율의 대응치로 사용할 수 있는가 하는 실증적 과제가 있다. 한편, 초단기이자율의 정상상태 평균의 경우에도 어떤 만기의 채권을 대응치로 사용할 것인가의 문제가 있으며, 단기이자율과 마찬가지로 장기채권의 공급이 적어 유동성 문제가 발생할 수 있다. 뿐만 아니라 가우시안 모형의 경우에는 바지책 모형과 달리 상태변수의 경제적 의미를 제시하지 않기 때문에 실제 시장으로부터 대응치를 산정할 수 없다.

이에 본 연구에서는 2요인 확장 가우시안 모형을 검증하기 위해 실제 관측되는 채권가격 혹은 현물이자율에 내재되어 있는 상태변수(Y_t)를 역으로 추정하고자 한다. 즉 주어진 모수 값에서 상태변수를 알면 현물이자율을 계산할 수 있으며, 이는 만기가 τ_1 과 τ_2 인 실제 현물이자율 값으로부터 내재된 상태변수(Implied state variables)를 구할 수 있음을 의미한다.

구체적으로 채권가격에 내재된 상태변수는 다음의 식(26)과 같이 정의된다. 내재된 상태변수를 실제 현물이자율로부터 구하는 것은 마치 관측된 옵션가격으로부터 블랙-숄츠(Black-Scholes) 옵션가격 모형을 이용하여 내재 변동성(Implied volatility)을 구하는 것과 같은 개념이다. 옵션의 내재 변동성이 옵션 시장참가자의 미래 변동성에 대한 예측을 반영하고 있듯이 내재된 상태변수는 채권 시장참가자들이 현재의 채권가격을 거래할 때 반영한 정보를 담고 있다.

$$Y_t = \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1(\tau_1)/\tau_1 & B_2(\tau_1)/\tau_1 \\ B_1(\tau_2)/\tau_2 & B_2(\tau_2)/\tau_2 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} i(t, \tau_1) \\ i(t, \tau_2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A(\tau_1)/\tau_1 \\ A(\tau_2)/\tau_2 \end{bmatrix} \right\} \quad \text{식 (26)}$$

상태변수를 추정하기 위해서는 모형의 모수 값을 추정하여야 하는데, 이를 위해 본 연구에서는 상태변수의 조건부 분포를 이용한 최우추정법(Maximum likelihood method)을 이용하여 모수를 추정하였다. Pearson and Sun (1994)은 2요인 선형모형(Two factor affine model)을 추정하기 위해 상태변수의 실제확률에서의 조건부 분포를 이용하는 방법을 제시하였는데, 2요인의 상태변수의 조건부 분포는 실제확률하에서 정규분포를 따르며 평균과 분산은 다음의 식(27) 및 식(28)과 같다. 따라서 로그 우도함수는 다음의 식(29)와 같이 정의된다.

$$E_t^P [Y_{t+\Delta t} | Y_t] = e^{-b^P \Delta t} Y_t \quad \text{식 (27)}$$

$$V_t^P [Y_{t+\Delta t} | Y_t] = \int_t^{t+\Delta t} (e^{-b^P(t+\Delta t-u)}) (e^{-b^P(t+\Delta t-u)})^T du \quad \text{식 (28)}$$

$$\log L = \sum_{t=1}^T \log f(i_{t+1} | i_t) = \sum_{t=1}^T \log f(y_{t+1} | y_t) | J(y_t) | \quad \text{식 (29)}$$

$$= -\frac{T}{2} (\log |\Sigma| + 2 \log |J(y_t)|) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \epsilon_{t+\Delta t}^T \Sigma^{-1} \epsilon_{t+\Delta t}$$

$$\text{where } \epsilon_{t+\Delta t} = y_{t+\Delta t} - E_t^P [y_{t+\Delta t} | y_t], \quad \Sigma = V_t^P [y_{t+\Delta t} | y_t],$$

$$J(y_t) = \frac{\partial y_t}{\partial i_t} = \mathbf{B}^{-1}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_1(\tau_1)/\tau_1 & B_2(\tau_1)/\tau_1 \\ B_1(\tau_2)/\tau_2 & B_2(\tau_2)/\tau_2 \end{bmatrix},$$

$$e^A = I + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \dots$$

전술한 로그 우도함수 식(29)는 특정만기의 현물이자율(Zero coupon yield)에 대한 시계열 자료를 이용하여 추정하게 되는데, 이와 같은 추정은 이자율 기간구조의 횡단면 자료가 담고 있는 정보를 충분히 활용하지 않기 때문에 근본적으로 위험의 시장 가격에 대한 모든 모수를 식별(Identify)하기 어려운 단점이 있다. 또한 특정만기의 시계열 자료만을 이용한 추정은 전체 횡단면 자료를 같이 이용한 추정에 비해 비효율적 추정(Inefficient estimation)이 될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 만기가 1~5년의 현물이자율을 동시에 추정에 이용하고자 한다. 추정의 효율성을 제고하기 위해서는 가급적 많은 수의 서로 다른 만기의 현물이자율을 이용하는 것이 필요하기 때문에 6개월 단위의 현물이자율 자료를 이용하였다.

만기 1~5년의 현물이자율을 동시에 이용하여 상태변수의 확률과정을 추정하기 위해서는, (i) 주어진 모수 하에서 만기가 τ_1 과 τ_2 인 현물 이자율(예를 들어 만기 1년 및 5년 현물이자율)에 내재된 상태변수를 구하고, (ii) 상태변수와 모수를 이용하여 다른 만기 현물이자율(예를 들어 1년 6개월, 2년 등의 만기의 현물이자율)들에 대하여 관측값과 이론값의 오차에 대한 식(30)을 구하게 된다. 만약 이 오차 값이 정규분포를 따른다고 가정하면 로그우도함수는 식(31)과 같이 정의된다. 따라서 (i)과 (ii)의 절차를 반복적으로 수행하여 로그우도함수를 극대화하는 경우 모형의 모수 값에 대한 최우추정치를 얻을 수 있다. 이 때 모형오차의 분산-공분산 행렬(Variance-Covariance matrix)의 추정치 $\hat{\Sigma}_e$ 는 식(31)에서와 같이 추정하였으며, 이는 모수에 대한 일치추정량(Consistent estimator)이다.

$$e_t(\tau_i) = i^{Actual}(t, \tau_i) - i^{Model}(t, \tau_i) \quad \text{where } \tau_i = \{1.5, 2, 2.5, \dots, 4.5\} \quad \text{식 (30)}$$

$$\log L = -\frac{T}{2} (\log |\Sigma| + 2 \log |J(y_t)|) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \epsilon_{t+\Delta t}^T \Sigma^{-1} \epsilon_{t+\Delta t} \quad \text{식 (31)}$$

$$- \frac{T}{2} \log |\hat{\Sigma}_e| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T e_t^T \hat{\Sigma}_e^{-1} e_t$$

$$\text{where } \hat{\Sigma}_e = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t e_t^T$$

III.2 실증분석 자료 및 기술적 통계량

본 연구에 사용된 자료는 콜금리와 국채의 현물 이자율 등에 관한 일별자료(Daily data)이다. 자료의 기간은 2001년 1월 2일부터 2006년 12월 29일까지이며 총 1488 거래일의 자료로 구성되어 있다. 연구에 사용된 일별 콜금리는 무담보 익익물 기준 자료이며, 이에 관한 자료와 콜금리의 목표이자율(Target rate) 및 콜금리 목표 결정을 위한 금융통화위원회(이하 금통위) 회의 일자 등은 한국은행이 발표한 자료이다. 연구기간 중 콜금리 목표 결정을 위한 금통위 회의는 총 73회 개최되었으며, 이 중에서 목표 콜금리를 하향 조정한 경우는 8회, 상향 조정은 6회, 그리고 목표 콜금리를 유지한 경우는 59회이다.

채권의 이자율은 국채에 대한 무이표채(Zero coupon bond)의 만기수익률인 현물이자율로 KIS 채권평가가 일별 채권 거래 자료를 이용하여 3차 다항식 스플라인(Cubic polynomial spline)을 통해 추정된 것이다. 본 연구에서는 3개월 만기의 이자율과 1~5년 사이의 6개월 단위 만기 채권의 현물이자율(9개 만기 : 1년, 1년 6개월, ..., 4년 6개월, 5년)을 사용하였다. 국채 3개월 현물이자율은 경과물(Off-the-Run) 채권의 거래 자료로부터 추정된 것인데, 우리나라 채권시장에서는 미국과 같

<표 1> 콜 금리, 3개월, 1년, 3년 및 5년 만기 국채 현물이자율에 대한 기술통계량

수준(Level) 변수						
변수	Call	국고3개월	국고1년	국고3년	국고5년	
평균	0.0399	0.0424	0.0456	0.0496	0.0526	
표준편차	0.0051	0.0063	0.0068	0.0084	0.0098	
왜도	0.4282	0.4960	0.2310	0.2843	0.4242	
첨도	-0.2103	0.0000	-0.2716	-0.5002	-0.5632	
JB	48.21	61.01	17.81	35.56	64.29	
자기상 관계수	1	0.9942	0.9932	0.9947	0.9954	0.9965
	2	0.9892	0.9864	0.9887	0.9902	0.9922
	3	0.9848	0.9795	0.9833	0.9853	0.9877
	4	0.9806	0.9734	0.9783	0.9807	0.9836
	5	0.9767	0.9682	0.9737	0.9761	0.9795
	6	0.9727	0.9632	0.9690	0.9719	0.9758
LB	8659.79	8559.94	8629.44	8663.93	8710.13	
차분(Difference) 변수						
변수	Call	국고3개월	국고1년	국고3년	국고5년	
평균	-0.0005%	-0.0013%	-0.0012%	-0.0012%	-0.0013%	
표준편차	0.0408%	0.0379%	0.0431%	0.0670%	0.0717%	
왜도	-0.9544	0.7322	0.9887	0.4610	0.7133	
첨도	34.2123	26.8969	20.5057	8.3117	8.6927	
JB	72795.73	44986.34	26312.33	4335.97	4811.02	
자기상 관계수	1	-0.1416	0.1897	0.2174	0.0929	0.1464
	2	-0.0762	0.1095	0.0656	0.0389	0.0864
	3	-0.0508	0.0390	0.0182	-0.0130	-0.0165
	4	-0.0404	-0.0983	-0.0010	0.0008	0.0071
	5	0.0368	-0.0417	-0.0064	-0.0523	-0.0836
	6	-0.0080	0.0011	-0.0060	-0.0113	-0.0754
LB	49.65	90.79	77.44	19.65	62.49	

이 실제 만기가 3개월인 단기채무성증권이 존재하지 않기 때문에 국채 3개월 현물이자율은 측정오차가 높을 가능성이 있다. 즉 우리나라 채권시장에서 잔존 만기가 짧은 채권의 경우 거래빈도나 금액은 장기채권에 비해 현저하게 낮기 때문에 정확한 가격발견(Price discovery)이 용이치 않으며 상대적으로 높은 유동성 프리미엄(Liquidity premium)이 거래가격에 포함되어 있을 가능성이 있다.

<표 1>은 본 연구에 사용된 콜금리와 국고 3개월, 1년, 3년 및 5년 현물이자율의 기술적 통계량이다. <표 1>에서 알 수 있듯이 단기금리인 콜금리와 국채 3개월 이자율은 왜도가 우측으로 경도(Skewed to the right)되어 있으며 첨도는 정규분포보다 낮다. 이를 Jarque-Bera 통계량⁴⁾을 이용하여 검정하는 경우 단기금리의 분포의 정규성(Normality)은 1%의 통계적 유의수준에서 기각된다. 단기금리의 다른 특징은 높은 자기상관성(Autocorrelation)이다. <표 1>에서 보면 1차 자기상관계수 값은 0.99이상이며, 자기상관이 0과 통계적으로 같은 지에 대한 귀무가설을 Ljung-Box 통계량을 이용하여 시차 6까지 검정하면 귀무가설이 1% 유의수준에서 기각됨을 알 수 있다. 그리고 콜금리의 변동성은 다른 금리에 비해 상대적으로 낮은 수준이고, 콜금리와 목표콜금리(Target call rate)의 편차(Deviation)의 평균은 -0.51bp(basis point)이며 표준편차는 3.79bp로 콜금리는 목표금리 주위에서 큰 편차가 없이 변동하였다.

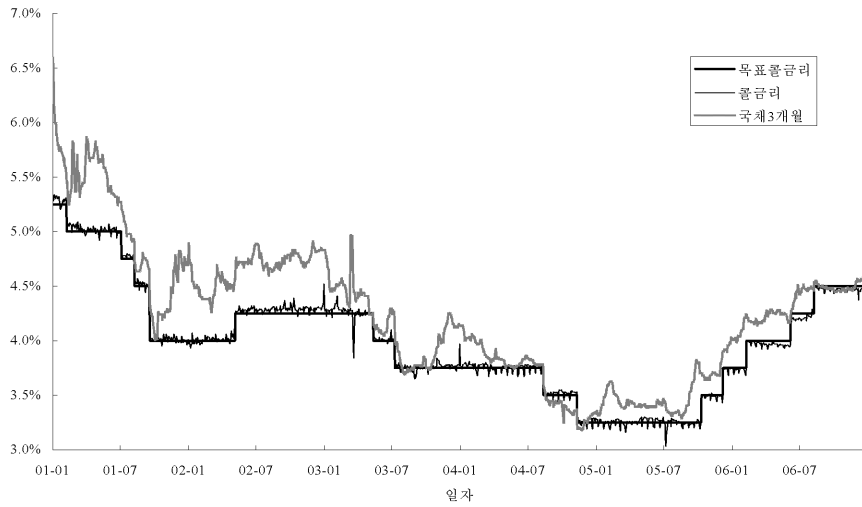
단기금리의 증분(Difference)의 분포는 정규분포를 매우 높은 유의수준에서 기각하고 있으며, 특히 단기금리 증분의 첨도는 정규분포 보다 매우 높아 분포가 첨예분포(Leptokurtic)를 보이고 있다. 3개월 국채 현물이자율의 금리 증분에 대한 1차 자기상관계수 값은 양(+)의 값을 보이고 있으며 1% 유의수준에서 유의적인 값으로 나타났다. 그리고 시차 6까지의 Ljung-Box 통계량을 보면 자기상관이 0과 통계적으로 같은지에 대한 귀무가설 역시 1% 유의수준에서 기각된다. 그러나 콜금리의 경우 자기상관값이 음(-)의 값을 보이고 있다. 이는 콜금리의 증분이 양(+)의 값을 갖는 경우 다음 날에는 음(-)의 값을 가지려는 경향이 있음을 의미하는 것으로, 일시적으로 콜금리가 목표콜금리 이상에서 형성되더라도 다음 날에는 목표콜금리 수준으로 수렴하는 현상을 나타낸다.

만기 1년 이상의 국채 현물이자율의 수준(Level)변수와 차분(Difference)의 기술적 통계량을 살펴보면, 국채 현물이자율의 수준변수의 경우 단기금리와 마찬가지로 분포의 정규성을 기각하고 있으며 자기상관계수 값 역시 매우 높다. 차분변수의 경우 정규분포에 비해 상당히 첨예한(Leptokurtic) 분포를 보이고 있으나 단기금리에 비해서는 첨도가 상대적으로 낮게 나타나며, 콜금리와 달리 양(+)의 1차 자기상관계수 값을 나타내고 있으며 이는 1% 유의수준에서 통계적으로 유의적인 값이다.

<그림 1>은 2001년 1월 2일부터 2006년 12월 29일까지의 단기금리 추이를 나타낸 그림이다. <그림 1>을 보면 대부분의 기간에 있어 국채 3개월 현물이자율은 콜금리를 상회하고 있으며 평균적으로 약 25bp 정도 국채 3개월 현물이자율이 콜금리보다 높게 나타났다. 콜금리와 국채 3개월 이자율의 차이는 다양한 이유에서 발생할 수 있는데, 우선 콜금리와 국채 3개월 이자율의 만기 차이가

4) J-B 통계량 = (관측치수/6)×왜도² + (관측치수/24)×첨도² 이며 분포는 자유도 2인 카이스퀘어(Chi-squared) 분포를 따른다.

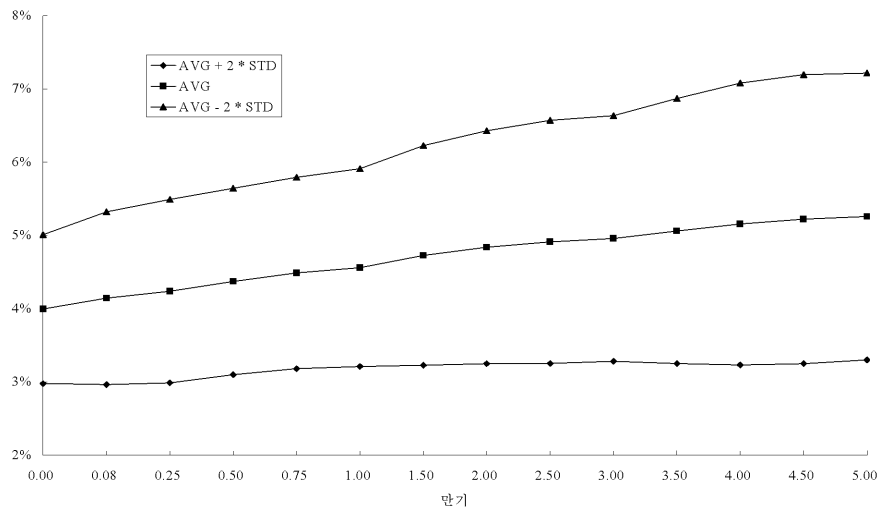
<그림 1> 콜금리 및 3개월 국채 현물이자율 추이



원인이 될 수 있다. 즉 콜금리가 1일물(Overnight) 이자율인데 비해 국채 3개월 현물이자율은 3개월 이자율이어서 이자율의 기간구조가 연구대상 기간에서 평균적으로는 우상향(Upward sloping) 하였다는 점을 고려하면 기간의 차이에 의해 발생한 것일 수 있다. 또 다른 가능성은 콜금리와 국채의 신용등급의 차이이다. 콜금리는 AAA 등급 혹은 AA 등급인 금융기관(은행, 증권사) 간의 거래에 적용되는 금리이기 때문에 파산위험이 없는 국채와 파산위험 프리미엄에 있어 차이가 있다. 그러나 파산위험은 콜금리를 국채 이자율에 비해 상대적으로 높이는 효과를 가지기 때문에, 상대적으로 높은 국채 3개월 이자율을 설명할 수는 없다. 다른 이유는 유동성 프리미엄으로 전술하였듯이 국채 3개월 이자율은 낮은 유동성으로 인해 가격이 저평가 즉 이자율이 고평가 될 수 있다.

<그림 2>는 표본기간 동안의 각 만기별 국채 현물이자율의 평균과 평균이자율에 각각 (± 2 * 표준편차)를 더한 이자율을 만기에 따라 표시한 것이다. <표 1>과 <그림 2>에서 알 수 있듯이 국

<그림 2> 평균 이자율 기간구조

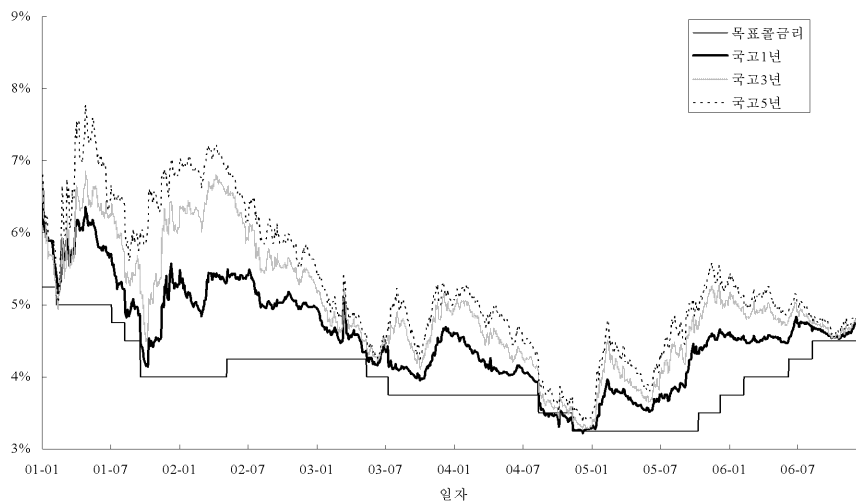


채의 경우 표본기간 동안 평균적으로 우상향하는 이자율의 기간구조를 보였다. 그러나 우리나라 국채현물이자율의 경우 미국의 평균적 이자율 기간구조에 비해 곡도(Curvature)가 상대적으로 낮다. 예를 들어 이자율 기간구조의 곡도는 다음의 식(32)와 같이 측정할 수 있다. 식(32)에서 i_n 을 n 기간 현물이자율이라 할 때, 우리나라 국채의 평균적인 곡도는 0.1759이다. 이에 비해 1952년부터 2000년 기간사이에 미국 CMT(Constant maturity treasury) 자료를 이용해 구한 미국 국채의 곡도는 0.3267로 우리나라에 비해 약 2배정도 크다. 그리고 이자율의 변동성을 나타내는 표준편차의 경우 우리나라에서는 이자율의 기간구조와 마찬가지로 만기가 증가함에 따라 증가하는 우상향하는 변동성의 기간구조를 보이고 있다. 이는 미국의 경우 변동성의 기간구조가 평균적으로 우하향하고 기간에 따라서는 상승후 하락하는 형태(Hump-shape)를 보이는 것과는 대조적이다.

$$\frac{(i_2 - i_{0.25}) - (i_5 - i_2)}{(i_5 - i_{0.25})} \quad \text{식 (32)}$$

<그림 3>은 국채 현물이자율의 표본기간 동안의 추이를 표시한 것이다. <그림 3>에서 보면 우리나라 국채의 장단기 기간 스프레드(Term spread)는 이자율의 수준이 낮아지는 시기에 줄어드는 형태를 보이고 있다. 이는 미국의 경우 이자율이 높은 시기에 기간 스프레드가 음(-)의 값을 갖거나 0에 가까워지고 대체로 이자율이 낮은 시기에는 우상향하는 형태를 보이는 것과는 대조적이다.

<그림 3> 1년, 3년 및 5년 국채 현물이자율 추이



<표 2>는 각 이자율의 차분변수의 상관관계를 정리한 표이다. <표 2>에서 보면 만기 1, 3, 5년인 채권 현물이자율들 간의 상관계수는 0.7 이상의 값을 보이고 있으나, 채권 현물이자율과 단기금융시장의 이자율과의 상관관계는 상대적으로 작은 값을 보이고 있다. 예를 들어, 국채 3개월 현물이자율의 경우 국채 1년 현물이자율과는 0.78로 높은 상관관계를 나타내고 있으나, 국채 3년 및 5년 현물이자율과는 0.64 및 0.56으로 낮아지고 있다. 그리고, 콜금리와 국채 현물이자율과의 상관관계는 매

<표 2> 이자율 차분변수의 상관관계

	Call	국채 3개월	국채 1년	국채 3년	국채 5년
Call	1.00				
국채 3개월	0.21	1.00			
국채 1년	0.15	0.78	1.00		
국채 3년	0.07	0.64	0.81	1.00	
국채 5년	0.02	0.56	0.74	0.88	1.00

우 낮은 값을 나타내고 있다. 1987년부터 1994년의 미국 단기 금리의 증분을 분석한 Duffee(1996)의 연구에 의하면 우리나라 콜금리에 해당하는 연방기금이자율(Fed funds rate)과 1개월 CP의 상관관계는 0.58, 1개월 유로달러 이자율과의 상관관계는 0.47, 그리고 13주 단기재무성증권(T-Bill) 이자율과의 상관관계는 0.44이었으며, 1개월 CP 이자율과 13주 단기재무성증권(T-Bill) 이자율과의 상관관계는 0.59이다. 따라서 우리나라 단기금융시장의 이자율과 3개월 국채 이자율의 상관관계는 미국 시장에 비해 낮은 수준이며, 콜금리와 국채 이자율 간의 상관관계 역시 매우 낮은 수준이다. 이와 같은 결과는 단기재무성증권(T-Bill)이 활발하게 거래되고 있는 미국과 달리 단기 국채의 발행이 없는 우리나라의 경우 3개월 국채이자율이 거래 자료를 이용한 현물이자율 추정시 측정오차(Measurement error)를 상대적으로 많이 포함하고 있는 결과일 수 있다. 또한 이와 같은 결과는 우리나라의 단기금융시장이 시장마찰(Market frictions)로 인해 국채 및 채권시장과 분할된 시장(Segmented market)일 가능성이 있음을 시사하는 것으로 이에 대한 보다 구체적인 분석이 필요하다.

IV. 실증분석 결과

IV.1 이자율 기간구조에 대한 추정 결과

본 연구에서 이자율 기간구조모형으로 사용한 2요인 확장 가우시안 모형의 모수 추정에는 총 1488개의 일별자료에서 추출된 313개의 주별자료를 이용하였는데, 이는 시장의 미시적 변동이 모수 추정에 미치는 영향을 최소화하기 위한 것이다. <표 3>은 측정오차(Measurement error)가 있는 경우의 2요인 확장 가우시안 모형의 추정 결과이다. <표 3>은 만기 1년 및 5년의 시계열자료를 이용하여 상태변수를 추정하고 1년 초과 5년 미만의 시계열 자료에 대해서는 측정오차를 계산하여 식 (31)과 같은 로그우도함수(Likelihood function)가 최대가 되도록 모수를 추정한 결과이다. 이 때 상태변수에 대한 위험의 시장가격이 상태변수의 선형함수이기 때문에 상태변수의 변동에 따라 위험의 시장가격이 변동하여 이자율 위험프리미엄이 시간 가변적임을 가정하고 있다.

추정된 모수들을 살펴보면 실제확률하에서의 상태변수의 평균회귀성향(Mean reversion factor : b 변수)은 모두 양의 값을 나타내어 평균회귀성향을 나타내었으나, 위험중립확률하에서는 상태변수에 대한 위험의 시장가격의 계수값($\lambda_{11}^Y, \lambda_{22}^Y$)이 음의 값을 나타내어 평균회귀성향이 낮아지고 있다.

<표 3> 2요인 확장 가우시안 모형의 추정결과

모수	추정치	표본오차
d_0	0.0407*	0.0024
d_1	0.0008	0.0007
d_3	0.0088*	0.0007
b_{11}	1.1311*	0.2081
b_{22}	2.4518*	0.6473
b_{21}	1.5934*	0.1999
λ_{11}^Y	-1.1479*	0.2077
λ_{22}^Y	-1.6793*	0.6104
λ_{21}^Y	0.0000	0.0093
λ_{01}^Y	0.1088*	0.0232
λ_{02}^Y	-0.9096**	0.4244
평균 로그우도함수값 (Mean log-likelihood function value)		57.2548

주) * : 1% 유의수준, **: 5% 유의수준

이는 국내에서 관측되는 이자율 기간구조의 곡도(Curvature)가 낮게 나타나는 경향과 일치하는 결과이다.

한편, <표 4>는 2요인 확장 가우시안 모형에 제약조건을 추가하여 추정된 결과를 나타내고 있다. 모형 1은 $\lambda_{21}^Y = 0$ 이라는 제약조건이 사용되었으며, 모형 2는 $\lambda_{11}^Y = \lambda_{22}^Y = \lambda_{21}^Y = 0$ 이라는 제약조건이 사용된 2요인 가우시안 모형이다. 한편, 모형 3~6은 1요인 가우시안 모형을 사용한 경우이며 이는 1요인 바지책 모형과 동일하다. 구체적으로 모형 3과 4는 상태변수에 대한 위험의 시장가격이 선

<표 4> 제약된 모형에 대한 추정결과

모수	모형1	모형2	모형3	모형4	모형5	모형6
d_0	0.0407*	0.1063	0.1637**	0.0479	0.2624	0.0585
d_1	0.0008	0.0009	0.0079*	0.0102*	0.0079*	0.0102*
d_3	0.0088*	0.0091*				
b_{11}	1.1311**	-0.0295**				
b_{22}	2.4518*	0.8619*	-0.0079*	-0.1229*	-0.0084*	-0.1229*
b_{21}	1.5934*	1.6435*				
λ_{11}^Y	-1.1478**					
λ_{22}^Y	-1.6792*		0.0020	0.0399		
λ_{21}^Y						
λ_{01}^Y	0.1088*	0.2408				
λ_{02}^Y	-0.9096**	-1.2334*	-0.4094*	-0.2654	-0.5200*	-0.3929
평균 로그우도함수값	57.2548	57.2354	55.5780	55.1849	55.5780	55.1849
LR	0.00	12.17*	1049.66*	1295.79*	1049.67*	1295.79*

주) * : 1% 유의수준, **: 5% 유의수준

제약조건 : 모형1 ($\lambda_{21}^Y = 0$), 모형2($\lambda_{11}^Y = \lambda_{22}^Y = \lambda_{21}^Y = 0$), 모형 3~4($\lambda_{11}^Y = \lambda_{21}^Y = \lambda_{01}^Y = 0$),

모형 5~6($\lambda_{11}^Y = \lambda_{21}^Y = \lambda_{22}^Y = \lambda_{01}^Y = 0$)

형인 경우($A = \lambda_0^Y + \lambda_2^Y Y_{2,t}$)인 경우이며, 모형 5와 6은 위험의 시장가격이 상수인 경우이다. 그리고, 모형 3과 모형 5에서는 1년 국채 현물이자율 자료로부터 내재된 상태변수를 추정하였으며, 모형 4와 모형 6에서는 5년 국채 현물이자율 자료로부터 내재된 상태변수를 추정하였다. 이들 모형과 앞에서 추정한 2요인 확장 가우시안 모형에 대해 우도비 검정(Likelihood ratio test)을 실시한 결과를 살펴보면, $\lambda_{21}^Y = 0$ 인 제약조건을 부여한 모형 1의 경우 우도비가 거의 0으로 두 모형 간에 차이가 없는 것으로 나타났다. 그러나, 2요인 확장 가우시안 모형이면서 위험의 시장가격이 상수인 모형과의 비교에서는 12.17의 우도비를 나타내었으며 이는 1% 유의수준에서 유의적인 값이다. 한편, 1요인 가우시안 모형인 모형 3~6에 비해서는 2요인 가우시안 모형은 더 나은 성과를 나타내었으며 모든 1요인 가우시안 모형을 기각하였다.

그리고, 1요인 모형인 모형3~6의 경우 1년 국채 현물이자율을 사용한 경우 더 높은 로그우도 함수값을 얻을 수 있었으며, 1요인 모형에서도 위험의 시장가격을 상태변수의 선형으로 가정한 모형(모형 3~4)이 상수로 가정한 모형(모형 5~6)을 기각하지 못하였다.

<표 3>에서 추정된 확장된 가우시안 2요인 모형을 2요인 확장 바지책 모형으로 표현하면 <표 5>와 같다. <표 5>를 살펴보면 초단기이자율의 정상상태 평균에 대한 장기기대이자율이 4.07% 수준이고 평균회귀성향이 초단기이자율의 평균회귀성향에 비해 높게 나타났다. 한편, 초단기이자율과 초단기이자율의 정상상태 평균의 상관관계는 (-)의 상관관계를 나타내고 있으나 통계적으로는 유의적이지 않은 것으로 나타났다. 그리고, 두 변수의 변동성은 1% 미만으로 절대적인 변동성 수준은 낮게 추정되었지만, 상대적인 변동성 크기는 차이가 크지 않은 것으로 나타났다.

<표 5> 2요인 확장 바지책 모형의 추정결과

모수	추정치	표본오차
θ	0.0407*	0.0024
κ_r	1.1311*	0.2081
κ_θ	2.4518*	0.6473
σ	0.0089*	0.0007
η	0.0053	0.0031
ρ	-0.0915	0.0743
λ_{11}	216.6522	117.8613
λ_{22}	-189.4970*	68.9112
λ_{21}	-9.1817	10.4683
λ_{01}	-8.7086	4.8521
λ_{02}	7.1900**	3.1237

주) * : 1% 유의수준, **: 5% 유의수준

<표 6>은 확장된 가우시안 2요인 모형으로 추정된 이론적인 현물이자율과 실제 관측되는 현물이자율 간의 오차(실제현물이자율 - 이론현물이자율) 및 오차의 절대값을 만기에 따라 나타낸 것이다⁵⁾. 본 연구에서는 주별자료를 이용하여 모형을 추정하였기 때문에 추정에 사용된 자료에 대한 오차(In-sample error)와 추정에 사용되지 않은 자료에 대한 오차(Out-of-sample error)를 구분하여

5) 만기 1년 및 5년 현물이자율의 경우 상태변수를 추정하기 위해 사용되었기 때문에 오차가 발생하지 않는다.

<표 6> 국제 현물이자율에 대한 오차

		오차							
만기(년)		1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	전체
IN	평균	0.03%	0.03%	0.00%	-0.04%	-0.01%	0.01%	0.02%	0.0073%
	표준편차	0.07%	0.11%	0.10%	0.14%	0.09%	0.12%	0.07%	0.1063%
OUT	평균	0.03%	0.03%	0.00%	-0.04%	-0.01%	0.02%	0.02%	0.0068%
	표준편차	0.08%	0.11%	0.11%	0.15%	0.10%	0.12%	0.07%	0.1121%

		오차의 절대값							
만기(년)		1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	전체
IN	평균	0.06%	0.08%	0.07%	0.09%	0.06%	0.07%	0.04%	0.0615%
	표준편차	0.06%	0.09%	0.09%	0.13%	0.08%	0.11%	0.06%	0.0870%
OUT	평균	0.06%	0.07%	0.07%	0.08%	0.06%	0.06%	0.04%	0.0659%
	표준편차	0.05%	0.09%	0.08%	0.12%	0.07%	0.10%	0.07%	0.0909%

주) IN : 추정에 사용된 자료(금요일 기준자료)의 오차, 총 313일

OUT : 추정에 사용되지 않은 자료(금요일 이외 영업일 자료)의 오차, 총 1,253일

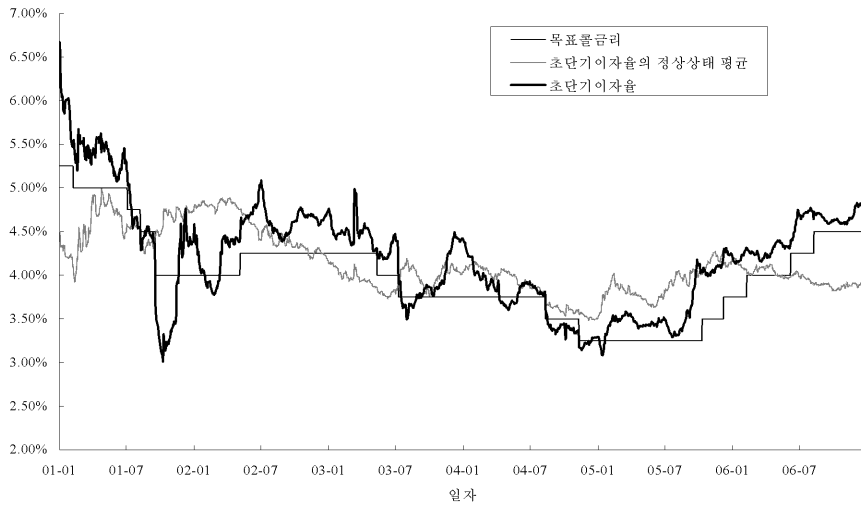
살펴보았다. <표 6>을 살펴보면 전체적인 오차의 평균은 크지 않으나 만기별로 오차에 차이를 나타내고 있다. 즉, 3년 및 3년 6개월 만기의 현물이자율의 경우 실제 현물이자율에 비해 과대평가하고 있으며, 그 이외의 만기에 대해서는 실제현물이자율을 과소평가하고 있다. 이는 본 연구에서 상태변수 추정에 사용한 현물이자율의 만기가 1년 및 5년인 점과 우리나라에서의 3년 만기 현물이자율의 유동성이 높은 점 등이 영향을 미친 결과라고 생각된다. 한편, 모형추정에 사용된 자료와 사용되지 않은 자료의 오차의 절대값의 평균은 각각 6.15bp와 6.59bp로 두 표본간의 오차의 차이가 크지 않은 것으로 나타났다.

<그림 4>는 추정된 상태변수를 이용하여 2요인 확장 바지책 모형에서의 초단기이자율 및 초단기이자율의 정상상태 평균을 구한 그림이다. 본 연구에서 추정된 2요인 확장 가우시안 모형의 상태변수와 2요인 확장 바지책 모형에 대한 식(33)과 같은 관계식을 이용하여 초단기이자율 및 초단기이자율의 정상상태 평균을 구하였다.

$$\begin{aligned}
 X_t &= \Psi Y_t + (\Psi b^P \Psi^{-1})^{-1} \alpha^P \\
 \text{where } \Psi &= \begin{bmatrix} -\frac{d_1(b_{22} - b_{11}) - b_{21}d_2}{b_{22}} & 0 \\ -d_1 & d_2 \end{bmatrix}, & \text{식 (33)} \\
 b^P &= \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, \quad d_0 = d^T \Psi^{-1} (\Psi b^P \Psi^{-1})^{-1} \alpha^P
 \end{aligned}$$

<그림 4>를 살펴보면 초단기이자율은 초단기이자율의 정상상태 평균에 비해 변동성이 큰 특징을 나타내고 이자율의 기간구조가 평평(Flat)할수록 초단기이자율의 정상상태 평균이 초단기이자율에 비해 높아지는 모습을 나타낸다. 그리고, 초단기이자율의 경우 목표콜금리에 비해서 전반적으로 높은 모습을 나타내지만 금리인하시기에는 목표콜금리에 비해 더 많이 하락하는 모습을 나타내고 있다. 시장콜금리와 초단기이자율간의 평균적인 차이는 22bp로 1% 유의수준에서 유의적인 차이를

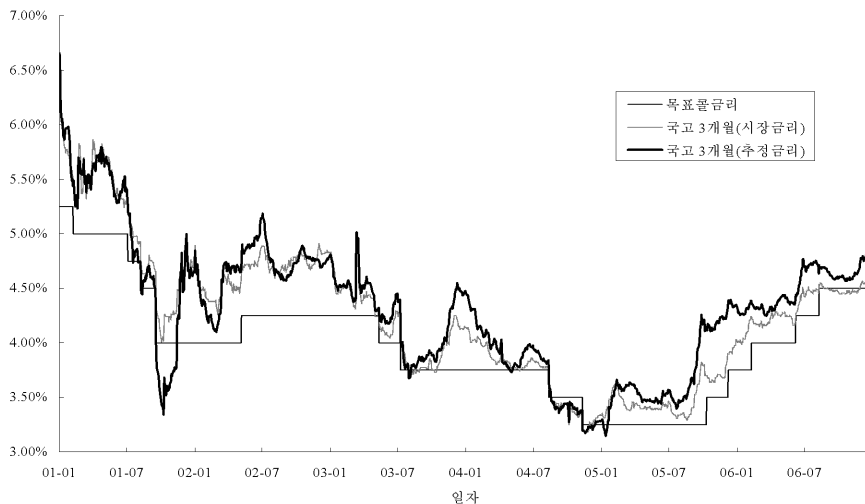
<그림 4 > 추정 초단기이자율 및 초단기이자율의 정상상태 평균 추이



나타내고 있다.

<그림 5>는 추정된 3개월 국채 현물이자율과 시장이자율을 나타낸 그림이며 평균적인 차이는 7bp로 1% 유의수준에서 통계적으로 유의적인 값을 나타내었다. 따라서, 1년 이상의 채권 현물이자율로부터 구해진 초단기이자율과 3개월 만기 현물이자율은 시장에서 관찰되는 콜금리 및 3개월 국채 현물이자율에 비해서 높게 나타나고 있다. 한편, 추정된 초단기이자율과 콜금리 및 3개월 국채 현물이자율 간의 상관관계를 살펴보면 <표 7>과 같다. 초단기이자율과 콜금리의 상관관계에 비해 3개월 국채현물이자율과의 상관관계가 더 높게 나타나고 있다. 특히, 초단기이자율의 차분값과 시장 콜금리의 차분값의 상관관계는 20%정도로 아주 낮게 나타나고 있으며, 이로부터 국내의 단기자금 시장이 채권시장과 분할되어 있는 것으로 추정할 수 있다. 그리고, 내재된 초단기이자율과 시장콜금리 및 3개월 국채이자율의 평균에 대해 t검정(t-test)을 실시한 결과 1% 유의수준에서 모두 내재 초

<그림 5> 3개월 만기 국채 시장 및 추정 현물이자율



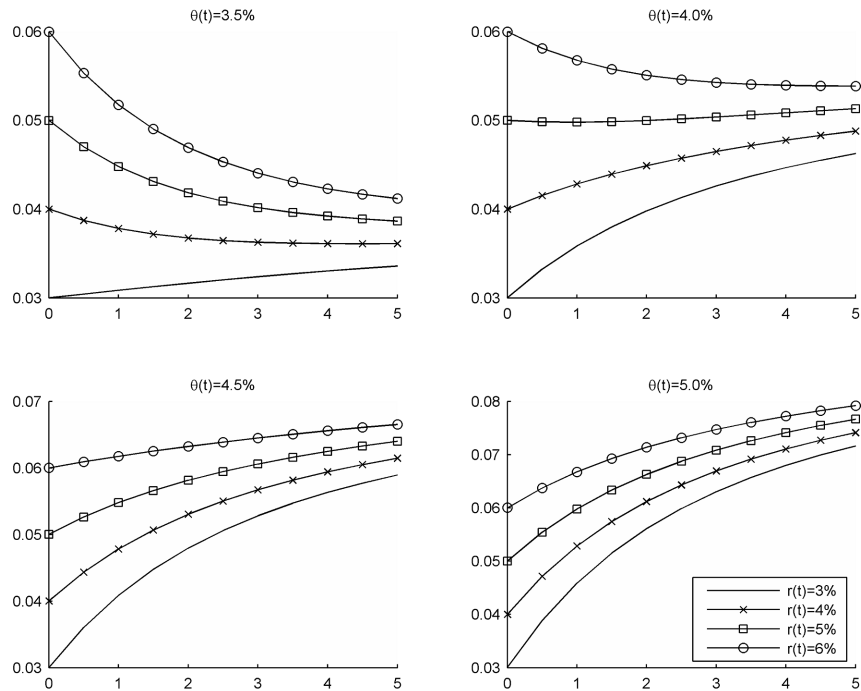
<표 7> 추정된 초단기 이자율과 콜금리 및 3개월 국채이자율 간의 상관관계

	시장콜금리	3개월 국채 시장이자율
수준변수	90.03%	93.04%
차분변수	20.14%	60.77%

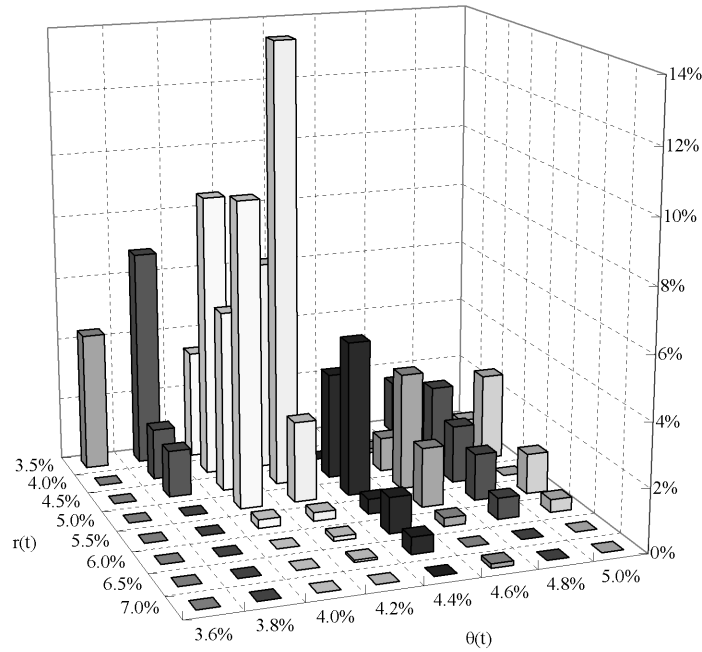
단기이자율과 시장이자율의 평균값이 차이가 있는 것으로 나타났다.

<그림 6>은 2요인 확장 가우시안 모형의 모수 추정치를 이용하여 초단기이자율이 3%, 4%, 5% 그리고 6%인 경우와 초단기이자율의 정상상태 평균이 3.5%, 4.0%, 4.5%, 5%인 경우에 대해 각각의 이자율 기간구조를 나타낸 것이다. <그림 6>을 보면 초단기이자율 및 초단기이자율의 정상상태 평균이 모두 낮고 초단기이자율의 정상상태 평균이 초단기이자율에 비해 높은 시기에 주로 우상향하는 형태가 나타나고, 초단기이자율의 정상상태 평균이 4.5% 이상인 경우에는 모든 경우에서 우상향하는 형태가 나타나고 있다. 그리고, 초단기이자율의 정상상태 평균이 초단기이자율에 비해 높을수록 기간스프레드(Term spread)는 증가하는 모습을 나타내고 있다. 아래 <그림 7>에서 연구기간 중 초단기이자율과 초단기이자율의 정상상태 평균에 대한 분포를 살펴보면 초단기이자율이 4% 이상 6%이하이고 초단기이자율의 정상상태 평균이 3.6%이상 5%이하인 경우가 전체의 약 81%를 차지하고 있다. 따라서, 우리나라의 이자율의 기간구조는 우상향하거나 평평한(Flat)한 형태를 주로 많이 보여주고 있으며, 이는 우리나라의 표본기간에서 관측되는 이자율 기간구조 형태와 일치하는 결과이다. 그리고, 초단기이자율의 1% 변동은 초단기이자율의 정상상태 평균이 일정한 상황에서 장

<그림 6> 초단기이자율 및 초단기이자율의 정상상태 평균에 따른 이자율 기간구조



<그림 7> 초단기 이자율과 장기기대이자율의 분포



기현물이자율에 비해 단기현물이자율에 더 많은 영향을 미친다. 현물이자율은 식(25)와 같이 표현되기 때문에 초단기이자율의 변동이 현물이자율에 미치는 영향은 초단기이자율의 계수인 $D_2(\tau)/\tau$ 에 의해 결정되는데, 이 계수값은 만기가 증가함에 따라 감소하는 것으로 나타난다. 따라서, 초단기이자율이 하락할 경우 단기이자율이 더 많이 하락하게 된다. 반면, 초단기이자율의 정상상태 평균에 대한 계수인 $D_1(\tau)/\tau$ 의 경우 만기가 증가할수록 증가하기 때문에, 초단기이자율의 정상상태 평균의 변동은 장기이자율에 더 큰 영향을 미치게 된다. 이와 같이 채권의 만기에 따라 각 요인이 채권이자율에 미치는 영향력이 달라지는 것은 우리나라 채권시장에서 단기와 장기채권시장이 분할되어 있을 가능성이 높다는 것을 의미한다.

우리나라의 경우 초단기이자율과 초단기이자율의 정상상태 평균의 변동성 수준이 미국에 비해 낮고 초단기이자율의 정상상태 평균이 초단기이자율에 비해 낮은 변동성을 나타내고 있으나, 초단기이자율 대비 초단기이자율의 정상상태 평균의 수준은 높게 나타나고 있다. 즉, 전체적인 이자율의 변동성에서 초단기이자율의 정상상태 평균의 변동이 차지하는 비중이 상대적으로 크게 나타난다. 이러한 요인은 <표 1>에서와 같이 장기이자율의 변동성이 단기이자율에 비해 높게 나타나는 원인이 된 것으로 생각된다.

IV.2 추정된 자료를 이용한 이론적 차이거래

본 절에서는 국내 채권시장의 이자율 자료로부터 추정된 초단기이자율과 시장 초단기이자율인 콜금리 사이에 경제적인 의미 차이가 있는지에 대해 살펴보도록 하겠다.

앞 절에서 살펴본 바와 같이 채권시장의 자료로부터 추정된 초단기이자율은 콜금리에 비해 평균적으로 높은 특성을 보이고 있다. 이는 추정된 모형과 시장의 장·단기 채권을 이용하여 위험이 없이 초단기이자율에 해당하는 수익률을 올릴 수 있는 포트폴리오를 구성할 경우 이론적 차익거래 (Arbitrage) 수익을 올릴 수 있음을 의미한다. 이 때 채권시장에서 포트폴리오를 구성하기 위해 필요한 자금은 단기자금시장에서 콜금리로 빌릴 수 있다고 가정한다.

구체적으로 2요인 가우시안 모형을 따르는 만기 T인 무이표채권의 가격은 식(12) 및 식(17)과 Ito 공식(Ito lemma)을 이용하면 다음과 같은 확률과정을 따르는 것을 알 수 있으며, 3개의 채권을 이용하여 포트폴리오를 구성하는 경우의 포트폴리오 수익률은 식(34)와 같이 표현될 수 있다.

$$R(\tau) = \frac{dP(t, T)}{P(t, T)} = \delta(\tau, \mathbf{Y}_t)dt - \mathbf{B}_1(\tau)dW_{1,t}^P - \mathbf{B}_2(\tau)dW_{2,t}^P$$

$$R_{pfo} = \mathbf{R}^T \cdot \boldsymbol{\pi} = [R(\tau_1) R(\tau_2) R(\tau_3)] \cdot \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \end{bmatrix} = \boldsymbol{\delta} \cdot \boldsymbol{\pi}dt - \mathbf{B}_1 \cdot \boldsymbol{\pi}dW_{1,t}^P - \mathbf{B}_2 \cdot \boldsymbol{\pi}dW_{2,t}^P \quad \text{식 (34)}$$

$$\text{where } \delta(\tau, \mathbf{Y}_t) = A'(\tau) + \frac{1}{2} \{ \mathbf{B}_1^2(\tau) + \mathbf{B}_2^2(\tau) \}$$

$$+ \{ \mathbf{B}_1'(\tau) + b_{11}\mathbf{B}_1(\tau) + b_{21}\mathbf{B}_2(\tau) \} Y_{1,t} + \{ \mathbf{B}_2'(\tau) + b_{22}\mathbf{B}_2(\tau) \} Y_{2,t}$$

$$\boldsymbol{\delta} = [\delta(\tau_1) \delta(\tau_2) \delta(\tau_3)],$$

$$\mathbf{B}_1 = [B_1(\tau_1) B_1(\tau_2) B_1(\tau_3)],$$

$$\mathbf{B}_2 = [B_2(\tau_1) B_2(\tau_2) B_2(\tau_3)]$$

$$\tau = T - t$$

따라서, 채권의 가격이 본 연구에서 사용한 2요인 확장 가우시안 모형에 의해 결정되고 채권가격을 결정하는 위험요인을 제거한다면 초단기이자율에 해당하는 수익을 올릴 수 있다. 이 때 위험요인은 식(34)에서의 브라운 운동과정으로 표현되며 이는 채권포트폴리오를 구성함으로써 제거할 수 있다. 구체적으로는 식(35)의 조건을 이용하여 포트폴리오의 비중을 결정하면 초단기이자율만큼의 수익률을 위험없이 올릴 수 있으며, 초단기이자율이 평균적으로 콜금리에 비해 높기 때문에 이론적 차익거래의 기회가 존재할 수 있다. 이 때 첫 번째 및 두 번째 조건은 이론모형에서의 위험을 제거하기 위한 조건이며, 마지막 조건은 투자비중의 합이 1이 되는 조건이다.

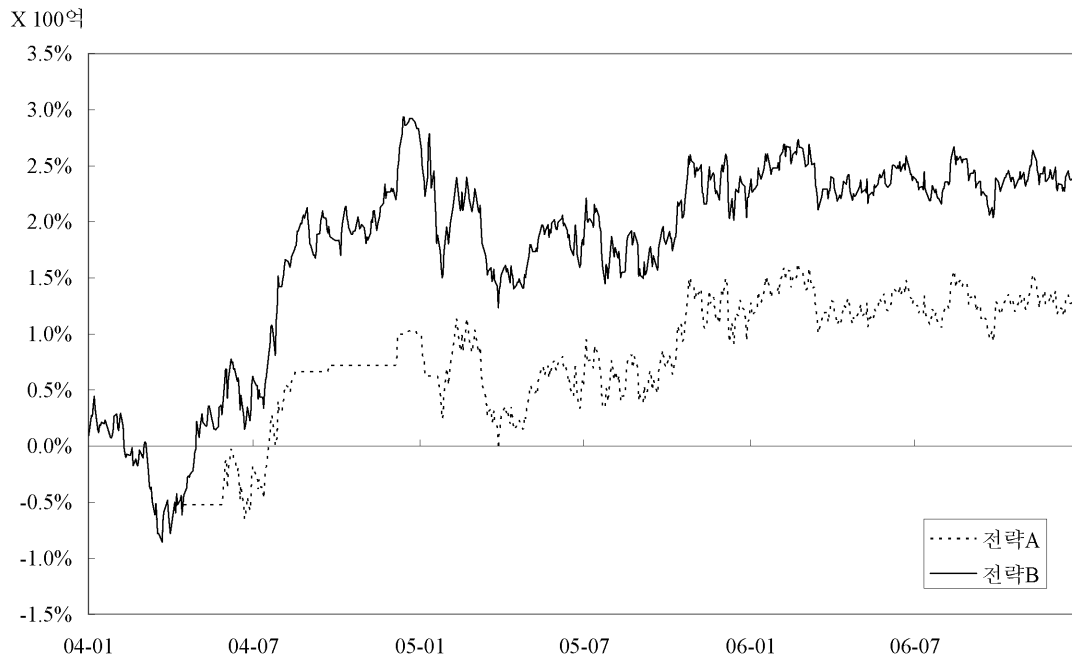
$$\mathbf{B}_1 \cdot \boldsymbol{\pi} = 0$$

$$\mathbf{B}_2 \cdot \boldsymbol{\pi} = 0$$

$$\mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\pi} = 1 \quad \text{where } \mathbf{I} = [1, 1, 1] \quad \text{식 (35)}$$

본 연구에서는 이론적 차익거래의 성과를 살펴보기 위해 1년, 3년 및 5년 만기의 무이표채권을 이용하여 채권포트폴리오를 구성하였다. 그리고, 초단기이자율과 콜금리에 따라 두 가지의 이론적 차익전략을 고려하였다. 전략A의 경우에는 콜금리에 비해 초단기이자율이 높게 추정되는 경우에만 콜금리로 100억원을 차입하여 이를 채권 포트폴리오에 투자하고 그 외의 경우에는 투자하지 않는 전략이며, 전략 B의 경우에는 초단기이자율이 콜금리에 비해 높은 경우에는 전략A와 동일한 투자

<그림 8> 이론적 차익거래 포트폴리오의 성과



전략을 취하고 콜금리에 비해 초단기이자율이 낮은 경우에는 채권포트폴리오를 매도하여 100억원을 조달하고 이를 콜금리로 투자하는 점이 전략A와 다른 점이다. <그림 8>은 이러한 전략에 따른 누적수익을 일자별로 나타낸 것이다.

<그림 8>을 살펴보면 2004년부터 2006년까지의 기간 동안 전략 A의 경우 약 1.4억원의 누적수익을 올렸으며 전략B의 경우에는 약 2.5억원의 누적수익을 올리는 것으로 나타났다. 이는 단기자금 시장에서 관측되는 초단기이자율과 채권시장에서 이론적으로 추정된 초단기이자율의 차이를 이용할 경우 수익을 얻을 가능성이 있음을 나타내는 것으로 이해할 수 있다.

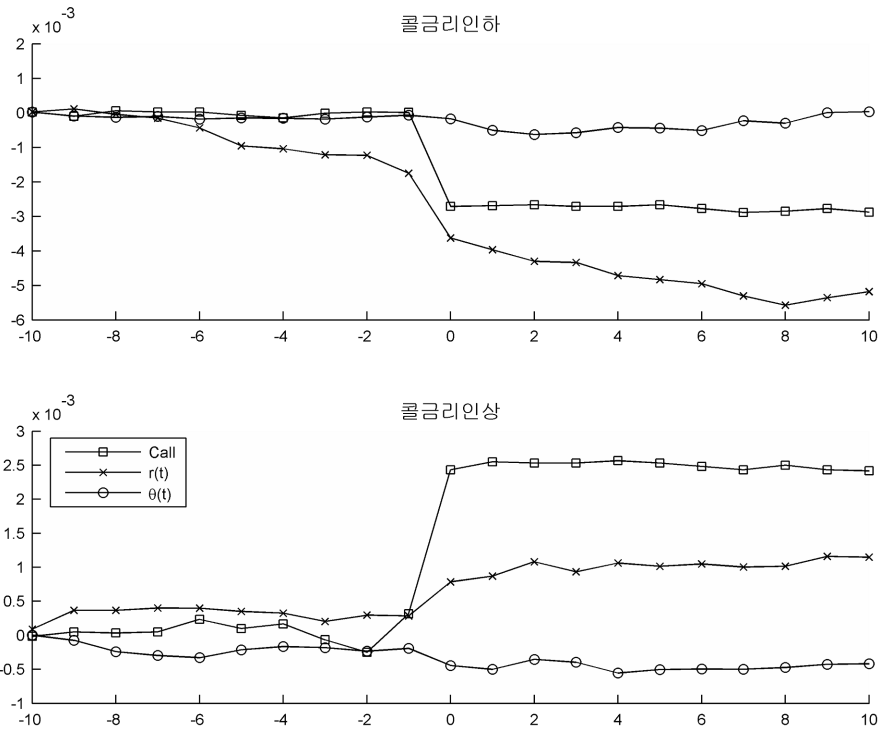
그러나, 이러한 결과는 실제 채권시장에 존재하지 않는 무이표채권을 이용한 전략이라는 점에서 한계점을 지닌다. 국내 시장에서는 각 만기의 무이표채권이 거래되고 있지 않기 때문에 차익거래 전략을 수행하기 위해서는 시장에서 거래되는 이표채권(Coupon bond)을 이용하여 채권포트폴리오를 구성하여야 하며, 이 경우 본 연구에서의 결과와는 차이를 나타낼 수 있다. 하지만, 본 연구에서 사용한 무이표채권의 이자율이 이표채권으로부터 추정된 이자율이라는 점에서 이표채권의 채권포트폴리오를 이용하는 경우에도 비슷한 결과를 도출할 수 있을 것으로 생각된다.

IV.3 통화정책의 기간구조요인에 대한 영향

다음으로는 한국은행의 통화정책수단인 콜금리에 대한 결정이 채권시장의 초단기이자율과 초단기이자율의 정상상태 평균에 미치는 영향에 대해 살펴보도록 하겠다.

<그림 9>은 목표콜금리 하향 및 상향조정에 따른 콜금리, 만기 1년 및 5년 채권현물이자율에 내

<그림 9> 목표콜금리 변동시 이자율 기간구조 요인의 누적증분



재된 초단기이자율 및 초단기이자율의 정상상태 평균의 누적 증분(Cumulative change)의 평균을 금통위 일자 -10일에서부터 +10일까지 표시한 것이다. <그림 9>에서 알 수 있듯이 콜금리는 금통위 직후 즉각적으로 반응을 보여 하락하거나 상승하였다. 우리나라에서 목표콜금리 변동이 있는 경우에는 대부분 25bp 인상이나 하락이 주를 이루기 때문에, 콜금리의 변동은 $\pm 25\text{bp}$ 수준을 보이고 있다⁶⁾. 그러나, 초단기이자율 및 초단기이자율의 정상상태 평균의 경우에는 콜금리 인상 혹은 인하에 따라 다른 모습을 보여주고 있다. 먼저 콜금리 인하의 경우를 살펴보면 콜금리 인하 시점 10일 전부터 초단기이자율은 평균 10bp 정도 하락했으며, 금통위 당일에도 평균 18bp 정도 하락하는 것으로 나타났다. 그리고, 금리인하 전후 10일 동안 콜금리의 하락폭은 약 29bp인데 반해 초단기이자율의 하락폭은 약 52bp를 나타내어, 초단기이자율은 금통위 이후에도 지속적으로 하락하는 모습을 나타내고 있다. 반면, 초단기이자율의 정상상태 평균의 경우에는 금리인하 이후에는 소폭 하락하지만 그 크기는 콜금리나 초단기이자율에 비해서 매우 낮으며, 금리인하 전후 10일 동안의 초단기이자율의 정상상태 평균의 하락은 거의 0bp에 가까운 것으로 나타났다.

한편, 금리인상의 경우에는 초단기이자율의 상승폭이 콜금리에 비해 낮은 모습이 나타나고 있다. 즉, 금리인상 전후 10일간 콜금리는 평균 25bp 상승한 반면, 초단기이자율은 약 11bp 상승에 그치고 있다. 콜금리인하의 경우와 마찬가지로 초단기이자율은 금통위의 결정 이전부터 약 4bp 상승하였지

6) 2001년 9월 19일의 금통위에서 50bp 인하를 결정한 것을 제외하고는 모든 경우에 25bp 인상 혹은 인하를 기록하였다.

만, 금통위 결정 당일에는 콜금리의 21bp 상승에 비해 초단기이자율은 약 5bp 상승에 그치고 있다. 또한, 금리인상 결정 이후의 초단기이자율의 상승폭 역시 콜금리 인하의 경우에 비해 낮게 나타나고 있다. 그러나, 초단기이자율의 정상상태 평균의 경우에는 오히려 하락하는 모습을 나타내고 있으며 전체적으로는 큰 변동을 나타내지 않고 있다.

이를 보다 구체적으로 살펴보기 위해 다음과 같이 회귀분석을 실시하였으며, 그 결과는 <표 8>과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{r}_t &= \alpha_1 + \beta_1 \hat{r}_{t-1} + \gamma_1 D_{1,t} + \delta_1 D_{2,t} + \epsilon_{1,t} \\ \hat{\theta}_t &= \alpha_2 + \beta_2 \hat{\theta}_{t-1} + \gamma_2 D_{1,t} + \delta_2 D_{2,t} + \epsilon_{2,t} \end{aligned} \quad \text{식 (36)}$$

회귀분석 결과를 살펴보면 초단기이자율과 정상상태의 초단기이자율의 평균은 각각의 전일변수(Lag variable)에 크게 영향받는 것으로 나타났다. 그러나, 초단기이자율의 경우에는 통화정책의 변경에 따라 유의적인 변동을 보이고 있는 것으로 나타났으나, 정상상태의 초단기이자율의 평균은 유의적인 차이를 나타내지 않는 것으로 나타나고 있다. 이는 앞에서 살펴본 통화정책 변동시점의 초단기이자율 및 초단기이자율의 정상상태 평균의 변동과 동일한 결과로써 통화정책의 영향이 초단기이자율에만 영향을 미치고 있음을 나타내준다.

<표 8> 통화정책 변경에 대한 회귀분석결과

계수	초단기이자율 회귀모형	초단기이자율의 정상상태 평균 회귀모형
α	0.0003*	0.0001
β	0.9924*	0.9966*
γ	0.0005**	-0.0002
δ	-0.0019*	-0.0001

주) * 1% 유의수준, ** 5% 유의수준

따라서, 금리인상 혹은 인하가 결정되는 시점에는 장기 현물이자율에 비해 단기 현물이자율이 더 크게 변동할 것으로 예측될 수 있으며, 이는 실제 우리나라에서 금리인상 혹은 인하가 결정되었을 때 장기채권에 비해 단기채권이 더 크게 변동하는 모습과 동일한 결과이다. 그러나, 전체기간을 살펴보면 장기채권의 변동성이 단기채권에 비해 높게 나타나며, 이는 초단기이자율의 정상상태 평균의 변동성에 주로 기인하는 것으로 생각된다.

V. 결론

본 연구에서는 우리나라 국채의 현물이자율을 이용하여 이자율 기간구조와 초단기이자율 및 초단기이자율의 정상상태 평균을 추정하였다. 그리고, 추정된 초단기이자율과 시장 초단기이자율인 콜금리의 통계적·경제적 차이를 살펴보고, 이를 바탕으로 한국은행의 통화정책이 채권시장에 미치는 영향을 살펴보았다. 본 연구의 주요 실증연구 결과에 의하면 이자율 위협에 대한 시장가격

(Market price of risk)이 변동하는 확장된 가우시안 모형(Extended 2 factor gaussian model)이 기존의 가우시안 모형(Gaussian model)에 비해 우리나라의 기간구조 변동을 잘 설명하고 있으며, 1요인 모형에 비해 2요인 모형에서 보다 적절한 추정치를 얻을 수 있었다. 그리고 추정된 초단기이자율은 시장콜금리에 비해 통계적으로 유의적인 차이를 나타내었으며, 이론적 차이거래 분석을 통해 경제적인 차이의 가능성을 확인할 수 있었다.

한편, 한국은행의 통화정책 변동은 초단기이자율에는 유의적인 변동을 야기하지만 초단기이자율의 정상상태평균에는 큰 영향을 미치지 않는 것으로 나타났다. 이는 한국은행의 통화정책 변동이 단기채권시장에는 크게 영향을 미치지만 장기채권시장에는 큰 영향을 미치지 않는 것으로 해석될 수 있다. 이러한 실증연구결과는 채권시장의 분할되어 있을 가능성을 나타내고 있으며 목표콜금리를 통한 통화정책 효과를 떨어뜨리는 결과를 낳을 수 있다. 뿐만 아니라, 한국은행의 통화정책 변동의 방향에 따라서도 채권시장에 미치는 영향이 다르다는 것을 알 수 있었다. 즉, 한국은행이 긴축적인 통화정책을 펴는 경우 한국은행의 목표이자율 변동폭에 비해 초단기이자율의 변동이 작게 나타나고, 확장적인 통화정책을 펴는 경우에는 초단기이자율의 변동이 더 크게 나타나는 것으로 나타났다.

본 연구에서는 이자율 기간구조모형으로 가우시안 모형으로 한정하였다. 따라서, CIR모형이나 점프(Jump)요인을 고려한 모형 등을 이용하는 경우 연구결과가 어떻게 달라지는지에 대해서는 추가 연구가 필요할 것으로 생각된다. 또한 연구기간이 5년 정도로 짧고 연구대상 기간동안 국내 이자율이 주로 하락하는 추세를 보이고 있기 때문에, 이자율 기간구조의 정확한 추정과 통화정책이 채권시장에 미치는 영향을 보다 엄밀히 연구하기 위해서는 좀 더 긴 연구기간이 필요할 것으로 생각된다. 마지막으로 만기 10년 이상의 장기채권이 거래되기 시작한 이후에 대한 자료를 통해 초단기이자율의 정상상태 평균에 대한 보다 정확한 추정을 할 수 있을 것으로 생각된다.

참고문헌

Babbs, Simon H., and Nick J. Webber, 1994, "A theory of the term structure with an official short rate," FORC Preprint 94/49, University of Warwick.

Babbs, Simon H., and Nick J. Webber, 1997, "Term structure modelling under alternative official regimes," in Michael A.H. Dempster and Stanley R. Pliska, eds.: *Mathematics of Derivative Securities* (Cambridge University Press, New York).

Balduzzi P., G. Bertola, and S. Foresi (1997), "A Model of Target Changes and The Term Structure of Interest Rates," *Journal of Monetary Economics* 39, 223-249.

Balduzzi P., G. Bertola, S. Foresi, and L. Kappers (1996), "Interest Rate Targeting and The Dynamics of The Short Term Rates," Working Paper.

Brito. R and R. Flores (2001), "A Jump-Diffusion Yield-Factor Model of Interest Rates," Working Paper.

Cheridito, P., D. Filipović, and R. Kimmel (2007), "Market Price of Risk Specifications for Affine Models: Theory and Evidence," *Journal of Financial Economics* 83, 123-170

Cochrane J. and M. Piazzesi (2002), "The Fed and Interest Rates: A High-Frequency Identification," Working Paper.

Dai, Q., and K. J. Singleton (2000), "Specification Analysis of Affine Term Structure Models," *Journal of Finance*, 55, 5, 1943-1978.

Dai Q. and K. Singleton (2002), "Expectation Puzzles, Time Varying Risk Premia, and Affine Models of The Term Structure", *Journal of Financial Economics* 63, 415-441

Das S. (1998), "Poisson-Gaussian Processes and The Bond Markets," NBER.

Das S, (1999), "The Surprise Element : Jumps in Interest Rate Diffusions," NBER.

Duffee, G. R. (1996), "Idiosyncratic Variation of Treasury Bill Yields," *Journal of Finance* v51, n2, 527-51.

Duffie, D., and K. Singleton (1999), "Modeling Term Structures of Defaultable Bonds," *Review of Financial Studies* v12, n4, 687-720.

Duffee, G. R. (2002): "Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models," *Journal of Finance* 57, 405-443.

Diffie D. and R. Kan (1996), "A Yield-Factor Model of Interest Rates", *Mathematical Finance* 6, 379-406

Das S. and S. Foresi (1996), "Exact Solutions for Bond and Option Prices with Systematic Jump Risk," *Review of Derivatives Research* 1, 7-24.

Langtieg, T. (1980), "A multivariate model of the term structure", *Journal of Finance* 35 , 71-97.

Lin J., F. Longstaff and R. Mandell (2002), "The Market Price of Credit Risk : An Empirical Analysis of Interest Rates Swap Spreads," NBER.

Pearson, N. and T-S. Sun (1994), "An empirical examination of the cox, ingersoll, and ross model of the term structure of interest rates using the method of maximum likelihood," *Journal of Finance* 54 , 929-959.

Piazzesi M. (2003), "Affine Term Structure Models," Working Paper

Piazzesi M. (2004), "Bond Yield and The Federal Reserve," NBER.

Rudebusch G. (1995), "Federal Reserve Interest Rate Targeting, Rational Expectations, and The Term Structure," *Journal of Monetary Economics* 35, 245-274.

Singleton K (2001), "Estimation of Affine Asset Pricing Models Using the Empirical Characteristic Function," *Journal of Econometrics* 102, 111-141.

Vasicek, Oldrich, 1977, "An Equilibrium Characterization of the Term Structure," *Journal of Financial Economics* 5, 177-188.