

KOSPI200 실현변동성에 대한 예측력 제고에 관한 연구

유 시 용 (중앙대학교)*

고 중 양 (중앙대학교)

<요약>

변동성은 특정 시계열 변수가 평균을 중심으로 괴리된 변동폭의 정도를 의미하며 이러한 변동성은 재무관리에서 뿐만 아니라 포트폴리오 최적화, 자산배분결정, 옵션가격결정 및 투자전략에 있어 매우 중요한 역할을 하고 있다. 이러한 변동성에 대해 보다 정확한 예측이 필요하고 정확한 예측을 위한 다양한 접근 및 연구가 필요하다.

본 논문에서는 그 동안 이루어진 다양한 실증분석방법을 통해서 2003년 1월 3일부터 2006년 12월 28일 기간 동안의 과거변동성, Black-Scholes-Merton 내재변동성, 그리고 변동성지수(VIX)를 각각 산출하고 각 변동성들의 실현변동성에 대한 예측력에 대하여 검증하였다. 특히 실현변동성 산출에 있어 일별 자료와 5분 단위 빈도 자료의 두 가지 방법을 사용함으로써 보다 강건한(robust) 결과를 얻을 수 있다. 또한 실현변동성 예측에 있어 국내 금리변동성과 해외 정보, 즉 환율변동성, 미국 주가지수 변동성 변수도 고려하였다.

분석결과 분석기간 동안 국내 변동성 변수 중 과거변동성의 실현변동성에 대한 예측력이 가장 뛰어났고, 미국 주가지수 변동성, 환율변동성, 그리고 국내 금리변동성도 우리나라 실현변동성에 관한 정보를 포함하고 있으며, 이러한 해외 정보와 국내 금리변동성 변수를 추가할 경우, 실현변동성에 대한 예측력을 향상시킬 수 있는 것으로 나타났다.

핵심 단어: 실현변동성, 내재변동성, 변동성지수, 과거변동성, 미국 주가지수변동성, 환율변동성, 금리변동성

* 연락 담당 저자. 주소 : 서울시 동작구 흑석동 221, 중앙대학교 경영학과 교수, 156-756.
E-mail : sy61@cau.ac.kr; Tel : 02-820-5578.

1. 서론

오늘날의 금융시장은 상품 및 운용기법이 복잡하고 고도화되어 수익률과 위험을 평가하고 예측하기가 매우 힘들다. 많은 상품개발자, 투자자 그리고 위험관리자들은 수익률 뿐만 아니라 이 위험의 계량화를 통한 위험관리를 중요시 한다. 이 위험에 대한 계량적인 척도로서 분산 또는 변동성(volatility)이 많이 사용된다. 변동성이란 특정 시계열변수가 평균을 중심으로 퍼리된 변동폭(dispersion)의 정도를 의미한다. 즉, 변동성이 큰 자산은 상대적으로 변동성이 작은 자산보다 더 높은 위험을 내포하고 있다는 것을 의미한다. 위험관리 측면에서 변동성은 중요한 역할을 하고 있음을 알 수 있다.

자산의 가격결정시 미래 위험요소를 반영함에 있어서도 변동성은 중요한 의미를 갖는다. Black-Scholes-Merton(BSM; Black and Scholes, 1973; Merton, 1973) 옵션가격결정모형에서 대부분의 모수는 실제 시장에서 관측가능하다. 즉, 기초자산 가격, 행사가격, 이자율, 잔존만기의 변수들은 객관적으로 시장에서 관측가능하지만 주요 변수 중 하나인 변동성은 정확한 예측이 어렵다. 따라서 옵션가격결정에 있어 변동성 예측은 중요한 역할을 하고 있다고 할 수 있다.

미국의 경우 CBOE(Chicago Board Options Exchange)에서 1993년 Whaley가 고안한 변동성지수(VXO)와 이후 2003년에 VXO를 보완한 새로운 변동성지수(VIX)를 도입 및 실시간 공시하여 투자자들에게 제공하고 있다. 변동성 지수란 주가지수옵션(VIX의 경우 기초자산이 S&P500)의 시장가격을 이용하여 향후 30일간의 미래 변동성을 지수화한 것으로서 주가지수가 높았던 시기에 비해 주가지수가 낮았던 시기에 상대적으로 높은 수준의 변동성지수를 나타냄에 따라 변동성지수(VXO, VIX)가 투자자의 공포지수(investor's fear gauge)를 나타내는 역할을 하고 있다.¹⁾

CFE(CBOE Futures Exchange)에서는 이 변동성지수(VIX)를 기초자산으로 한 선물을 2004년 3월 26일부터 상장하여 변동성에 대한 거래를 하고 있고 변동성지수선물 뿐만 아니라 변동성지수 옵션의 상장도 기대되고 있다. 이러한 금융시장의 추세를 볼 때 변동성이 기존의 금융거래시의 위험척도로서 활용과 더불어 새로운 투자대상으로 부각되어 새로운 파생상품의 출현을 촉진시키고 파생상품거래에 보다 폭넓게 응용될 것으로 예상된다.

따라서 정확한 변동성의 추정 및 예측은 재무관리에서 뿐만 아니라 포트폴리오의 최적화, 자산배분결정, 옵션가격결정 및 투자전략에 있어 매우 중요한 역할을 하고 있다.

우리나라의 경우 주가지수선물 및 주가지수옵션의 기초자산으로 이용하기 위한 주가지수로서 KOSPI200을 개발하여 선물 및 옵션거래에 적합하도록 유가증권시장에 상장된 전체 종목 중에서 시장대표성, 업종대표성, 그리고 유동성을 감안하여 선정된 200종목으로 구성되었다. KOSPI200은 1990년 1월 3일을 100 포인트로 하여 1994년 6월 15일부터 산출, 발표하였다. KOSPI200을 기초자산으로 하여 KOSPI200선물시장이 1996년 5월 3일에 개장되었고, 다음 해인 1997년 7월 7일에는 KOSPI200옵션시장이 개장되었다. KOSPI200 옵션시장은 개장 후 급격히 성장하여 오늘날 전세계에서 거래량 1위를 자랑하고 있다.

1) Whaley, R. E., "The Investor Fear Gauge", *Journal of Portfolio Management*, 26(2000), pp.12-17. 참조.

우리나라는 선진국이나 OECD국가 중에서 주가지수익률의 변동성이 유난히 높다. 따라서 특히 우리나라의 경우 이러한 변동성에 대한 보다 정확한 예측이 필요하고 정확한 예측을 위한 다양한 접근 및 연구가 필요하다.

미래 실현변동성 예측에 사용되는 변수는 다음과 같다. 첫째, 과거 변동성(historical volatility)을 이용한 실현변동성 예측이다. 과거 변동성은 역사적 변동성이라고도 하는데, 일정기간동안의 실제 과거 가격자료로부터 산출된다. 둘째, 내재변동성(implied volatility)을 이용한 실현변동성 예측이다. 내재변동성은 옵션시장에서 형성된 옵션의 시장가격으로부터 계산되는데, 내재변동성 계산에 가장 많이 사용되어지는 BSM 옵션가격결정모형으로부터의 BSM 내재변동성과 특정 모형에 의존하지 않고 주가지수옵션을 이용하여 기초자산에 대한 향후 30일간의 미래 변동성을 지수화한 변동성지수(VIX)로 분류할 수 있다. 그 외에도 CRR(Cox - Ross - Rubinstein; 1979)모형을 이용하여 산출된 내재변동성 등도 있지만, 본 연구에서는 BSM 내재변동성과 변동성지수(VIX)에 대해서만 추정한다.

기존의 많은 연구에서는 실현변동성을 예측함에 있어 우수한 방법이나 모형을 제시 및 검증하고, 기존모형의 가정을 완화하여 실제 보다 가까운 방법을 찾아내는데 초점을 맞추었다. 하지만 이러한 방법들 중에서 특정 모형이 일관성 있게 우월성을 보이지 못하고 상이한 결과를 보이고 있다. Jorion(1995), Christensen & Prabhala(1993)등의 연구에서는 과거변동성에 비해 내재변동성이 정보우수성을 가진다고 주장하고, Canina & Figlewski(1993)등의 연구에서는 과거변동성의 정보우수성을 주장하고 내재변동성은 미래변동성과 아무런 상관관계도 없다고 주장한다. 그리고 Day & Lewis(1992)의 연구에서는 혼재된 결과를 보고하여 어느 한쪽의 일방적인 주장을 부정하였다. 또한 Corrado & Miller(2005), 이재하·정제련(2006)등의 연구에서는 변동성지수(VIX)의 예측력의 우수성을 주장한다. Jorion(1995)의 경우 수익률 자승의 평균을 이용하여 실현변동성을 계산하였고, Canina & Figlewski(1993)과 Christensen & Prabhala(1993)의 경우 표준편차를 이용하여 실현변동성을 계산하였다. 그리고 Day & Lewis(1992)은 수익률 자승과 분산, 두 가지 경우로 실현변동성을 계산하였다. Corrado & Miller(2005)와 이재하·정제련(2006)의 연구에서는 표준편차의 개념으로 실현변동성을 계산하였다.

본 연구에서는 그 동안 이루어진 다양한 실증분석방법을 통해서 2003년 1월 3일부터 2006년 12월 28일 기간 동안의 과거변동성, BSM 내재변동성, 그리고 변동성지수(VIX)를 각각 산출하고 각 변동성들의 실현변동성에 대한 예측력에 대하여 검증하였다. 실증분석기간을 2003년 1월 3일 이후로 선택한 것은 변동성지수 산출시 이용되는 2003년 1월 1일 이전의 차근월물 및 차차근월물의 거래 자료가 부족하여 변동성지수산출이 불가능하기 때문이다.²⁾

오늘날 세계 금융시장의 통합화의 진전에 따라 국가간의 자본시장의 상호연관성이 긴밀해지고 있다. 따라서 국내 주가지수의 변동성을 분석하기 위해서 정치·경제적으로 한국과 상당히 밀접한 관계를 가지고 있는 해외 정보를 고려한다면 변동성 예측력 향상에 도움이 될 것이다. 해외 정보 중에서 전일 미국증시 정보가 국내 주가에 많은 영향을 미치는 것으로 관찰되고 있다. 따라서 우리나라 주가지수 변동성을 예측함에 있어 미국 주가지수의 변

2) 김명직(1999)의 연구에서는 1997년 7월 7일부터 1999년 4월 16일까지 자료에서 KoVIX를 계산하기 위한 차근월물 자체가 이용가능하지 않은 경우가 많았기 때문에 KoVIX의 산출이 어려움을 보고하고 있다. 또한 장국현(2001)연구에서도 2000년 5월 2일부터 2001년 2월 7일까지 자료에서 최근월물 ATM내재변동성들과 차근월물 ATM내재변동성들이 동시에 거래되어 KoVIX를 시산할 수 있는 날이 21일에 불과함을 보고했다.

동성을 고려할 때 그 예측력을 더욱 향상시킬 수 있을 것으로 예측된다. 국내 주식시장이 미국시장의 여러 가지 경제적 지표들과 상관관계가 있을 것이라는 가정하에 본 연구는 S&P100 주가지수 변동성, 원-달러 환율 변동성 변수의 주가수익률 실현변동성에 대한 예측력 분석을 실시하는 최초의 시도가 될 것으로 보인다. 또한 추가적으로 국내 금리변동성의 주가수익률 실현변동성에 대한 예측력도 함께 분석하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성하였다. 제2장에서는 변동성에 관한 연구로서 실현변동성, 과거변동성, BSM 내재변동성, 변동성지수(VIX), 환율변동성, 그리고 S&P100 변동성의 이론적 배경 및 산출 방법을 포함한다. 제3장에서는 각 변동성 산출에 필요한 자료에 대해 설명하고 각 변동성들의 기초통계를 분석한다. 그리고 각 변동성들 중 어떤 변동성이 실현변동성을 잘 예측하는지 단변량, 다변량 회귀결과를 비교분석한다. 또한 같은 방법의 회귀분석으로 해외 정보³⁾ 변수와 금리변동성의 주가수익률 실현변동성에 대한 예측력을 분석하고 이들 변수가 국내 변동성 변수⁴⁾들의 주가수익률 실현변동성 예측력 향상에 기여하는지 비교분석한다. 마지막으로, 제4장에서는 본 논문의 연구결과에 대한 요약과 그 의미 및 연구의 한계와 향후과제 등을 논의한다.

2. 변동성에 관한 연구

2.1 실현변동성(Realized Volatility) 및 과거변동성(Historical Volatility)

실현변동성은 과거 특정시점 이후 현재까지 실현된 기초자산의 변동성을 의미한다. 실현변동성을 측정하는 방법에는 여러 가지 방법이 있다. 일정기간 동안의 표준편차, 수익률 자승의 평균, 또는 고빈도 자료를 이용한 수익률 자승의 합 등을 이용하여 실현변동성을 측정한다. 최근의 변동성에 대한 연구들에서는 표준편차보다 수익률 자승을 이용하여 실현변동성을 구한다. 따라서 본 논문에서는 일정기간동안의 수익률 자승의 평균과 고빈도 자료를 이용한 수익률 자승의 합을 이용하여 두 가지의 실현변동성을 측정한다.

수익률 자승의 평균을 이용한 실현변동성 측정방법은 다음과 같다.

$$RV_{t,\tau} = \sqrt{250} \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} r_{t+i}^2, \quad (1)$$

여기서, $RV_{t,\tau}$ 는 t시점의 실현변동성(realized volatility), $r = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1})$ 은 기초자산가격의 로그수익률, τ 는 22거래일 등을 나타낸다.

위와 같은 실현변동성 측정시 롤링 표본(rolling sample)을 통해 실현변동성을 구성한다. 예를 들어 t시점의 실현변동성 계산시 이용되는 표본은 t+1에서 t+22가 된다.

고빈도 자료를 사용한 수익률 자승의 합으로 계산하는 실현변동성은 사용되어지는 자료의 구간이 짧을수록 측정오차를 최소화할 수 있다. 하지만 1분 단위의 고빈도 수익률은 수익률 특성을 왜곡시키는 매도-매수 호가 진동(bid-ask bounces)이나 불규칙한 거래(irregular trading)와 같은 시장미시구조(market microstructures)에 속한다. 5분 단위 빈도

3) 본 논문에서는 국내 실현변동성에 영향을 미칠 것으로 예상하는 해외 정보의 대응(proxy)변수로 S&P100 변동성, 환율변동성을 포함한다.

4) 본 논문에서는 국내 변동성 변수로 과거변동성, BSM 내재변동성, 변동성지수(VIX)를 포함한다.

가, 시장미시구조가 왜곡시키지 않는 고빈도 자료로 간주된다. Andersen & Bollerslev(1998) 연구에서도 5분 단위 수익률을 사용하였다.

주식시장 개장시장동안의 변동성과 폐장시간의 변동성이 다름을 고려하여 실현변동성 계산시 야간변동성과 주간변동성을 구분하는 것이 필요하다. 또한 Martens(2002)의 연구와 Koopman et al.(2005)의 연구에서는 야간수익률(overnight returns)이 5분 단위 수익률보다 변동성이 크기 때문에 야간수익률의 잡음을 제거하는 대안적인 실현변동성 측정수단을 사용하였다.

$$RV_n = \sqrt{250} \frac{\hat{\sigma}_{OC}^2 + \hat{\sigma}_{CO}^2}{\hat{\sigma}_{OC}^2} \sum_{d=1}^D R_{n,d}^2, \quad (2)$$

여기서, $\hat{\sigma}_{OC}^2 = \frac{10,000}{N} \sum_{n=1}^N (\log P_{n,D} - \log P_{n,0})^2$, $\hat{\sigma}_{CO}^2 = \frac{10,000}{N} \sum_{n=1}^N (\log P_{n,0} - \log P_{n-1,D})^2$,

RV_n 는 n일의 실현변동성, $R_{n,d} = 100(\ln P_{n,d} - \ln P_{n,d-1})$, n은거래일, d는 5분 단위 구간, $P_{n,d}$ 는 n일의 d구간의 기초자산가격, $P_{n,0}$ 은 n일의 기초자산의 시가(opening price), $P_{n,D}$ 는 n일의 기초자산의 종가(last price), $\hat{\sigma}_{OC}^2$ 는 close-to-open의 변동성, $\hat{\sigma}_{CO}^2$ 는 open-to-close의 변동성 등을 나타낸다.

본 논문에서는 Gospodiniv et al.(2006)에서 사용한 22일 기간 동안의 수익률 자승 평균의 실현변동성과, Martens(2002)와 Koopman et al.(2005)의 야간변동성을 조정한 5분 단위 수익률 자승의 합의 실현변동성을 계산하여 이 실현변동성에 대한 여러 가지 변동성의 예측력을 비교분석한다.

과거변동성은 과거에 나타났던 기초자산 가격 자료를 이용하여 산출되어진 변동성으로 역사적 변동성이라고도 부른다. 이러한 방법은 옵션의 만기까지의 변동성을 추정할 때 일정 기간동안 가격변동성에 대한 투자자의 기대가 변하지 않는다는 가정, 즉 주식수익률의 변동성이 일정하다는 가정 하에서 변동성을 구하는 것이다.

과거변동성 추정 방법은 일정한 과거기간동안의 일별수익률 자승의 평균으로 다음과 같이 계산된다.⁵⁾

$$HV_t = \sqrt{250} \frac{1}{\tau} \sum_{i=0}^{\tau-1} r_{t-i}^2. \quad (3)$$

τ 는 22거래일을 나타내고, 연율로 환산하기 위해 위 식에서 연간거래일의 제곱근 $\sqrt{250}$ 을 곱해준다.⁶⁾ 즉, 과거변동성은 22거래일 동안의 수익률 자승의 평균을 이용하여 계산한 실현변동성의 과거 22일의 값이 된다.

$$HV_t = RV_{t-22}.$$

과거변동성은 그 추정방법이 간편하다는 장점이 있지만, 변동성이 계산될 과거기간(과거 n일)을 결정하는 문제가 발생한다. 즉 과거변동성 계산시 이용될 표본수 결정의 문제가 생기게 된다. 과거변동성 계산시 이용될 표본의 수가 많은 경우, 기초 자산시장의 환경이 안정적이라는 가정 하에서라면 산출된 변동성 수치의 신뢰도가 제고되지만, 현재에서 너무 먼 과거의 데이터를 사용함으로써 현재 기초자산 시장 상황과 상당히 다른 양상을 보였던 과거

5) Gospodiniv et al.(2006) 참고.

6) 본 논문에서는 월간 거래일수를 22일, 연간 거래일수를 250일로 간주한다.

기간의 자료가 포함될 확률이 높아지므로 산출된 변동성 수치의 신뢰성이 하락될 수 있다. 반대로 표본수가 너무 적은 경우 추정치의 오차가 커지고 극단적인 수치가 나올 가능성이 많다. 따라서 과거변동성 계산시 사용될 표본수를 결정하는 것은 중요한 문제가 된다.

본 논문에서는 옵션의 거래가 최근월물물체에 집중된다는 것과 이재하·권상수(2001) 연구에서 보고한 것⁷⁾을 고려하여 한 달 거래일에 해당하는 22일간의 과거변동성을 산출한다. 또한 앞서 설명한 Gospodiniv et al.(2006)의 연구에서 사용한 과거변동성 계산법을 이용한다.

수익률 자승의 평균을 이용한 실현변동성 산출을 위해 2003년 1월 3일부터 2007년 1월 31일까지의 자료를 사용하였다. 이는 실현변동성이 현재시점 이후 22일 동안의 수익률 자승의 합이기 때문에 2006년 12월 28일의 실현변동성을 구하기 위해서는 2007년 1월 2일부터 2007년 1월 31일까지 22거래일의 자료가 필요하기 때문이다. 야간(overnight)변동성을 조정 한 5분 단위 수익률 자승의 합을 이용한 실현변동성 산출을 위해 2003년 1월 3일부터 2006년 12월 28일까지의 자료를 사용하였다. 또한 과거변동성 산출을 위해 2002년 11월 27일부터 2006년 12월 28일의 자료를 사용하였다. 이는 과거변동성이 현재시점 이전 22일 동안의 수익률 자승의 합이기 때문에 2003년 1월 3일의 과거변동성을 구하기 위해서는 2002년 11월 27일부터 2003년 1월 3일까지 22거래일의 자료가 필요하기 때문이다.

2.2 Black-Scholes-Merton 내재변동성(Implied Volatility)

역사적 변동성처럼 기초자산의 과거의 거래데이터에 기초하여 옵션만기까지의 변동성을 추정할 때에는 변동성 추정기간에서 예측기간까지 기초자산의 가격변동성에 관한 투자자의 기대가 변하지 않는다는 전제가 필요하다. 하지만 현실적으로 이러한 전제 조건이 성립하지 않는 경우가 많이 있다.

이에 반해 내재변동성은 옵션의 실제 시장가격을 이용하여 시장에서 실제 평가되고 있는 변동성을 추정하는 성격으로 가장 최근의 정보만을 반영하고 있기 때문에 미래 변동성에 대한 합리적인 기대라고 할 수 있다. 내재변동성은 옵션가격결정모형에 변동성을 제외한 다른 모든 모수들의 값과 옵션시장가격을 대입하여 산출되는 변동성으로, 옵션시장 가격이 결정될 때 시장참가자들이 기대하는 미래변동성을 나타낸다고 볼 수 있으며, BSM 옵션가격결정 모형으로 내재변동성을 구할 수 있다.

Latane & Rendleman(1976)의 연구에서 지적하였듯이 모든 옵션의 변동성이 동일하게 민감하지 않다. 변동성에 대한 BSM 모형의 편미분값, 즉 베가(vega)⁸⁾의 경우 등가격 옵션에서 가장 크다. 따라서 등가격 옵션의 내재변동성이 가격의 변화에 가장 민감하다고 할 수 있다. 또한 Becker(1981)는 Latane & Rendleman 방법의 가중내재변동성과 등가격 옵션의 내재변동성만을 이용하는 방법 등을 사용하여 어느 것이 더 우수한지를 분석한 결과 등가격 옵션의 예측력이 더 우수한 것으로 나타났다. 따라서 본 논문에서는 등가격 옵션으로부터 산출한 내재변동성을 사용한다.

내재변동성 산출시 KOSPI200 옵션의 일별 자료를 이용하였고 최근월물과 등가격옵션만

7) 이재하·권상수(2001) 연구에서는 60일 과거변동성에 대한 결과를 달리 보고하지는 않았지만 30일 과거변동성에 비해 결과가 뒤지는 것으로 나타났다고 밝히고 있다.

8) 변동성에 대한 옵션가격의 민감도($\nu = \partial\Pi/\partial\sigma$)를 나타낸다.

을 대상으로 한다. 하지만 실제로 등가격 옵션을 찾아보기 힘들기 때문에 내재가치(moneyness)의 절대값이 가장 작은 것을 등가격 옵션으로 선택하였다. 또한 최근월물중 잔존만기가 8일 미만일 경우 차근월물 자료로 대체한다. 이는 잔존만기가 너무 짧을 경우에 시간가치가 급속히 감소하고 호가 스프레드가 변동성에 미치는 영향이 크기 때문에 이러한 측정오차를 줄이기 위해서이다.

풋옵션 가격은 풋-콜 패리티(put-call parity)로 계산하였다. 내재변동성 산출을 위해 2003년 1월 3일부터 2006년 12월 28일의 KOSPI200 옵션의 일별 종가 자료를 사용하였다. 이자율은 한국증권선물거래소(KRX)에서 제공하는 91일 만기 양도성예금증서(certificate of deposit; CD)의 연수익률의 일별 자료를 사용하였다. BSM 내재변동성 계산에 있어 한국증권선물거래소의 배당액지수를 고려하였으며, 뉴턴-랩슨법(Newton-Raphson Method)을 사용하였고 초기값은 1로 설정하였다. 또한 경계를 위반한 옵션의 경우 내재변동성을 0으로 설정하였다.⁹⁾

2.3 변동성지수(VIX)

2.3.1 VXO(old VIX)¹⁰⁾

1993년에 이후 CBOE는 변동성지수(VXO)를 공시하였는데, 이 VXO는 S&P100 주가지수 옵션을 이용하여 계산되었다. VXO는 BSM 내재변동성들의 합이며 이는 8개의 내재변동성을 이용하여 계산되는데 현시점의 기초자산 가격을 기준으로 등가격에서 위로 가까운 근월물 콜옵션 한 개와 풋옵션 한 개, 그리고 등가격에서 아래로 가까운 근월물 콜옵션 한 개와 풋옵션 한 개를 이용하여 최근월물의 평균내재변동성을 구하고 같은 방법으로 차근월물의 평균내재변동성을 구하여 총 8개의 내재변동성을 가중 평균한 값으로 향후 30일간의 기초자산 변동성에 대하여 예측하는 VXO를 구성한다.

VXO 계산에 사용되는 BSM 내재변동성은 켈린더일 기준으로 표시되어 있기 때문에 켈린더일의 내재변동성에 가중치를 주어 거래일 기준의 내재변동성으로 전환 후 변동성지수를 산정하여야만 한다. 거래일 기준 잔존기간(N_t) 계산은 다음과 같다.

$$N_t = N_c - 2 \times \text{int}(N_c/7), \quad (4)$$

여기서, N_c 는 켈린더일 기준 잔존일수이다. 연율표시 거래일 기준 내재변동성 σ_t 는 다음과 같이 계산된다.

$$\sigma_t = \sigma_c \left(\frac{\sqrt{N_c}}{\sqrt{N_t}} \right), \quad (5)$$

여기서, σ_c 는 연율표시 켈린더일 내재변동성을 나타낸다.

VXO는 4개의 근월물 내재변동성과 4개의 차근월물 내재변동성을 이용하여 구성된다. 만약 근월물의 잔존만기가 켈린더일 기준으로 8일미만이 되면 변동성지수 계산시 근월물을 차근월물로, 차근월물을 차차근월물로 대체한다.

9) Canina & Figlewski(1993) 참고.

10) 이재하·정계현(2006) 참조.

현시점 기초자산(주가지수)의 현물가격을 S , 주가지수옵션의 행사가격을 X 로 표시할 때, 행사가격 X 가 S 의 바로 위인 경우를 X_u , 행사가격 X 가 S 의 바로 아래인 경우를 X_d 로 나타낼 때, 4개의 콜옵션과 4개의 풋옵션으로 VXO를 계산한다.

	최근월물		차근월물	
	콜	풋	콜	풋
$X_d (< S)$	$\sigma_{c,1}^{X_d}$	$\sigma_{p,1}^{X_d}$	$\sigma_{c,2}^{X_d}$	$\sigma_{p,2}^{X_d}$
$X_u (> S)$	$\sigma_{c,1}^{X_u}$	$\sigma_{p,1}^{X_u}$	$\sigma_{c,2}^{X_u}$	$\sigma_{p,2}^{X_u}$

여기서, $\sigma_1^{X_d} = (\sigma_{c,1}^{X_d} + \sigma_{p,1}^{X_d})/2$, $\sigma_2^{X_d} = (\sigma_{c,2}^{X_d} + \sigma_{p,2}^{X_d})/2$, $\sigma_1^{X_u} = (\sigma_{c,1}^{X_u} + \sigma_{p,1}^{X_u})/2$, $\sigma_2^{X_u} = (\sigma_{c,2}^{X_u} + \sigma_{p,2}^{X_u})/2$ 등을 의미한다.

위 과정을 통해 4개의 변동성을 구하고 각각의 만기에 대한 등가격 옵션의 변동성을 얻기 위해 최근월물 내재변동성과 차근월물 내재변동성을 아래와 같이 내삽(interpolate)한다.

$$\sigma_1 = \sigma_1^{X_d} \left(\frac{X_u - S}{X_u - X_d} \right) + \sigma_1^{X_u} \left(\frac{S - X_d}{X_u - X_d} \right), \quad (6)$$

$$\sigma_2 = \sigma_2^{X_d} \left(\frac{X_u - S}{X_u - X_d} \right) + \sigma_2^{X_u} \left(\frac{S - X_d}{X_u - X_d} \right). \quad (7)$$

위의 방법으로 구한 근월물 내재변동성과 차근월물 내재변동성을 22일 거래일과 차근월물 만기(N_{t_2})와 근월물 만기(N_{t_1})간의 차이로 가중하여 만기 30캘린더일의 VXO를 구한다.

$$\sigma = \sigma_1 \left(\frac{N_{t_2} - 22}{N_{t_2} - N_{t_1}} \right) + \sigma_2 \left(\frac{22 - N_{t_1}}{N_{t_2} - N_{t_1}} \right) \quad (8)$$

마지막으로 위에서 얻은 값에 100을 곱하여 지수화한다.

$$VXO = \sigma \times 100. \quad (9)$$

2.3.2 변동성지수(VIX)¹¹⁾

CBOE는 2003년 9월 22일에 VXO를 보완하여 새로운 변동성지수(VIX)를 도입하였다. 변동성지수(VIX)는 S&P500 주가지수옵션의 가격을 이용하여 산출되며, 2004년 3월 26일에 이 변동성지수(VIX)를 기초자산으로 한 VIX선물이 CFE(CBOE Futures Exchange)에 도입되었다. 변동성지수(VIX)는 변동성 지수 산출시 근월물과 차근월물을 이용했다는 것과 만기를 30일로 고정하며, 변동성지수가 시장거래시간 동안 실시간으로 계산되어 공시되고 있다는 점에서 VXO와 공통점을 가진다. 하지만 변동성지수(VIX)는 다음과 같은 중요한 변화를 가진다.

첫째, 가장 중요한 변화는 계산방법의 변화이다. VXO는 ATM(at-the-money) 옵션의 내재변동성을 이용하여 총 8개의 내재변동성을 이용하여 산출하였으나 변동성지수(VIX)는 이용가능한 모든 옵션의 근월물, 차근월물 OTM(out-of-the-money) 옵션가격을 사용함으로써 지수 산출시 옵션의 이용범위가 넓어졌다. 또한 변동성지수(VIX)는 BSM 옵션가격결정모형

11) 이재하·정계련(2006) 및 Carr & Wu(2006) 참고

과 같은 특정 모형에 의존하여 산출되지 않는다.

둘째, VXO는 S&P100 지수가 기초자산이었으나 변동성지수(VIX)는 S&P500 지수가 기초자산이다. 기초자산수가 100에서 500으로 늘어남으로써 즉, 구성종목이 커짐으로 보다 정확한 주식시장의 벤치마크가 된다. 또한 OTC(over-the-counter)에서 변동성 매매는 대부분이 S&P500지수를 사용하기 때문에 응용범위가 넓어졌다.

변동성지수(VIX)는 30일 캘린더일을 기준으로 가장 인접한 2개의 만기를 가진 콜옵션과 풋옵션을 사용하여 계산하는데, 만약 잔존만기가 8일 미만일 경우, 근월물을 차근월물로, 차근월물을 차차근월물로 대체하여 구한다. 근월물과 차근월물에 대한 현시점에서의 잔존만기는 연단위로 다음과 같이 계산한다.

$$T = (M_{\text{Current day}} + M_{\text{Settlement day}} + M_{\text{Other days}}) / \text{Minute in a year},$$

여기서, $M_{\text{Current day}}$ 는 현시점에서 당일 자정까지 남아있는 시간(분), $M_{\text{Settlement day}}$ 는 결제일의 자정에서 결제시점까지 남아있는 시간(분), $M_{\text{Other days}}$ 는 현재일 이후에서 결제일까지 남아있는 시간(분) 등을 나타낸다.

변동성지수(VIX)의 계산과정은 다음과 같다. 첫째, 변동성지수(VIX)계산에 사용될 옵션들을 선택하고 선도지수수준(forward index level)을 결정한다. 기준행사가격 K^* 는 콜옵션가격과 풋옵션가격 차이의 절대값이 가장 작은 행사가격이다. 선도지수수준(forward index level)은 다음과 같이 계산된다.

$$F = K^* + \exp(RT) \times \text{Difference}, \quad (10)$$

여기서, F 는 선도지수수준(forward index level), Difference 는 콜옵션가격-풋옵션가격, R 은 만기까지의 무위험이자율, T 는 만기 등을 각각 나타낸다. 위의 식은 현물지수를 선물지수로 변환하여 풋-콜 패리티를 이용하면 쉽게 도출할 수 있다.

선도지수수준(F)의 바로 아래에 있는 행사가격을 등가격(at-the-money) 옵션의 행사가격(K_0)으로 결정하여 행사가격이 K_0 보다 크면 콜옵션을 선택하고, 반대로 행사가격이 K_0 보다 작으면 풋옵션을 선택한다. 이는 외가격(out-of-the-money)옵션을 이용하는 것인데, 외가격 옵션을 이용하는 이유는 옵션 거래량의 대부분을 차지하며, 또한 옵션의 가치가 증가함에 따라 내가격(in-the-money)으로 발전되기 때문이다. 옵션선택시 옵션매수호가 2개 연속 0이라면 그 이후의 옵션은 선택하지 않는다.

행사가격 K_0 에서의 콜옵션과 풋옵션의 매수-매도호가의 평균을 구한다. 즉, K_0 에서의 옵션의 가격은 풋과 콜의 평균이며, K_0 보다 높은 가격에서는 콜옵션을, K_0 보다 낮은 가격에서는 풋옵션을 선택하여 풋과 콜사이의 중간에 풋과 콜의 평균가격이 오게 된다.

둘째, 근월물과 차근월물의 변동성을 각각 다음과 같이 계산한다.

$$\sigma_1^2 = \frac{2}{T_1} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT_1} Q(K_i) - \frac{1}{T_1} \left[\frac{F_1}{K_0} - 1 \right]^2, \quad (11)$$

$$\sigma_2^2 = \frac{2}{T_2} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT_2} Q(K_i) - \frac{1}{T_2} \left[\frac{F_2}{K_0} - 1 \right]^2, \quad (12)$$

여기서, T 는 잔존만기, F 는 지수옵션가격으로부터 도출한 선도지수수준, K_i 는 i 번째 OTM 옵션의 행사가격($K_i > F$ 는 콜, $K_i < F$ 는 풋), ΔK_i 는 인접 행사가격사이 구간, $\Delta K_i = (K_{i+1} - K_{i-1})/2$, K_0 는 선도지수수준(F) 바로 아래의 첫 번째 행사가격, R 은 만기

까지의 무위험이자율, $Q(K_i)$ 는 행사가격 K_i 를 가진 각 옵션의 매수-매도 스프레드의 중간 가격 등을 나타낸다.

위의 변동성 계산시 옵션행사가격의 변동치를 옵션행사가격을 제공한 값으로 나누어 주며, 이것이 변동성지수(VIX)에 기여하는 정도가 된다. 이 기여도에 대한 각각의 옵션가격을 곱한 후 모두 합해준 다음 $2/T$ 를 곱해준다.

위와 같은 방법으로 근월물과 차근월물 각각에 해당하는 옵션들의 기여도를 고려하여 합해주면 각 월물에 대한 변동성이 되고 근월물의 변동성과 차근월물의 변동성을 잔존만기가 30일이 되게 고정시켜주면 아래와 같이 산출하게 된다.

$$\sigma = \sqrt{\left(T_1 \sigma_1^2 \left[\frac{N_{T_2} - N_{30}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] + T_2 \sigma_2^2 \left[\frac{N_{30} - N_{T_1}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] \right) \times \frac{N_{365}}{N_{30}}}, \quad (13)$$

여기서, N_{T_1} 는 근월물 옵션의 분단위 잔존만기, N_{T_2} 는 차근월물 옵션의 분단위 잔존만기, N_{30} 은 30일을 분단위로 환산한 값, N_{365} 는 365일을 분단위로 환산한 값 등을 나타낸다.

위에서 계산한 σ 값에 100을 곱하여 지수화하면 변동성지수(VIX)는 다음과 같이 계산된다.

$$VIX = \sigma \times 100. \quad (14)$$

변동성지수(VIX) 산출시 필요한 변수는 최근월물, 차근월물, 각각의 행사가격, 콜옵션 가격, 풋옵션 가격, 잔존만기이다. 변동성지수(VIX) 산출시 최근월물과 차근월물에 대한 적절한 평균값에 의하여 변동성지수가 계산되는데 본 논문에서는 최근월물 옵션의 잔존만기가 캘린더일 기준 8일 미만일 경우에는 최근월물을 차근월물로, 차근월물을 차차근월물로 대체하여 계산하였다. 이는 우리나라의 경우 옵션의 만기는 매월 둘째 목요일(만기일이 휴일일 경우에는 이전일이 만기일)이고 옵션 만기 주에서는 내재변동성의 값이 급격히 변화하기 때문이다. 또한 미국 CBOE에서의 계산법과 마찬가지로 그날의 모든 외가격(OTM) 옵션을 이용하였다. 변동성지수 산출에 이용된 자료는 한국증권선물거래소(KRX)에서 제공하는 일별 KOSPI200과 KOSPI200 옵션거래 자료이다.

2.4 환율변동성(Foreign exchange rate Volatility)

국내 자본시장의 개방화와 함께, 포트폴리오 투자목적의 국내외 자본의 유출입이 증가하여 왔다. 해외투자 시에 반드시 고려하게 되는 것 중의 하나가 투자대상국의 환율일 것이다. 해외투자자의 경우, 수익률을 국내통화 표시 수익률로 환산하기 때문에, 해외투자 시에는 항상 환율위험에 노출되게 된다. 환율변동성은 22일 동안의 수익률 상승의 평균으로 계산하고 그 방법은 주가수익률의 과거변동성의 산출방법과 동일하다. 환율변동성은 한국은행 경제통계시스템에서 제공하는 2002년 11월 27일부터 2006년 12월 28일까지의 일별 원-달러 환율 증가 자료를 이용하여 산출하였다.¹²⁾

2.5 미국 주가지수 변동성(S&P100)

12) 증권거래소는 연말 장을 조금 빨리 마감하기 때문에 외환시장과 개장일이 일치하지 않는다. 따라서 개장일을 일치시키기 위해 증권거래소 개장일이 아닌 2003년 12월 31일, 2004년 12월 31일, 2005년 12월 30일의 환율 자료는 제거하여 개장일을 일치시켰다.

미국시장의 경제상황은 전 세계, 특히 아시아 국가의 증시에 많은 영향을 미친다. 오늘날 아시아 국가들의 증시는 미국 증시와 유사한 움직임을 보인다. 물론 특정 국가의 증시가 국가고유의 요인으로 인해 미국증시와 다른 양상을 보일 수 있지만, 대부분의 경우 미국의 주가지수 변동성이 한국의 주가지수 변동성에 영향을 미칠 것으로 기대된다. 따라서 본 논문에서는 미국 S&P100지수의 변동성을 산출한 후 S&P100 변동성의 우리나라 실현변동성에 대한 예측력을 비교분석한다. 환율변동성과 동일한 방법으로 산출한다.

미국 주가지수 변동성은 야후 파이낸스에서 제공하는 2002년 11월 26일부터 2006년 12월 28까지의 S&P100 일별 종가 자료를 이용하여 산출하였다.¹³⁾ 외환시장과 마찬가지로 미국 증권시장도 우리나라 증권시장의 개장일과 일치하지 않는다. 따라서 개장일을 일치시키기 위해 미국에만 있는 개장일은 제거한다. 그리고 우리나라에만 있고 미국에는 없는 개장일은 전·후 거래일의 평균값으로 대체하였다. 하지만 평균값 대체에 있어 제거된 거래일의 자료가 삭제되어 최근 정보가 소멸될 가능성이 있다는 것이 본 연구의 한계점이라 할 수 있다. 날짜를 기준으로, 우리나라 거래소가 폐장한 후 미국 시장이 개장하기 때문에 동일 날짜의 변동성보다 전일의 미국 주가지수 변동성의 예측력이 더 클 것으로 기대된다. 따라서 본 논문에서는 S&P100 변동성의 1거래일 래그된(lagged) 변동성을 사용하였다.

2.6 금리변동성

환율뿐만 아니라 금리의 변동은 자본흐름의 주요 원인중의 하나이고, 따라서 이러한 국내 금리의 불확실성이 국내 주가지수 변동성에 영향을 미칠 것으로 기대된다. 국내 금리변동성의 계산방법은 다음과 같다:

$$IRV_t = \sqrt{250} \frac{1}{\tau} \sum_{i=0}^{\tau-1} (\Delta r_{t-i})^2, \quad (15)$$

여기서, $\Delta r_t = r_t - r_{t-1}$ 로서 3년만기 국고채 유통수익률의 전일대비 금리차이다. 금리변동성에 대한 예측력을 분석하기 위해 한국은행 경제통계시스템에서 제공하는 3년 만기 국고채 유통수익률의 2002년 11월 27일부터 2006년 12월 28일까지의 일별 자료를 이용하였다.

3. 실증분석

3.1 자료

본 논문의 목적은 과거변동성, BSM 내재변동성, 변동성지수 중 어느 변동성이 미래 실현변동성의 예측에 있어 더 우수한 추정치인지 분석하고자 하는 것이다. 그리고 미래 변동성 예측에 있어서 추가적인 정보로서 국내 금리변동성, 해외정보의 대용변수로서 미국의 주가지수 변동성과 환율변동성 등을 고려하여, 실현변동성에 대한 예측력 향상에 도움이 되는 지 비교분석하고자 한다.

13) <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=%5EOEX&a=00&b=3&c=2003&d=00&e=31&f=2006&g=d>

본 논문에서 각 변동성 산출을 위해 사용한 자료의 전체 기간은 2002년 11월 27일부터 2007년 1월 31일까지이다. 실현변동성 산출을 위해 1분 단위 주가지수(KOSPI200) 자료와, 일별 주가지수(KOSPI200) 증가 자료를 사용하였고 과거변동성 산출에는 일별 주가지수(KOSPI200) 증가 자료를 사용하였다. BSM 내재변동성과 변동성지수 산출을 위해 KOSPI200 옵션의 일별 증가 자료를 사용하였다. 이들 자료는 한국증권선물거래소(KRX)에서 구하였다. 본 연구에서의 분석기간은 2003년 1월 3일부터 2006년 12월 28일까지인데, 이는 앞서 언급하였듯이 2003년 이전에는 변동성지수 산출이 어려우므로 분석하고자 하는 변동성들의 기간을 맞추기 위해 2003년 1월 3일 이후로 하였다.

3.2 각 변동성의 기초통계 및 단위근 검정

3.2.1 기초통계량

본 논문에서 사용된 각 변동성들에 대한 기초통계량분석을 통해 각 시계열의 개괄적인 특성을 살펴보고자 한다. 본 논문의 분석기간인 2003년 1월 3일부터 2006년 12월 28일까지의 각 변동성의 기초통계량은 <표 1>과 같다. 각 국내 변동성 변수들의 평균을 살펴보면 대체로 실현변동성이 더 큰 값을 보이게 된다. 실현변동성 중 5분 단위 수익률 자승 합으로 계산된 실현변동성(RV2)이 더 높은 평균값을 갖는다. 실현변동성을 제외한 나머지 변동성들의 평균값은 과거변동성, 변동성지수, 풋옵션의 내재변동성, 콜옵션의 내재변동성 순으로 나타났다. 또한 실현변동성의 표준편차가 가장 큰 값을 보였고, RV2의 표준편차가 45.67로 가장 컸고, 콜옵션 내재변동성의 표준편차가 5.91로 가장 작은 것으로 나타났다.

각 변동성들이 정규분포하는지를 알아보기 위해 왜도(skewness)와 첨도(kurtosis)를 살펴보면, 모두 정규분포가 아닌 오른쪽으로 기울어진(right skewed) 형태라는 것을 알 수 있다. 콜옵션의 내재변동성이 그 중 가장 정규분포에 가까운 모습을 나타낸다.

<표 1> 각 변동성의 기초통계량

통계량	RV1	RV2	HV	CBSIV	PBSIV	VIX	USV	FXV	IRV
평균	30.310	48.196	31.546	22.211	23.832	25.457	9.9427	2.1422	4.0840
중앙값	24.059	35.222	24.574	21.416	22.783	22.419	6.8509	1.8467	2.8389
최대값	148.34	528.36	148.34	44.623	53.209	111.88	52.115	6.1294	24.960
최소값	4.7530	4.0890	4.7530	7.5238	0.000	8.7676	2.0228	0.4046	0.4456
표준편차	23.272	45.670	23.860	5.9119	8.0780	11.589	8.7371	1.1723	4.0701
왜도	2.1820	3.5479	1.9809	0.7898	0.4533	3.4519	2.3555	1.0058	2.9410
첨도	8.5456	24.756	7.4819	3.6580	4.1262	18.562	8.7836	3.8282	14.261
관측수	991	991	991	991	991	991	991	991	991

주: RV1: 일별 자료를 이용한 수익률 자승 평균의 실현변동성, RV2: 5분 단위 수익률 자승의 합을 이용한 실현변동성, HV: 과거변동성, CBSIV: 콜옵션의 내재변동성, PBSIV: 풋옵션의 내재변동성, VIX : 변동성 지수, USV: 미국 주가지수 변동성, FXV: 원-달러 환율변동성; IRV: 국내 금리변동성

<그림 1>의 관측수 300에서 400사이의 변동성이 매우 큼을 볼 수 있는데, 이는 2004년 4-6월에 해당하는 기간으로 ‘차이나 쇼크’에 의해 주가가 급락했던 시기이다.

3.2.2 단위근 검정(Unit Root Test)

회귀분석에 있어서 비정상 시계열 자료를 사용할 경우 아무런 관련 없는 변수들간에 매우 유의한 것처럼 보이는 허구적 회귀(spurious regression)의 결과를 얻을 수 있다. 따라서 정확한 회귀분석을 위해서는 각 시계열 변수들이 정상성(stationary)을 판단해야 하는데 이를 위해 각 변동성 시계열들의 단위근 검정(unit root test)을 실시한다. 단위근 검정 방법으로는 ADF(augmented Dickey-Fuller) 검정을 사용하였으며 결과는 다음과 같다.

<표 2> 단위근 검정

	RV1	RV2	HV	CBSIV	PBSIV
ADF	-4.795449	-5.853312	-4.985508	-3.315967	-2.781427
통계량	***	***	***	**	*
p-value	0.0001	0.0000	0.0000	0.0145	0.0613
	VIX	USV	FXV	IRV	
ADF	-4.805890	-3.539615	-3.954837	-3.795288	
통계량	***	***	***	***	
p-value	0.0001	0.0072	0.0017	0.0031	

주) p-value는 MacKinnon(1996) 단측검정(one-sided) p-value를 나타냄

주) *** : 1% 유의수준, ** : 5% 유의수준, * : 10% 유의수준.

ADF 단위근 검정결과 ‘단위근이 존재한다’는 귀무가설에 대해 실현변동성, 과거변동성, 변동성지수, 미국 주가지수 변동성, 환율변동성, 금리변동성 모두 1% 유의수준 하에서 강하게 기각하였다. 콜옵션의 내재변동성과 풋옵션의 내재변동성은 각각 5%, 10% 유의수준 하에서 귀무가설을 기각하였다. 따라서 이들 변동성 시계열은 모두 정상시계열임을 알 수 있다.

3.3 회귀분석

본 절에서는 과거변동성, BSM 내재변동성, 변동성지수와 같은 국내 변동성 변수들의 실현변동성에 대한 예측력과 미국 주가지수(S&P100) 변동성, 환율변동성과 같은 해외 정보와 국내 금리 변동성의 실현변동성에 대한 예측력 및 정보력을 단변량, 다변량 회귀분석을 통해 비교분석한다.

실현변동성에 대한 예측력 분석방법은 세 가지로 요약될 수 있다. 첫째, 회귀식의 결정계수값(R^2)을 분석한다. 둘째, 실현변동성을 예측하는 독립변수의 통계적 유의성을 분석한다. 셋째, 각 변동성들간의 회귀모형에 대한 RMSE(root mean square error)값을 비교하여 결정계수값에 대해 보다 강건한(robust) 결과를 얻을 수 있다. 위와 같은 방법으로 분석한 결과의 상관계수가 양(+)-수여야 하며 그 값이 통계적 유의성을 가져야 한다. 그리고 두 조건을 만족할 경우 상대적으로 높은 결정계수(R^2)와 작은 RMSE값을 가질 때 실현변동성에 대한 우수한 예측력을 가진 변동성으로 판단한다.¹⁴⁾

회귀분석에 앞서 각 변동성들간의 상관관계분석을 실시하여 전반적인 관계를 알아보고자 한다. 각 변동성들의 상관관계분석 결과는 다음과 같다.

<표 3> 각 변동성들간의 상관관계

	RV1	RV2	HV	CBSIV	PBSIV	VIX	USV	FXV	IRV
RV1	1.0000	0.4713	0.5378	0.5056	0.5290	0.4230	0.5238	0.2931	0.3029
RV2	0.4713	1.0000	0.6187	0.5886	0.5856	0.4467	0.4619	0.2883	0.2049
HV	0.5378	0.6187	1.0000	0.7916	0.7734	0.6594	0.5692	0.3156	0.1391
CBSIV	0.5056	0.5886	0.7916	1.0000	0.7722	0.6361	0.6694	0.2831	0.2080
PBSIV	0.5290	0.5856	0.7734	0.7722	1.0000	0.6933	0.6430	0.2883	0.1376
VIX	0.4230	0.4467	0.6594	0.6361	0.6933	1.0000	0.5129	0.2191	0.0523
USV	0.5238	0.4619	0.5692	0.6694	0.6430	0.5129	1.0000	0.2567	0.3911
FXV	0.2931	0.2883	0.3156	0.2831	0.2883	0.2191	0.2567	1.0000	0.0961
IRV	0.3029	0.2049	0.1391	0.2080	0.1376	0.0523	0.3911	0.0961	1.0000

먼저 상관관계 분석에서 실현변동성 RV1과 RV2 간의 상관관계가 0.47정도로 상대적으로 낮다는 것이다. 각각의 실현변동성과 다른 변동성간의 상관관계를 살펴보면, 실현변동성 1(RV1)과의 상관관계에서 과거변동성(HV), 풋옵션의 내재변동성(PBSIV), 미국 주가지수 변동성(USV), 콜옵션의 내재변동성(CBSIV), 변동성지수(VIX), 환율변동성(FXV)의 순으로 상관관계가 높은 것으로 나타났다. 실현변동성2(RV2)와의 상관관계에서는 과거변동성(HV), 콜옵션의 내재변동성(CBSIV), 풋옵션의 내재변동성(PBSIV), 미국 주가지수(S&P100) 변동성(USV), 변동성지수(VIX), 환율변동성(FXV)의 순으로 상관관계가 높은 것으로 나타났다. 모두 과거변동성이 실현변동성과 상관관계가 높은 것으로 나타났고, 환율변동성이 실현변동

14) 이재하·정계련(2006), pp.131 참조.

성과 상관관계가 낮은 것으로 나타났다.

3.3.1 단변량 분석

각 변동성들의 실현변동성에 대한 예측력을 검증해 보기 위해 다음과 같은 회귀모형 식 (16)과 식 (17)를 이용한다.

$$RV1_t = a_0 + a_1 V_{i,t} + e_t \quad (16)$$

$$RV2_t = a_0 + a_1 V_{i,t} + e_t \quad (17)$$

여기서, $RV1_t$ 과 $RV2_t$ 는 각각 일별 자료를 이용한 수익률 자승의 평균의 실현변동성과 5분 단위 수익률 자승의 합의 실현변동성을 의미하고, $V_{i,t}$ 는 단변량으로서 과거변동성, BSM 내재변동성, 변동성지수, 미국 주가지수 변동성, 환율변동성, 금리변동성을 각각 의미하며, $e_t \sim N(0, \sigma^2)$ 이다. 만약 각 개별 변동성 변수들이 미래 변동성에 대한 정보를 포함하고 있다면 $a_1 \neq 0$ 여야 하고, 각 개별 변동성 변수들이 실현변동성의 불편추정치(unbiased estimator)라면 $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ 이어야 한다.

2003년 1월 3일부터 2006년 12월 28일까지 전체 기간의 회귀분석 결과는 <표 4>와 같다. 단변량 회귀분석 결과 과거변동성, 콜옵션의 내재변동성, 풋옵션의 내재변동성, 변동성지수의 회귀계수(a_1)들이 모두 1% 유의수준에서 의미가 있는 것으로 나타났다. 따라서 이들 변동성이 미래 실현변동성에 대한 정보를 포함하고 있다고 할 수 있다. 하지만 1% 유의수준에서 a_0 가 유의하게 0이 아니고 a_1 이 1이 아니므로 이들 변동성은 실현변동성에 대한 불편 추정치가 아니라 편의된 추정치임을 알 수 있다.

<표 4> 실현변동성1(RV1)에 대한 각 변동성의 단변량 예측력 검증

	a_0	a_1	Adj. R^2	RMSE
HV	13.76207*** (13.30982)	0.524581*** (20.06316)	0.288553	19.62899
CBSIV	-13.89397*** (-5.597606)	1.990182*** (18.42850)	0.254860	20.08842
PBSIV	-6.006089*** (-3.070345)	1.523862*** (19.60167)	0.279070	19.75938
VIX	8.684905*** (5.366787)	0.849487*** (14.68155)	0.178115	21.09756
USV	16.43753*** (17.21727)	1.395280*** (19.33986)	0.273677	19.83315
FXV	17.84615*** (12.11085)	5.818369*** (9.641212)	0.084988	22.26077
IRV	23.23683*** (23.26479)	1.730003*** (9.9960)	0.090842	22.18944

주) 괄호안의 값은 t-값을 나타낸다.

주) *** : 1% 유의수준, ** : 5% 유의수준, * : 10% 유의수준.

실현변동성에 대한 예측력 분석결과 국내 변동성 변수 중에는 과거변동성(HV)에서의 수정된 결정계수가 0.288553으로 가장 높았고 설명식에서의 오차에 대한 분석결과 19.62899로 가장 낮은 오차를 보였다. 두 번째로 높은 예측력을 보인 것은 풋옵션의 내재변동성으로 0.279070의 수정된 결정계수와 19.75938의 RMSE값을 보였다. 세 번째는 콜옵션의 내재변동성으로 0.25486의 수정된 결정계수와 20.08842의 RMSE값을 보였다. 네 번째는 변동성지수로 0.178115의 수정된 결정계수와 21.09756의 RMSE값을 나타냈다. 결론적으로 과거변동성, 풋옵션의 내재변동성, 콜옵션의 내재변동성, 변동성지수의 순으로 설명력이 있는 것으로 나타났다.

추가적인 정보로서, 국내 금리변동성 및 해외정보변수의 실현변동성(RV1)에 대한 회귀분석 결과, 미국 주가지수(S&P100) 변동성, 환율변동성, 금리변동성의 모든 회귀계수가 1% 유의수준에서 유의한 값을 가진다. 따라서 국내 금리변동성 및 해외정보변수는 우리나라 실현변동성에 대한 정보를 포함하고 있다는 것을 알 수 있다. 또한 국내 변동성 변수들과 마찬가지로 해외 정보 변수 및 금리변동성도 미래 실현변동성에 대한 불편추정치가 아닌 편의된(biased) 추정치임을 알 수 있다. 이들 변수 중 실현변동성에 대해 가장 우수한 예측력은 가지는 것은 0.273577의 수정된 결정계수와 19.83315의 RMSE를 나타내는 미국 주가지수 변동성(USV)이다. 그 다음으로 금리변동성, 환율변동성의 순으로 예측력의 우수성을 나타낸다. 특히 S&P100지수 변동성의 국내 주식시장의 실현변동성에 대한 설명력이 역사적 변동성이나 내재변동성만큼 높은 것은 자본시장 자유화로 인해 미국의 주식시장의 국내 주식시장에 대한 영향력이 증가한 데에 기인한 것으로 사료된다.

전체적으로 봤을 때 과거변동성, 풋옵션 내재변동성, 미국 주가지수 변동성, 콜옵션 내재변동성, 변동성지수, 금리변동성, 환율변동성 순으로 예측력의 우수성을 보인다.

5분 단위 수익률 자승의 합인 실현변동성2(RV2)를 종속변수로 사용했을 경우의 추정결과를 <표 5>에 나타나 있다. 일별 자료를 사용한 수익률 자승 평균의 실현변동성1(RV1)을 종속변수로 사용했을 때의 결과와 같이 과거변동성의 예측력이 가장 우수한 것으로 나타난다. 실현변동성2의 경우, 실현변동성1에 비해서 과거변동성이나 내재변동성의 예측력이 S&P100 변동성보다 예측력이 상대적으로 높다.

본 연구에서는 이재하·정제련(2006)의 변동성지수(VIX)의 예측력이 가장 우수하고 과거변동성의 예측력이 없다는 보고와 상반된 결과가 나타났다. 상이한 결과가 나온 이유를 다음과 같이 예상해 볼 수 있다. 첫째, 실현변동성 및 과거변동성의 계산방법의 차이에서 상반된 결과를 나타낼 수 있다. 이재하·정제련(2006)에서는 수익률의 표본 표준편차로 계산되었으나, 본 연구에서는 일별수익률의 제곱의 표본 평균과 5분단위의 고빈도자료로 계산했다. 둘째, 변동성지수(VIX)산출시 이재하·정제련(2006)의 연구에서는 모든 외가격 옵션을 이용하는 미국 변동성지수(VIX)의 산출방법과 달리 사용옵션의 수를 조정하였고, 본 연구에서는 모든 외가격 옵션을 사용하였다.

<표 5> 실현변동성2(RV2)에 대한 각 변동성의
단변량 예측력 검증

	a_0	a_1	Adj. R^2	RMSE
HV	10.93909*** (5.732030)	1.184205*** (24.76516)	0.382143	35.89804
CBSIV	-52.79279*** (-11.56642)	4.546738*** (22.89526)	0.345754	36.94003
PBSIV	-30.70285*** (-8.373128)	3.310635*** (22.71813)	0.342242	37.03904
VIX	3.378741 (1.077522)	1.760493*** (15.70258)	0.198751	40.87996
USV	24.19020*** (12.40001)	2.414392*** (16.37776)	0.212555	40.52629
FXV	24.13260*** (8.332543)	11.23282*** (9.470268)	0.082217	43.75189
IRV	38.80765*** (19.27748)	2.298744*** (6.582316)	0.041001	44.72350

주) 괄호안의 값은 t-값을 나타낸다.

주) *** : 1% 유의수준, ** : 5% 유의수준, * : 10% 유의수준.

3.3.2 다변량 분석

국내 변동성 변수들의 다중회귀분석을 통하여 실현변동성에 대한 예측력을 직접적으로 비교해 보고자 한다. 다중회귀분석을 위한 회귀모형은 다음과 같다.

$$RV1_t = a_0 + a_1 HV_t + a_2 CBSIV_t + a_3 VIX_t + e_t, \quad (18)$$

$$RV2_t = a_0 + a_1 HV_t + a_2 CBSIV_t + a_3 VIX_t + e_t. \quad (19)$$

BSM 내재변동성 중 콜옵션의 내재변동성만을 회귀모형에 포함한 것은 콜옵션 내재변동성과 풋옵션의 내재변동성이 예측력의 차이가 거의 없고, 풋옵션 내재변동성 시계열은 10% 유의수준에서 단위근을 가지지 않지만, 콜옵션의 내재변동성 시계열은 5% 유의수준에서 단위근을 가지지 않을 뿐만 아니라 표준편차에 있어서도 콜옵션 내재변동성이 더 낮은 값을 갖기 때문이다.

국내 변동성 변수들의 실현변동성에 대한 다중회귀분석 결과는 <표 6>과 같다. 국내 변동성 변수들의 다중회귀분석 결과 0.31의 결정계수와 19.36의 RMSE값을 가짐으로 과거변동성의 단변량 예측력에 비해 예측력이 향상되었음을 알 수 있다. 실현변동성2(RV2)를 종속변수를 사용한 식 (19)의 회귀모형에서도 단변량 예측력에 비해 예측력이 향상되었음을 알 수 있다. 단, 식 (19)의 회귀모형의 경우 변동성지수의 회귀계수가 유의하지 않게 나타났다.

<표 6> 실현변동성에 대한 국내 변동성 변수들의
다변량 예측력 검증

	a_0	a_1	a_2	a_3	Adj. R^2	RMSE
(18)	-0.680344 (-0.231102)	0.325757 *** (7.284117)	0.741769 *** (4.217915)	0.16651 ** (2.283681)	0.307882	19.3605
(19)	-22.28692 *** (-4.168520)	0.770285 *** (9.483993)	2.006360 *** (6.281953)	0.063627 (0.480497)	0.407257	35.1609

주) 괄호안의 값은 t-값을 나타낸다.

주) *** : 1% 유의수준, ** : 5% 유의수준, * : 10% 유의수준.

주) (18), (19)는 식 (18), 식 (19)의 회귀식을 의미함.

해외 정보의 다중회귀분석에 사용하는 회귀모형은 다음과 같다.

$$RV1_t = a_0 + a_1 USV_t + a_2 FXV_t + e_t \quad (20)$$

$$RV2_t = a_0 + a_1 USV_t + a_2 FXV_t + e_t \quad (21)$$

해외 정보 변수의 다중회귀분석 결과는 <표 7>과 같다. 해외 정보 변수의 다중회귀분석 결과, 일별 자료의 수익률 자승 평균을 사용한 실현변동성(RV1)의 경우는 미국 주가지수 변동성과 환율 변동성 모두 1% 유의수준에서 유의한 값을 가진다. 또한 수정된 결정계수가 0.32로 매우 높은 값을 가지며 RMSE도 19.15로 낮은 값을 보임으로 예측력이 매우 우수하게 나타났다. 하지만 5분 단위 수익률 자승의 합으로 계산한 실현변동성2(RV2)를 종속변수로 사용한 경우, 미국 주가지수 변동성은 1% 유의수준에서 유의한 값을 가지지만 환율 변동성의 경우 그 회귀계수가 유의하지 않게 나타났다.

실현변동성1의 경우, 과거변동성, 내재변동성, 변동성지수 등을 설명변수로 사용한 경우 (결정계수=0.31, RMSE=19.36)와 미국주가지수와 환율변동성을 사용한 경우(결정계수=0.32, RMSE=19.15)를 비교해보면, 오히려 해외정보가 더 높은 예측력을 가지는 것으로 나타나고 있다. 이는 국내 주식시장의 변동성이 미국주식시장의 변동성에 의해서 크게 영향을 받고 있음을 의미하는 것이다. 실현변동성2의 경우, 해외정보(결정계수=0.15, RMSE=42.17)보다는 과거변동성, 내재변동성, 변동성지수 등(결정계수=0.41, RMSE=35.16)이 상대적으로 예측력이 높음을 알 수 있다.

<표 7> 실현변동성에 대한 해외 정보 변수들의
다변량 예측력 검증

	a_0	a_1	a_2	Adj. R^2	RMSE
(20)	9.302664 *** (7.067908)	1.399687 *** (17.69544)	3.792936 *** (7.016431)	0.323097	19.1465
(21)	26.20088 *** (9.038844)	2.147786 *** (12.3292)	0.989549 (0.831173)	0.14749	42.1674

주) 괄호안의 값은 t-값을 나타낸다.

주) *** : 1% 유의수준, ** : 5% 유의수준, * : 10% 유의수준.

주) (20), (21)는 각각 식 (20), 식 (21)의 회귀식을 의미함.

<표 8>은 국내변동성, 해외정보, 그리고 국내 금리변동성의 모든 변수를 독립변수로 하여 다중회귀분석을 한 결과이다. 회귀식은 다음과 같다.

$$RV1_t = a_0 + a_1 HV_t + a_2 CBISV_t + a_3 VIX_t + a_4 USV_t + a_5 FXV_t + a_6 IRV_t + e_t \quad (22)$$

$$RV2_t = a_0 + a_1 HV_t + a_2 CBISV_t + a_3 VIX_t + a_4 USV_t + a_5 FXV_t + a_6 IRV_t + e_t \quad (23)$$

실현변동성1(RV1)이 종속변수인 경우, 모든 변수를 독립변수에 포함한 회귀분석 결과 옵션의 내재변동성을 제외한 모든 회귀계수가 유의한 양(+)의 값을 가진다. 또한 이 회귀모형의 수정된 결정계수가 0.39, RMSE가 18.20로 국내변동성 변수만을 포함한 (18)의 회귀모형보다 더 우수한 예측력을 가지는 것으로 나타났다. 실현변동성2(RV2)를 종속변수로 사용했을 때도 예측력 향상의 측면에서 동일한 결과를 나타내었다. 변동성지수(VIX)와 S&P100 변동성이 통계적으로 유의하지 않는 것으로 나타났다. 이는 실현변동성2는 주로 과거변동성과 내재변동성에 의해서 대부분 설명되고(식19의 결정계수=0.41), 추가적으로 환율변동성과 국내 금리변동성에 의해서 추가적으로 설명된다(식23의 결정계수=0.42)는 것을 의미한다.

<표 8> 국내 변동성, 해외 정보, 그리고 금리변동성 모든 변수의 다변량 예측력 검증

	(22)	(23)
a_0	2.151945 (0.696771)	-25.02338*** (-4.249706)
a_1	0.291721*** (6.859842)	0.727585*** (8.973975)
a_2	0.048611 (0.269104)	1.566672*** (4.548998)
a_3	0.150036** (2.144255)	0.082657 (0.619602)
a_4	0.577731*** (5.935868)	0.231057 (1.245177)
a_5	2.140259*** (4.095269)	3.390349*** (3.402630)
a_6	0.912713*** (5.803931)	0.931623*** (3.107294)
Adj. R^2	0.388588	0.422934
RMSE	18.1967	34.6928

주) 괄호안의 값은 t-값을 나타낸다.

주) *** : 1% 유의수준, ** : 5% 유의수준, * : 10% 유의수준

주) (22)은 식 (22)의 회귀식을 의미함.

4. 요약 및 결론

본 논문은 2003년 1월 3일부터 2006년 12월 28일까지 기간 동안의 국내 변동성 변수로서

과거변동성, BSM 내재변동성, 그리고 변동성지수를 각각 산출하고, 해외 정보 변수로서 미국 주가지수 변동성, 환율변동성, 금리변동성을 각각 산출하여 이들 변동성의 실현변동성에 대한 예측력에 대하여 분석하였다. 실현변동성은 22일간 수익률 자승의 평균을 이용한 것(RV1)과 5분 단위 수익률 자승의 합을 이용한 것(RV2) 등 모두 두 가지 방법으로 산출하여 예측력에 대해 보다 강건한(robust)결과를 도출하였다.

국내 변동성 변수와 해외 정보 변수의 단변량 분석을 통해 어떤 변동성이 실현변동성을 가장 잘 설명하는지 분석하였고, 다변량 분석을 통해 해외 정보가 국내 변동성의 실현변동성 예측력을 향상시키는지에 대해 비교 분석하였다. 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 일별 자료를 이용한 수익률 자승 평균의 실현변동성1(RV1)에 대한 국내 변동성 변수들의 단변량 예측력 검정 결과 과거변동성이 가장 우수한 예측력을 나타냈고, 그 다음 풋옵션 내재변동성, 콜옵션 내재변동성, 변동성지수의 순으로 나타났다. 둘째, 5분 단위 수익률 자승의 합인 실현변동성2(RV2)에 대한 국내 변동성 변수들의 단변량 예측력 검정 결과 역시 과거변동성이 가장 우수한 예측력을 나타냈다. 나머지도 실현변동성1(RV1)의 결과와 유사하나, 콜옵션과 풋옵션의 내재변동성 예측력 순위만 바뀌었다. 셋째, 해외 정보 변수인 미국 주가지수 변동성과 환율변동성 및 금리변동성 변수의 실현변동성1(RV1)에 대한 회귀 분석결과 1% 유의수준에서 모두 유의한 회귀계수를 가짐으로 해외 정보 변수 및 금리변동성 변수가 우리나라 실현변동성에 대한 정보를 포함하고 있음을 보여 주었다. 또한 예측력에 있어서는 미국 주가지수 변동성이 이들 변수 중 가장 예측력이 우수한 것으로 나타났다. 실현변동성2(RV2)를 종속변수로 사용하였을 경우에도 동일한 결과를 보여주고 있다. 넷째, 국내 변동성 변수인 과거변동성, 콜옵션 내재변동성, 그리고 변동성지수에 해외 정보 변수인 미국 주가지수 변동성, 환율변동성, 금리변동성을 추가한 경우 국내 변동성 변수의 실현변동성에 대한 예측력이 증가한다는 것을 알 수 있다.

실현변동성1의 경우, 과거변동성, 내재변동성, 변동성지수 등을 설명변수로 사용한 경우(결정계수=0.31, RMSE=19.36)와 미국주가지수와 환율변동성을 사용한 경우(결정계수=0.32, RMSE=19.15)를 비교해보면, 오히려 해외정보가 더 높은 예측력을 가지는 것으로 나타나고 있다. 이는 국내 주식시장의 변동성이 미국주식시장의 변동성에 의해서 크게 영향을 받고 있음을 의미하는 것이다. 실현변동성2의 경우, 해외정보(결정계수=0.15, RMSE=42.17)보다는 과거변동성, 내재변동성, 변동성지수 등(결정계수=0.41, RMSE=35.16)이 상대적으로 예측력이 높음을 알 수 있다.

결론적으로 2003년 1월 3일부터 2006년 12월 28일까지 분석기간 동안 과거변동성, BSM 내재변동성, 그리고 변동성지수 중 과거변동성의 실현변동성에 대한 예측력이 가장 뛰어났고, 국내 금리변동성과 미국 주가지수 변동성과 환율변동성도 우리나라 실현변동성에 관한 정보를 포함하고 있으며, 이러한 변수들을 추가할 경우, 실현변동성에 대한 예측력을 향상시킬 수 있는 것으로 나타났다.

본 논문에서는 몇 가지 한계점이 존재한다. 첫째, 옵션 마감시간이 오후 3시 15분에 마감하지만 주식시장은 오후 3시에 마감하기 때문에 이러한 마감시간의 차이에 의한 오차가 발생할 수 있다는 것이다. 둘째, 미국과 우리나라, 또는 주식시장과 다른 시장의 거래일자를 맞추기 위해 삽입 및 삭제하는 과정에서 오차가 발생할 수 있다는 것이다.

하지만 이러한 한계점에도 불구하고 일별 자료를 이용한 실현변동성 뿐만 아니라 5분 단

위 자료를 이용한 실현변동성에 대한 예측력을 검증함으로써 분석결과 해석의 정당성을 향상시켜주고 우리나라 실현변동성 예측을 위해 국내 변동성 변수뿐만 아니라, 해외 정보 및 금리변동성을 반영하였다는데 이 논문의 의의가 있다고 하겠다.

향후 이러한 오차의 문제를 해결하고, 거래량 및 미결제약정수량 정보와 미국 선물·옵션의 내재변동성을 반영한다면 실현변동성에 대한 예측력을 더욱 향상시킬 수 있을 것으로 기대된다.

<참 고 문 헌>

- 김명직, “주식시장의 변동성 예측 : KOSPI 변동성지수(KoVIX)의 도입가능성을 중심으로”, 증권학회(1999), pp. 229-264.
- 이재하·정제련, “KOSPI200 옵션시장에서의 변동성지수 산출 및 분석”, 증권학회지, 제 35권 2호(2006), pp. 109-138.
- 이재하·권상수, “KOSPI200 옵션 내재변동성의 예측력”, 선물연구(2001), pp. 25-50.
- 장국현, “한국 옵션시장의 변동성 예측과 예측성과 비교에 관한 연구”, 선물연구(2001), pp. 51-79.
- 정제련, “KOSPI200 옵션을 이용한 변동성지수 산출 및 응용”, 박사논문, 성균관대학교 원(2006)
- Andersen, T. G., and Bollerslev, T., “Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models Do Provide Accurate Forecasts”, *International Economic Review*, 39(1998), pp. 885-905.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., and Lange, S., “Forecasting Financial Market Volatility: Sample Frequency vis-a-vis Forecast Horizon”, *Journal of Empirical Finance*, 6(1999), pp. 457-477.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X., and Labys, P., “Modeling and Forecasting Realized Volatility”, *Econometrica*, 71(2003), pp. 579-625.
- Areal, N. M. P. C., and Taylor, S. J., “The Realized Volatility of FTSE-100 Futures Prices”, *The Journal of Future Markets*, 22(2002), pp. 627-648.
- Barucci, E., and Reno, R., “On Measuring Volatility of Diffusion Processes with High Frequency Data”, *Economics letters*, 74(2002), pp. 371-378.
- Beckers, S., “Standard Deviations Implied in Option Prices as Predictors of Future Stock Price Variability”, *Journal of Banking and Finance*, 5(1981), pp. 363-381.
- Black, F., and M. Scholes, “The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy*, 81(1973).
- Bollerslev, T., “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, 31(1986), pp. 307-327.
- Bollerlev, T., and Mikkelsen, H. O., “Long-term Equity Anticipation Securities and Stock Market Volatility Dynamics”, *Journal of Econometrics*, 92(1999), pp. 75-79.
- Canina, L., and Figlewski, S., “The Informational Content of Implied Volatility”, *The Review of Financial Studies*, 6(1993), pp. 659-681.
- Carr, P., and Wu, L., “A Tale of Two Indices”, *Journal of Derivatives*, 13(2006), pp.

13-29.

- Christensen, B.R., and Prabhala, N.R., "The Relation between Implied and Realized Volatility", *Journal of Financial Economics*, 50(1998), pp. 125-150.
- Corrado, C., and Miller, T., "The Forecast Quality of CBOE Implied Volatility Indexes", *Journal of Futures Markets*, 25(2005), pp. 339-373.
- Corsi, F., Zumbach, G., Müller, U., and Dacorogna, M. M., "Consistent High-precision Volatility from High-frequency Data", *Economic Notes*, 30(2001), pp. 183-204.
- Cox, C., S. Ross, and M. Rubinstein, "Option Pricing: A Simplified Approach," *Journal of Financial Economics*, 7(1979), pp. 229-264.
- Day, T., and Lewis, C., "Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options", *Journal of Econometrics*, 52(1992), pp. 267-287.
- Demeterfi, L., Derman, E., Karal, M., and Zou, J., "More than You Ever Wanted to Know about Volatility Swaps", Quantitative strategy research notes, Goldman Sachs(1999), pp. 1-50
- Engle, R.F., "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation", *Econometrica*, 50(1982), pp. 987-1008.
- Fleming, J., "The Quality of Market Volatility Forecasts Implied by S&P100 Index Option Prices", *Journal of Empirical Finance*, 5(1998), pp. 317-345.
- Gospodiniv, N., Gavala, A. and Jiang, D., "Forecasting Volatility", *Journal of Forecasting*, 25(2006), pp. 381-400.
- Hansen, P. R., and Lunde, A., "Consistent Preordering with an Estimated Criterion Function, with an Application to the Evaluation and Comparison of Volatility Models", Discussion Paper, Brown University Working paper 2003-1.
- Hansen, P. R., and Lunde, A., "A Forecast Comparison of Volatility Models: Does Anything Beat a GARCH(1,1)?", *Journal of Applied Econometrics*, 20(2005), pp. 873-889.
- Hull, J., and White, W., "The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities", *Journal of Finance*, 42(1987), pp. 281-300.
- Jorion, P., "Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market", *Journal of Finance*, 50(1995), pp. 507-528.
- Koopman, S. J., Jungbacker, B., and Hol, Eugenie., "Forecasting Daily Variability of the S&P 100 Stock Index using Historical, Realised and Implied volatility", *Journal of Empirical Finance*, 12(2005), pp. 445-475.
- Latane, H., and Rendleman, R., "Standard Deviation of Stock Price Ratios Implied in Option Price" *Journal of Finance*, 31(1976), pp. 369-381.

- Malliavin, P., and Mancino, M. E., "Fourier Series Method for Measurement of Multivariate Volatilities", *Finance and stochastics*, 6(2002), pp. 49-61.
- Martens, M., "Measuring and Forecasting S&P 500 Index-futures Volatility using High-frequency Data", *The Journal of Futures Markets*, 22(2002), pp. 497-518.
- Merton, R., "Theory of Rational Option Pricing," *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4(1973), pp. 141-183.
- Whaley, R. E., "The Investor Fear Gauge", *Journal of Portfolio Management*, 26(2000), pp. 12-17.