The Difference of Implied Risk Aversions across International Options Markets and Individual Investors

Sun-Joong Yoon[*]

KAIST Business School

Phone: 82-2-958-3968

E-mail address: slyhero@business.kaist.ac.kr

Suk Joon Byun

KAIST Business School

Phone: 82-2-958-3352

E-mail address: sjbyun@business.kaist.ac.kr

April, 2008

[*] Please make all correspondence to Sun-Joong Yoon, KAIST Business School, 207-43 Cheongnyangni 2-dong, Dongdaemun-ku, Seoul, 130-722, Korea, Tel: 82-2-958-3968, e-mail: slyhero@business.kaist.ac.kr .

The Difference of Implied Risk Aversions across International Options Markets and Individual Investors

Abstract

본 논문은 옵션시장을 통해 유추되는 투자자의 위험회피도가 여러 옵션시장에 대해서 다르다는 사실을 보이고 이러한 차이가 개인투자자의 기술적분석(technical analysis)에 의한 행태에 의해 나타날 수 있음을 보인다. 개인투자자의 비율이 개괄적으로 알려진 S&P 500 주가지수 옵션시장, Nikkei 225 주가지수옵션시장, KOSPI 200 주가지수옵션시장을 본 연구의 대상으로 선택하여 각 옵션시장의 위험회피도가 개인투자자의 비율과 역의 관계를 가지고 있음을 보였다. 이들 개인투자자는 선행연구들에서 보인 바와 같이 주식의 과거 움직임을 이용한 거래 혹은 방향성 투자(directional trade)를 주로 사용함을 전제로, 이때 이러한 투자행태가 위험회피도에 영향을 준다는 사실을 시뮬레이션(simulation)을 통해 증명하였다.

JEL classification : G11, G13

Keywords**:** volatility spread; skewness; kurtosis; risk aversion; index options; S&P 500; Nikkei 225; KOSPI 200; GMM; individual investors; technical analysis; speculator

I. Introduction

내재위험회피도(implied risk aversion)은 옵션시장의 성격과 특성을 나타내는 지표로서 널리 사용되고 있다. 내재위험회피도는 옵션거래자료를 이용해 투자자의 위험성향을 역으로 표현한 것으로 행사가격에 대한 가격의 변화를 통해 위험중립분포(risk-neutral distribution)을 계산하고 시개열분포(physical distribution)와의 차이를 통해 그 값을 유추 할 수 있다. Jackwerth and Rubinstein (1996), Ait-Sahalia and Lo (2000), Jackwerth (2000), Engle and Rosenberg (2003), Bliss and Panigirtzoglou (2004), Bakshi and Madan (2007)은 내재위험회피도(효용함수; 가격결정함수)와 위험중립분포, 시계열분포의 관계를 이용해 위험회피도를 추정한 대표적인 연구이다.[1] 위험회피도로 우리는 각 시장의 참여자들의 투자 성향을 판단할 수 있다. 내재 위험회피도가 큰 시장에서서는 시장의 위험에 대해 투자자가 매우 보수적으로 의사결정이 이루어짐을 의미하고, 위험회피도가 작은 시장은 위험에 대해 매우 적극적으로 투자함을 의미한다. 따라서 각 시장의 위험회피도를 비교하는 것은 각 시장의 위험수준 등을 간접적으로 비교할 수 있는 매우 유용한 방법이다.

금융시장에서 투자자의 위험회피도를 추정하는 연구는 초기에는 주식시장과 소비자료를 이용해 이루어졌던 반면 최근에는 옵션자료를 이용하려는 노력이 활발하다. 주식은 명확하지 않은 현금흐름을 통해 가치가 결정되기 때문에 배당과 같은 현금흐름에 대한 추가적인 가정이 필요하지만 옵션은 다양한 만기와 다양한 행사가격에 따른 명확한 현금흐름이 알려져 있기 때문에 추가적인 가정 없이 신뢰할만한 위험회피도에 대한 분석을 가능하게 해준다.

Jackwerth and Rubinstein (1996)의 연구 이후 옵션시장의 위험회피도에 대한 연구가 꾸준히 지속되었음에도 불구하고 연구의 주요 대상은 S&P 500 옵션시장과 같은 선진시장이었다.[2] 그러나 전세계 금융시장의 팽창에 힘입어 국제 파생상품시장은 양적 질적 성장을 지속하고 있으며, 이미 주식시장이 발전 되었던 미국, 영국, 독일, 일본의 선진 옵션시장뿐만 아니라 한국, 대만, 홍콩 등의 신흥 옵션 시장 (emerging options market)도 눈부신 성장으로 관심을 한 몸에 받고 있다. 따라서 그 동안 연구에서 간과했던 신흥시장에 대한 연구는 매우 의미있는 노력일 것이다. 이러한 중요성을 인식하고 S&P 500 주가지수옵션시장뿐만 아니라 대표적인 신흥시장인 KOSPI 200 시장과 오랜 역사를 가지고 있음에도 불구하고 연구의 중심에서 벗어나 있었던 Nikkei 225 옵션을 본 연구의 대상으로 삼는다.

---

[1] Ait-Sahalia and Lo (20000), Jackwerth (2000)는 부(Wealth)의 수준에 따른 위험회피도를 계산하고 위험회피도의 미소현상(smile)이 존재함을 보였으며 Bliss and Panigirtzoglou (2004)는 위험중립분포와 시계열분포의 주가움직임을 검증하면서 위험회피도의 수준을 검증하였다. Engle and Rosenberg (2003)는 옵션의 거래자료로부터 가격커널(pricing kernel)을 다항근사(polynomial approximation)를 통해 유도하고 이것으로부터 Black and Scholes (1973)의 델타와 헷징성과(hedging performance)를 비교하였다.

[2] Jackwerth (2003)은 S&P 500, DAX, FTSE 100, Nikkei 225 주가지수옵션시장에 대해 절대위험회피도(absolute risk aversion)가 분의 수준에 단순히 감소하지 않는 현상 (risk aversion smile)을 보였다. 그러나 이 연구는 특정한 날짜를 선택하여 횡단면 분석(cross-sectional analysis)을 통해 알아보았다. Kang and Kim (2006)은 S&P 500과 FTSE 100을 기초자산으로 하는 옵션에 대해서 분석하였다. 그러나 이 연구도 최근 이슈화 되는 신흥 시장에 대한 분석은 이루어지지 않았다

각 옵션시장은 기초자산시장의 유동성과 변동성, 증거금의 유무 및 크기, 틱 크기(tick size)의 차이, 투자자의 거래 행태 등에서 차이를 가지고 있다. 예를 들면, S&P 500 주가지수옵션시장이 기초자산의 높은 유동성과 낮은 변동성 등으로 헷징거래가 거래의 많은 부분을 담당하고 있다면, KOSPI 200 주가지수 옵션시장은 상대적으로 작은 기초자산 시장에도 불구하고 높은 변동성과 개인투자자의 높은 참여로 인하여 단기간에 세계 제 1의 거래량을 가지는 시장으로 발전했다. 한편 주요 거래되는 옵션의 만기와 행사가격 등에서도 여러 옵션시장은 차이를 보이고 있다.

본 연구는 옵션시장의 다양성을 인식하고 각 옵션시장에서 관찰되는 변동성 스프레드와 왜도·첨도를 이용해 각 시장의 위험회피도를 추정하였다. Bakshi and Madan (2006)은 시계열변동성과 위험중립변동성의 차이를 변동성스프레드(volatility spread)로 정의하고 변동성스프레드의 결정요인에 대해 이론적인 설명을 시도하였다.[3] 주식의 수익률이 정규분포에 따르지 않고 투자자가 위험회피적이라면 극단적인 주식의 하락(tail event)이나 수익률의 음의 왜도에 대한 결과로서 변동성 스프레드가 발생한다. 이러한 관계를 통해 Bakshi and Madan (2006)은 S&P 500 시장의 내재위험회피도를 추정하였으며, 추정된 위험회피도는 기존의 방법론에 의해 추정된 값들과 비교될 수 있는 타당한 값이었다.

이와 함께 우리는 각 시장에 대응하는 독립적인 위험회피도가 추정된다면, 위험회피도의 차이를 만드는 요인에 대해 분석하고자 한다. 여러 후보 중에서 우리는 개인투자자의 거래비율을 위험회피도의 변화를 주는 요인임을 확인하고 싶다. 연구의 대상으로 S&P 500, Nikkei 225, KOSPI 200 주가지수옵션시장을 선택한 가장 중요한 이유도 세 옵션시장의 개인투자자 비율이 간접적으로 알려졌기 때문이다. BIS Quarerly Report (2003)에 의하면 S&P 500, Nikkei 225 옵션시장의 투자비율이 공개적으로 보고되지는 않지만, KOSPI 200 옵션시장은 50%이상, Nikkei 225 옵션시장은 10% 전후, S&P 옵션시장은 3% 가량이 개인투자자에 의해 거래가 이루어 짐을 밝혔다.[4]

개인투자자는 비정보거래자(uninformed trader)로서 과거 수익률에 반응하는 거래를 하며, 완전한 정보를 가지지 못하기 때문에, 어떠한 가격변화가 발생했을 때 그것이 내재가치의 변화에 의한 것인지 아니면 일시적인 요인에 의한 것인지 판단하지 못한다. 따라서 이전 가격

[3] 위험중립변동성에 대한 연구는 Black and Scholes (1973)의 내재변동성의 연구를 시작으로 최근에는 Britten – Jones and Neuberger (2000), Jiang and Tian (2005) 등과 같이 모형에 독립적인 위험중립변동성(model free risk neutral volatility)의 연구로 이어졌다. S&P 500, Nikkei 225, KOSPI 200 옵션시장을 포함하는 거의 모든 옵션시장에서 위험중립변동성은 시계열변동성을 상회하는 값을 가진다. 그러나 이러한 사실에 대한 실증분석이 많이 있음에도 불구하고 두 변동성의 차이가 어떻게 이루어지는지에 대한 연구는 거의 이루어지지 않았다. Fench, Schwert, and Stambaugh (1987), Glosten, Jagannathan, and Runkle (1993), Bakshi and Kapadia (2003)는 이러한 차이가 추계적변동성에 대한 음의 프리미엄에 의한 결과라고 주장한다. 변동성은 시장이 상승할 때보다 하락할 때 그 값이 더 커지고 옵션의 가격은 변동성의 크기에 비례하기 때문에 옵션을 소유하는 투자자는 시장의 하락에 대한 헷징효과로써 프리미엄을 지급하게 된다. 따라서 위험중립변동성은 시계열 변동성에 비해 큰 값을 가질 수 있다. 그러나 이러한 연구에서도 변동성 스프레드가 수익률분포와 투자자의 효용함수와 어떤 관련이 있는지 이론적 설명은 전무한 상태다.

[4] KOSPI 200 옵션시장은 투자자별(개인, 기관, 외국인, 기타)로 거래계약수와 거래규모가 파악되지만, 다른시장은 이런 자료가 공개되지 않고 있다. 따라서 KOSPI 200 시장을 제외하고는 정확한 수치를 얻기는 힘들다.

의 변화에 반응하여 거래방향 등을 결정할 수 밖에 없음을 보고 하였다. 투자자 유형별로 특성을 분석한 연구로는 윤창현, 이성구 (2003), 정재만, 김재근 (2005), 원승연, 한상범 (2007), Barber and Odean (1999, 2000, 2006), Barber et al. (2004), Choe, Kho, Stulz (1999, 2005), Grinblatt and Keloharju (2000), Kang and Park (2008) 등이 있다. Barber and Odean (1999, 2000, 20006), Barber et al. (2004)은 주식시장에서 개인투자자의 투자행태와 투자성과를 분석하여 개인투자자가 정보 보다는 과거의 가격 변화에 따라 매매하려는 경향을 가지며 다른 투자자 그룹에 비해 지속적인 손실을 보이고 있다고 보고 하였다. Grinblatt, and Keloharju (2000)도 Finland의 거래자료를 이용해 개인투자자는 주식의 거래에서 과거 투자성과의 역추세거래전략(contrarian) 을 취하고 있음을 보였다. 또한 Choe, Kho, and Stulz (1999, 2005)와 윤창현, 이성구 (2003), 원승연, 한상범(2007), 한상범, 오승현 (2007) 는 Korean Stock Market에서 개인투자자가 역추세거래를 하고 있으며 정보거래자가 아니므로 지속적인 손실을 얻고 있음을 보였다. 옵션시장에 대한 분석에서도 정재만 & 김재근 (2005), Kang and Park (2008), Lakonishok et al. (2006)은 개인투자자는 상대적으로 가격이 낮고 레버리지 효과가 큰 외가격 옵션을 선호함을 보였으며 거래 방법에 대해서는 방행성거래가설(Direction Learning Hypothesis)을 지지하였다. 또한 BIS (2003)는 KOSPI 200 옵션시장의 예에서 방향성 거래가 많은 현금의 유출을 선호하지 않는 개인투자자에 의해 이루어지는 사실로 미루어 개인투자자를 암묵적인 투기자(speculator)로 가정하였다. 이렇게 개인투자자는 정도의 차이는 있지만, 주식과 옵션시장에서 비정보 거래자(uninformed trader)로서 과거 수익률에 반응하는 거래를 하고 있다는 일관된 결론을 얻을 수 있었다.

우리는 위험회피도와 개인투자자의 관계를 분석하기 위해서 개인투자자의 거래특성을 이용한다. 비완전시장에서 개인투자자의 거래행태에 의해 가격효과가 발생하는 경제를 가정하고 이러한 거래 패턴에 따른 위험회피도의 변화를 분석한다. 과거 주식의 변화에 따라 옵션가격의 수요가 변하고, 이 변화는 불완전 시장 하에서 가격에 효과를 준다. 따라서 옵션의 가격을 통해 계산되는 위험회피도는 변할 수 있다. 이렇게 거래 전략에 따라 위험회피도에 변화가 발생한다면, 이 결과는 위험회피도의 차이에 대한 요인으로 개인투자자의 역할을 간접적으로 지지한다고 할 수 있다.

본 논문의 결과는 다음과 같다. 추정된 위험회피도는 S&P 500 옵션시장에서 가장 컸으며 Nikkei 225 옵션시장과 KOSPI 200 옵션시장이 그 뒤를 이었다. 이러한 위험회피도의 패턴은 개인투자자의 비율과 반비례 관계를 가졌다. 기존의 여러 연구들을 보면 개인투자자는 적은 현금흐름을 가지고 적은 투자로 큰 수익(큰 위험)을 취할 수 있는 투자를 선호한다고 알려졌다. 또한 이러한 투자를 하는 과정에서 새로운 정보를 시장에 반영할 수 있는 정보거래자(informed trader)라기 보다는 자산의 과거 가격정보를 이용해 거래를 취하는 투기자(speculator)이자 기술적분석가(technical analysis investor)로 알려졌다. 저자는 각 시장의 위험회피도의 차이가 개인투자자의 투자행태 때문이라는 가설을 검증하기 위해서 수요공급에 의해

영향을 받는 불완전시장(imperfect market) 에서 동일한 기초자산의 움직임에도 불구하고 추정한 위험회피도가 다를 수 있음을 보였다.

본 연구는 Bakshi and Madan (2006)의 연구를 다음의 두 가지 측면에서 확장했다는 의의를 가진다. 첫째, 세계화와 함께 이머징 시장(emerging market)의 중요성을 인식하고 대표적인 미머징 옵션시장의 위험회피도를 추정하고 비교 분석하였다. 물론, S&P 500 뿐만 아니라 Nikkei 225와 KOSPI 200 각각의 옵션시장에 대한 몇몇 연구 문헌들은 이미 존재한다 (Ait-Sahalia and Lo (2000), Bakshi and Madan (2006), 변석준, 윤선중, 강병진 (2007) 등). 하지만 이들의 연구는 자료의 기간이 다를 뿐만 아니라 각각 다른 방법을 통해 위험회피도를 추정하였다. 방법이나 시간에 따라 위험회피도의 크기는 어느 정도 차이를 가지고 있기 때문에 위 연구들의 위험회피도를 직접 비교하는 것은 잘못된 결과를 이끌어 낼 수 있다.[5] 따라서 본 연구에서처럼 동일한 추정기간에 대해 동일한 추정방법론을 사용하여 비교하는 것은 시장간의 정확한 비교를 위해 필수적인 사항이다. 본 연구는 이러한 조건을 만족하는 첫 번째 연구로 생각된다. 둘째, 옵션시장에서 추정되는 위험회피도가 다른 이유에 대해 하나의 가능성을 제공하였다. 본 연구에서는 옵션가격이 수요공급에 의해 영향을 받는 옵션시장을 가정하고 투자행태에 따라 위험회피도가 변할 수 있음을 보였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 II 장에서는 변동성 스프레드와 위험회피도의 관계에 대한 이론적 배경을 설명하고 변동성 스프레드를 계산하는 방법을 설명한다. 제 III 장은 논문에서 사용되는 자료에 대해 설명하고 각 시장에의 변동성스프레드의 차이를 여러 표본 구간에 대해서 정리한다. 제 IV 장은 변동성스프레드와 적률간의 관계를 이용해 위험회피도를 추정하는 GMM 방법론을 설명하고, 각 시장에서 관찰된 위험회피도의 결과를 비교 분석한다. 이와 함께, 각 시장의 위험회피도의 차이를 개인투자자의 비율을 통해 설명한다. 제 V 장은 개인투자자의 거래특성을 파악하고 간단한 시뮬레이션을 통해 이러한 거래의 특성이 위험회피도의 차이로 나타날 수 있음을 보인다. 마지막으로 제 VI장은 결과에 대해 정리하고 추가적인 논문의 발전 방향에 대해서 알아보았다.

II. Theoretical Background

State probability와 State price density 사이의 이론적인 관계는 Breeden and Litzenberger (1978), Huang and Litzenberger (1988), Rubinstein (1994) 등에 의해 정리되었다.

[5] S&P 500 옵션시장에 대해 살펴본 Ait-Sahalia and Lo (2000), Bakshi and Madan (2006), Bliss and Panigirtzoglou (2004)등의 결과를 보면 방법론과 추정구간의 차이에 의해 위험회피도는 5~20 사이에서 값들이 다르다는 것을 확인할 수 있었다. 따라서 자료기간과 추정방법을 다르게 하는 것은 잘못된 결과를 가져다 줄 수 있다.

$$\frac{p(S_T)}{q(S_T)} = \lambda \frac{U'(S_T)}{U'(S_t)} \equiv m(S_T) \quad (1)$$

여기서 λ 는 상수이며 $m(S_T)$ 는 가격커널(pricing kernel)이다. 이 관계를 통해 시계열분포와 위험중립분포, 그리고 효용함수 중에 2개를 아는 것은 나머지 한 개를 알 수 있게 해준다. 위험회피도를 추정하는 연구는 위험중립분포와 시계열분포를 추정하고 위 관계식을 이용해 효용함수에 녹아있는 위험회피도를 추정한다.

옵션을 이용하여 위험회피도를 추정하는 연구는 크게 두 가지 방법으로 나눌 수 있다. 첫째, 기초자산 수익률의 위험중립분포와 시계열 분포를 동시에 추정하고 그 차이를 통해 위험회피도를 계산하는 것이다. 시계열 분포를 안정적이라고 가정하고 그 값을 과거의 데이터를 이용해서 계산하는 반면, 위험중립분포는 다양한 행사가격의 옵션으로부터 계산된다. 이러한 범주에 속하는 연구로는 Ait-Sahalia and Lo (2000), Jackwerth (2000), Ait-Sahalia, Wang, and Yared (2001), Rosenberg and Engle (2002) 등이 있다. 이러한 방법론은 효용함수에 어떠한 제약을 가하지 않기 때문에 위험회피도에 대한 다양한 분석이 가능하다는 장점이 있기는 하지만 위험중립분포가 불안정하다는 사실 하에서 시계열 분포가 안정적이라는 가정을 기초로 분석이 이루어지기 때문에 비판을 받기도 한다 (Bliss and Panigirtzoglou (2004).

다른 종류의 연구는 첫 번째 연구의 단점을 피하기 위해 실제분포가 안정적이라는 가정을 하지 않고, 임의의 효용함수를 가정하고 불안정한 위험중립분포와 실제분포 사이의 관계를 설정해 준다. 이 범주에 속하는 연구로는 Bliss and Panigirtzoglou (2004)와 Bakshi and Madan (2006) 등이 있다. 본 연구에서는 두 번째 분류에 속하여 변동성스프레드와 위험회피도의 관계를 정립한 Bakshi and Madan (2006)의 방법론을 채택한다.

2.1 Volatility Spread

논문에서 사용되는 용어를 통일하기 위해서 τ 기간 동안 주어지는 주가지수수익률을 $R(t,\tau) \equiv \ln\left(S_{t+\tau} / S_t\right)$ 로 정의한다. 여기서 S_t 는 t 시점의 주가지수이다. $p[R]$ 은 주가지수 수익률의 시계열분포(physical distribution)을 나타내고 $q[R]$ 은 위험중입분포(risk-neutral distribution)을 의미한다.

P-측도 (physical measure)하의 고차적률(higher moment)은 다음과 같이 정의된다. σ_p^2 는 변동성, θ_p 는 왜도, κ_p 는 첨도를 나타낸다.

$$\sigma_p^2(t,\tau) \equiv \int (R - \mu_p)^2 \, p[R] dR, \quad (2)$$

$$\theta_p(t,\tau) \equiv \frac{\int (R-\mu_p)^3 p[R]dR}{\sigma_p^2(t,\tau)^{3/2}}, \tag{3}$$

$$\kappa_p(t,\tau) \equiv \frac{\int (R-\mu_p)^4 p[R]dR}{\sigma_p^2(t,\tau)^2}, \tag{4}$$

여기서 μ_p 는 P-측도 하에서의 수익률 평균이다.

위험중립변동성 (σ_{rn}^2)은 비슷한 방법으로 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{rn}^2(t,\tau) \equiv \int (R-\mu_{rn})^2 q[R]dR, \tag{5}$$

본 논문에서 언급되는 변동성스프레스(volatility spread)는 Bakshi and Madan(2006)을 따라 다음과 같이 정의한다.

$$\frac{\sigma_{rn}^2(t,\tau) - \sigma_p^2(t,\tau)}{\sigma_p^2(t,\tau)}$$

이때 변동성스프레드는 어떠한 요인에 의해 영향을 받을 것인가? 투자자의 위험에 대한 행태와 기초자산의 수익률 분포는 변동성 스프레드에 어떠한 역할을 할 것인가? Bakshi and Madan (2006)은 이러한 관계에 대해 이론적인 모형을 제공함으로써 변동스프레드를 이해하려고 노력하였다. 그 내용은 다음 장에 간단히 정리되어 있다.

위험중립분포(risk neutral distribution)는 실제분포(physical distribution)를 가격결정함수(pricing kernel)로 교정한 확률분포이며, 이때 가격결정함수는 시장에 참여하는 투자자의 위험회피도를 반영하고 있기 때문에 투자자들 전체의 위험회피도 정도를 반영한다.

위험중립분포의 위험중립변동성(risk-neutral volatility)은 여러 행사가격을 가지는 외가격옵션의 가격을 이용해 유도될 수 있다. 식 (4)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_{rn}^2(t,\tau) = \int R^2 q[R]dR - \left(\int Rq[R]dR\right)^2 \tag{6}$$

where

$$\int R^2 q[R]dR = e^{r\tau}\int_{S_t}^{\infty} \frac{2\left(1-\ln\frac{K}{S_t}\right)}{K^2} C[K]dK + e^{r\tau}\int_0^{S_t} \frac{2\left(1+\ln\frac{S_t}{K}\right)}{K^2} P[K]dK\,, \tag{7}$$

$$\int Rq[R]dR = e^{r\tau} - 1 - e^{r\tau}\left(\int_0^{S_t}\frac{1}{K^2}P[K]dK + \int_{S_t}^{\infty}\frac{1}{K^2}C[K]dK\right). \tag{8}$$

반면 역사적변동성(historical volatility)은 Merton (1980), Anderson, Bollerslev, Diebold, and Labys (2003) 등을 따라 다음과 같은 방법으로 계산한다. 이러한 방법은 모형에 대해 어떠한 가정에도 영향을 받지 않는다. 본 논문에서 사용되는 위험중립변동성 등이 대부분 모형에 독립적인 값이므로 역사적 변동성도 모형에 의존하지 않는 독립적인 방법론을 선택하였다.

$$\sigma_p(t) \equiv \sqrt{\frac{250}{20}\sum_{l=1}^{20}\left(R(t+l)-\overline{R}\right)^2} \tag{9}$$

여기서 $R(t+l)$은 일별수익률이며 $\overline{R}$는 이 기간 동안의 평균 수익률이다.

2.2 Utility and Volatility Spreads

본 연구에서는 다양한 효용함수와 변동성스프레드 간의 이론적인 관계를 제공한 Bakshi and Madan (2006)을 바탕으로 각 시장의 위험회피도를 추정하고 개인투자자의 역할에 대해 알아본다. Bakshi and Madan (2006)은 가격결정함수(pricing kernel)가 특정한 효용함수에 대한 가정에 영향을 받지 않도록 하기 위해서 가격결정함수를 테일러전개하여 다음의 관계를 제공하였다.

[Bakshi and Madan (2006)'s Theorem] *투자자들이 나타내는 가격결정함수* $m[R]$ *을 0근처에서 테일러전개(Taylor series extension)하면 다음과 같이 근사할 수 있다.*

$$m[R] \approx 1 - A_1 R + \frac{1}{2}A_2 R^2 + O[R^3]$$

여기서 $m[0]=1$, $A_1 \equiv -\left.\frac{\partial m}{\partial R}\right|_{R=0}$ *, 그리고* $A_2 \equiv -\left.\frac{\partial^2 m}{\partial R^2}\right|_{R=0}$ *. 이러한 상황 하에서* τ *기간 남은 변동성 스프레드는 다음과 같이 표현 가능하다.*

$$\frac{\sigma_{rn}^2(t,\tau)-\sigma_p^2(t,\tau)}{\sigma_p^2(t,\tau)} \approx -A_1 \times \left(\sigma_p^2(t,\tau)\right)^{1/2} \times \theta_p(t,\tau) + \frac{A_2}{2} \times \sigma_p^2(t,\tau) \times \left(\kappa_p(t,\tau) - 1 - \frac{2A_1^2}{A_2}\right) \tag{10}$$

여기서 $\theta_p(t,\tau)$ *는 수익률분포의 왜도이며,* $\kappa_p(t,\tau)$ *는 첨도이다.*

위 정리에서 식 (10)은 2차 가격결정함수(quadratic pricing kernel)에 대해 정확하게 성립한다. 만약 투자자의 효용함수가 Power 효용함수로 표현된다면($m[R]=e^{-rR}$), A_1와 A_2는 다음과 같다.

$$A_1 = \gamma,\ A_2 = \gamma^2,\ \ \frac{A_1^2}{A_2} = 1$$

따라서 식 (10)은 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{\sigma_{rn}^2(t,\tau)-\sigma_p^2(t,\tau)}{\sigma_p^2(t,\tau)} \approx -\gamma \times \left(\sigma_p^2(t,\tau)\right)^{1/2} \times \theta_p(t,\tau) + \frac{\gamma^2}{2} \times \sigma_p^2(t,\tau) \times \left(\kappa_p(t,\tau) - 3\right) \tag{11}$$

이를 통해 변동성 스프레드가 (i)수익률 분포의 왜도, (ii) 첨도 (iii) 대표투자자(representative agent)의 위험회피도에 의해 결정되는 것을 확인할 수 있다. 식 (11)에 따르면 투자자가 위험회피적이고 수익률의 분포가 정규분포($\theta_p = 0,\ \kappa_p = 3$)보다 작은 왜도와 정규분포보다 큰 첨도를 가지면 변동성 스프레드는 양의 값을 가진다. 수익률의 적률이 시간에 대해 안정적이라면, 변동성 스프레드는 투자자의 위험회피도의 변화를 대변한다. 반대로 투자자의 위험회피도가 시간에 따라 일정하다면, 변동성 스프레드는 수익률분포의 시간에 따른 움직임을 나타낸다. 본 연구에서는 위험회피도 (또는 pricing kernel)가 일정하다고 가정하고 왜도·첨도와 변동성 스프레드의 관계를 통해 위험회피도의 값을 추정한다.

III. Data

3.1 Data Sampling

본 연구에서 사용되는 자료는 1999년 1월부터 2007년 6월까지 거래된 S&P 500 주가지수 옵션, Nikkei 225 주가지수 옵션, KOSPI 200 주가지수 옵션을 포함한다. S&P 500, Nikkei 225, KOSPI 200 주가지수옵션시장의 자료는 많은 옵션시장 가운데 유일하게 개인투자자의 비율을 어느 정도 알 수 있어 개인투자자의 효과를 분석하기에 알맞기 때문에 선택되었다. KOSPI 200의 경우 매년 거래자 유형별 (institutional investor, foreign investor, individual investor) 거래량이 공개되고 있으나 나머지 시장의 경우 투자자의 유형별 자료가 공개되지 않는다. 그러나 BIS (2003)는 Nikkei 225 옵션시장과 S&P 500 옵션시장의 개인투자자 비율이 10% 전후와 3% 가량 된다는 것을 확인하였으며 따라서 본 연구는 세 옵션시장을 통해 개인투자자의 역할을 분석하려고 한다.

S&P 500과 Nikkei 225 옵션의 경우 종가(closing price)를 사용하였으며 KOSPI 200 옵션은 비동시적 거래문제를 해결하기 위해 2시 50분 이전에 거래된 값을 사용한다.[6] 이 밖에 S&P 500 옵션의 가격은 매수·매도 호가의 중간값 (mid-point of best bid & ask price)을 사용하며 Nikkei 225와 KOSPI 200 옵션의 가격은 거래 체결가를 사용한다. 자료의 가격도(moneyness, S_t / K)는 기본적으로 0.8에서 1.2 사이의 값을 사용하되 S&P 500의 경우 심외가격(deep-OTM) 옵션의 거래가 작고 옵션의 행사가격이 매우 밀집되어 거래되기 때문에 0.9에서 1.1 사이의 옵션을 사용하였다. 무위험 이자율은 S&P 500과 Nikkei 225의 경우 미국과 일본의 3개월 국채 금리(3 month treasury bill rate)를 이용했으며 KOSPI 200의 경우 91일 콜금리를 사용하였다. 자료의 자세한 스펙(spec)은 Table 1에 정리되어 있다.

[6] S&P 500 주가지수 옵션은 Ivy Option Metric을 통해 종가데이터가 제공되고 있으며, Nikkei 225옵션은 Nikkei DataBase를 통해 종가 거래자료가 제공되고 있다. KOSPI 200 주가지수옵션은 KRX(Korea Stock Exchange)에서 분데이터를 판매하고 있다.

이 때 다음의 조건(criteria)을 만족하지 않는 자료는 제외시킨다.

(1) 아래와 같이 무차익거래조건(no-arbitrage boundary)을 위반하는 자료를 삭제한다.

$$
\begin{aligned}
S_t e^{-d\tau} \geq C(t,\tau) \geq S_t e^{-d\tau} - Ke^{-r\tau} \\
Ke^{-r\tau} - S_t e^{-d\tau} \geq P(t,\tau)
\end{aligned}
\qquad ()
$$

여기서 $C(t,\tau)\left(P(t,\tau)\right)$: 시점 t의 잔존만기가 τ인 콜(풋) 옵션

S_t: 시점 t의 기초자산 가격

K: 각 옵션의 행사가격

r: 무위험 수익률

(2) 옵션 가격을 분석하는 과정에서 put-call parity에 의해서 하나의 행사가격에 대해 두 개의 옵션가격이 나올 수 있기 때문에 OTM 옵션만을 사용한다.

(3) 내재변동성(implied volatility)이 5%이하 혹은 100%이상의 옵션은 가격오차가 클 것으로 예상되어 제외한다

(4) 거래일 기준 만기가 20일(한달) 남은 옵션과 40일(두달) 남은 옵션을 사용한다. 만기가 아주 짧은 옵션이나 긴 옵션의 경우 각 옵션시장에 따라 거래가 활발하지 않을 수 있기 때문에 평균적으로 적당한 거래량이 확보된 기간인 1달과 2달을 분석에 사용하였다.

Table 2는 이렇게 선택된 옵션의 횡단면 기초통계량을 보여주고 있다. 1달과 2달의 만기를 가지는 옵션의 총 횡단면 개수는 99에서 104개 사이였으며 OTM 옵션의 수는 S&P 500 옵션은 7~104개, Nikkei 225 옵션은 5~15개, KOSPI 200 옵션은 2~32개로 관찰되었다. 옵션시장이 성숙되면서 거래되는 행사가격의 수는 점차 늘어났으며, 위험중립변동성을 계산하는 과정에서 외가격 콜옵션과 풋옵션의 수는 같도록 조정하였다.

3.2 Descriptive Statistics

Table 3는 본 연구에서 사용되는 옵션의 기초자산의 일별수익률의 기초 통계량을 나타내고 있다. S&P 500 지수, Nikkei 225 지수, KOSPI 200 지수에 대해서 총 기간(1999/1~2007/06)을 부분기간 1(1999/1~2002/12)과 부분기간 2(2003/01~2007/06)으로 나누어 함께 보여주고 있다. 각 시장에 대해 세부적인 통계량은 큰 차이를 보이지 않았으며 S&P 500 지수와 Nikkei 225는 수익률의 패턴도 유사했다. KOSPI 200의 경우는 특히 변동성이 다른 두 시장에 비해 크게 나타났다. 모든 시장에 대해 초기보다 후기로 갈수록 수익률은 커지고 표준편차는 감소하는 현상을 보인다. 왜도에 대해서는 S&P 500과 Nikkei 225는 부호는 다르지만 0과 유사한 왜도를 보였으나 KOSPI 200은 상대적으로 큰 음의 왜도를 가지고 있었다. 첨도는 세 시장이 모두 정규분포보다 큰 첨도를 가지고 있었으며 크기는 KOSPI 200, S&P 500, Nikkei 225 순으로 관찰되었다. Bakshi and Madan (2006)에 따르면 음의 왜도와 양의 초과 첨도가 관찰되었을 때,

양은 변동성스프레드가 관찰됨을 보였다.

각 시장의 변동성 스프레드를 관찰하기 위해 옵션시장과 기초자산시장을 통해 다음의 4가지 기초통계량을 Table 4에 보여주고 있다.

(1) 위험중립변동성 σ_{rn}

(2) 역사적 변동성 σ_p

(3) 변동성 스프레드의 백분율 $\sigma_{rn}(t)/\sigma_p - 1$

(4) 위험중립변동성이 역사적 변동성을 상회하는 빈도 Z_T

각 시장에서 정도의 차이는 있지만, 양의 변동성 스프레드가 관찰되었다. Table 4는 각 시장에 대해 1달 만기 옵션의 변동성스프레드를 나타낸 것이며, 2달의 경우는 1달의 경우와 다르지 않아 Table에서 생략해 주었다. 전체 구간에 대해서 S&P 500의 변동성 스프레드는 54.05%였으며, Nikkei 225는 21.19%, KOSPI 200은 17.63%의 값을 가졌다.[7] 각 연도로 나누어 살펴보았을 때에도 2000년·2002년의 S&P 500과 2000년의 KOSPI 200을 제외하고는 모두 양의 변동성 스프레드를 가졌다. 양의 변동성 스프레드는 음의 왜도와 양의 초과 첨도 그리고 위험회피성향을 반영한다(Bakshi and Madan (2006). 위험중립변동성이 역사적변동성을 상회하는 빈도(Z_T)도 대부분의 경우 50% 보다 큰 값을 가졌다. 이러한 경과는 Bollerslev, Gibson, and Zhou (2005), Carr and Wu (2004), Jiang and Tian (2005)의 결과와도 유사하다.

IV. Volatility Spreads and Risk Aversion

4.1 Implied Risk Aversions

우리는 위험중립변동성 · 시계열변동성 · 왜도 · 첨도를 이용하여 Bakshi and Madan (2006) Theorem 1의 이론적 제약이 옵션시장의 위험회피도를 추정하는데 어떻게 적용될 수 있는지 알아보았다. Theorem 1을 통해 구한 오차 $\varepsilon(t+1)$ 는 다음과 같다.

$$\varepsilon(t+1) = \frac{\sigma_{rn}^2(t,\tau) - \sigma_p^2(t,\tau)}{\sigma_p^2(t,\tau)} + \gamma \times \left(\sigma_p^2(t,\tau)\right)^{1/2} \times \theta_p(t,\tau) - \frac{\gamma^2}{2} \times \sigma_p^2(t,\tau) \times \left(\kappa_p(t,\tau) - 3\right) \quad (12)$$

여기서 $\theta_p(t+1)$ 과 $\kappa_p(t+1)$ 는 $t+1$ 시점에서 지수수익률의 조건부 왜도와 첨도이다. 위 식에 따르면 변동성스프레드는 위험회피도와 수익률분포의 왜도·첨도에 의하여 영향을 받는다. 여기서 오차항 (12)를 적률로 선택하여 Hansen (1982)의 일반화적률법(Generalized

[7] KOSPI 200에 대한 본 연구의 변동성스프레드는 비슷한 구간에 대해 보인 변석준, 윤선중, 강병진(2007)의 결과와 차이를 보인다. 이것은 자료를 추출하는 과정에서 가격도(moneyness)의 차이와 자료구간의 미묘한 차이에서 비롯되었다. 하지만 전체적인 패턴은 유사하다.

Method of Moments, GMM)에 적용하면 위험회피도를 추정하는 동시에 위 이론의 적합성을 검증할 수 있다. 본 방법론은 위험회피도를 추정하는데 있어서 위험중립변동성, 시계열변동성, 시계열왜도·첨도만을 입력값으로 요구하기 때문에 기존의 연구들에서 소개되었던 방법론에 비해 간단히 구현될 수 있는 장점이 있다.

임의의 정보변수 (information 또는 instrument variables) Z(t)에 대한 $\varepsilon(t+1)$ 의 직교관계(orthogonality)에 의하여 다음을 만족한다.

$$E[\varepsilon(t+1)\,|\,Z(t)]=0$$

따라서 아래의 식은 통계적으로 0으로 수렴해야 한다.

$$g_T[\gamma]\equiv\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\varepsilon(t+1)\otimes Z_t \tag{13}$$

GMM의 통계량은 다음의 함수를 최소화 하는 것을 통해 얻을 수 있다.

$$J_T\equiv\min_{\gamma} g_T{}'W_T g_T$$

여기서 W_T 는 함수 g_T 의 분산공분산행렬(Variance-Covariance matrix)의 역수와 같다. Hansen (1982)는 $T\times J_T$ 가 점근적(asymptotically)으로 g_T 벡터의 수와 추정 모수 수의 차이와 같은 자유도(degree of freedom)을 가지는 χ^2 분포를 따른다는 것을 보였다.

$T\times J_T$ 값이 통계적으로 기각된다면, Bakshi and Madan (2006)의 Theorem 1에 의해 변동성 스프레드가 결정된다는 가정이 잘못되었음을 의미한다. 예를 들면, 가격결정함수(pricing kernel)이 Power 효용함수에 의한 형태가 아니거나 위험회피도, 왜도·첨도 이외의 요인이 변동성스프레드를 결정하는데 중요할 수 있다.

본 분석에 있어서 가장 큰 어려움은 수익률의 역사적 적률(physical moments)을 측정하는데 있다. 변동성을 예측하는 과정에서 표본기간(sample window)이 좁다면, 측정되는 왜도와 첨도가 과소평가될 것이며, 지나치게 넓다면 과거의 정보로 인해 적률의 정보가 오염될 수 있다 (Jackwerth and Rubinstein (1996)). 이렇게 오차를 포함하는 고차적률은 Bakshi and Madan (2006)의 Theorem 1이 옳은 결과임에도 불구하고 기각하는 결과를 줄 수 있다. 우리는 이러한 오류의 가능성을 줄이기 위하여 과거 3개월의 변동성을 매달 갱신하거나 6개월의 변동성을 매달 갱신하여 적률을 계산하는 두 가지 방법론을 채택하였다. 이러한 선택은 Bakshi and Madan (2006)의 방법과 유사하다.

두 가지 셋의 정보변수가 결과의 강건성 강화를 위해 선택되었다.

(1) Set 1: 상수와 $\sigma_{rn}^2(t)$

(2) Set 2: 상수와 $\sigma_{rn}^2(t)$ 와 $\sigma_{rn}^2(t-1)$

결과의 분석에 있어서 보다 많은 셋(set)의 정보변수를 사용하여 결과를 검증했으나 결과에

큰 영향을 주지 않아 위 두 가지 셋을 통한 결과를 첨부한다.

4.2 Empirical Results

Table 5와 Table 6은 앞 장에서 소개한 GMM 방법론을 이용하여 위험회피도를 계산한 결과이다. 정보변수(instrumental variables)의 Set 2가지에 대해서 S&P 500, Nikkei 225, KOSPI 200 옵션시장의 위험회피도를 계산하였다. Table 5는 역사적 적률을 계산하는 과정에서 거래일 기준 60일의 자료를 사용한 결과이며 Table 6은 거래일 기준 120일의 자료를 사용한 결과이다. Table에 보고된 값은 이분산성과 자기상관관계를 고려한 분산공분산 행렬을 사용하여 측정되었다. 이분산성과 자기상관관계를 고려하기 위한 시차값(lag)은 3으로 정하였다. 이것은 표본수의 세제곱근과 유사한 값이다. Table의 "Unrestricted Estimation"은 왜도와 첨도에 모두 제약을 가하지 않은 식 (12)를 사용했을 때의 결과이다.

Table 5과 Table 6에서 J_T 통계량의 p-value를 보면 세 시장 모두에서 Bakshi and Madan (2006)의 Theorem 1을 기각할 수 없었다. 또한 예측된 위험회피도도 정보변수의 선택에 관계없이 통계적으로 유의한 양의 값을 주었다. 추정된 위험회피도의 크기는 S&P 500, Nikkei 225, KOSPI 200 옵션시장 순으로 나타났다. 60일의 자료를 이용해 적률을 계산한 1개월 만기 옵션의 경우 S&P 500은 10.64, Nikkei 225는 6.18, KOSPI 200은 2.74의 위험회피도가 추정되었다. 2개월 만기의 옵션에 대해서는 각각 6.29, 5.06, 1.56으로 조금 작은 값의 위험회피도가 추정되었으나 그 크기의 패턴은 동일했다. 만기가 긴 옵션이 상대적으로 작은 위험회피도를 가지는 것은 만기가 긴 옵션의 경우 전망(horizon)이 긴 보수적인 투자자에 의해 거래되며, 기초자산의 헷징을 할 때 rolling-over 할 필요 없기 때문에 유용하게 이용될 수 있다는 점에서 설명이 가능하다.

120일의 자료를 사용한 Table 6의 결과도 Table 5의 결과와 유사하다. 다만 긴 구간의 수익률에서 추출한 왜도와 첨도를 사용했을 때, 위험회피도는 약간 작은 값으로 관찰되었다. 역사적 적률을 계산하는 과정에서 긴 자료를 사용하는 것은 왜도와 첨도를 증가시키는 효과가 있어서 식 (12)를 만족시키는 위험회피도는 작게 추정될 수밖에 없다.

S&P 500 주가지수옵션시장에 관한 결과는 위험회피도에 대해 연구했던 기존의 연구들과 비교가 가능하다. 본 논문의 이론적 뒷바침을 해주는 Bakshi and Madan (2006)의 경우 샘플윈도우(sample window)가 다르긴 하지만 본 연구의 결과와 유사한 12~17의 위험회피도를 주었으며, Ait-Sahalia and Lo (2000)는 12.70의 값을 추정하였다. 이 밖에 Bliss and Panigirtzoglou (2004)는 1주 · 2주 · 3주 · 4주의 만기에 대해 9.52 · 5.38 · 6.85 · 4.08의 위험회피도를 추정하였다. Bliss and Panigirtzoglou (2004) 는 본 연구의 결과보다 상대적으로 작은 값을 주었지만 만기에 따라 위험회피도의 크기가 줄어드는 점에서는 본 연구의 결과와 일관성을 가진다.

이 밖에 Table 5와 6은 왜도와 첨도에 제약을 가했을 때 위험회피도를 추정하여 왜도와 첨

도의 상대적 중요성을 검증하였다. 식 (14)는 첨도를 정규분포의 값 3으로 고정하여 첨도의 영향을 제거했으며, 식 (15)는 왜도를 0으로 고정하여 왜도의 영향을 제거하였다.

$$\varepsilon(t+1)=\frac{\sigma_{rn}^2(t,\tau)-\sigma_p^2(t,\tau)}{\sigma_p^2(t,\tau)}+\gamma\times\left(\sigma_p^2(t,\tau)\right)^{1/2}\times\theta_p(t,\tau) \tag{14}$$

$$\varepsilon(t+1)=\frac{\sigma_{rn}^2(t,\tau)-\sigma_p^2(t,\tau)}{\sigma_p^2(t,\tau)}-\frac{\gamma^2}{2}\times\sigma_p^2(t,\tau)\times\left(\kappa_p(t,\tau)-3\right) \tag{15}$$

Table 5와 6의 결과를 보면 첨도는 왜도에 비해 큰 중요성을 가진다. S&P 500은 첨도에 제약을 가하면 Theorem 1을 기각했으며, Nikkei 225와 KOSPI 200도 위험회피도가 “Unrestricted”의 경우에 비해 큰 변화를 일으켰다. S&P 500 옵션시장에서 Theorem 1이 기각된 것은 Table 3의 S&P 500의 기초통계량을 보면 그 근거를 찾을 수 있다. 변동성스프레드는 음의 왜도, 양의 초과첨도에 의해 발생하는데 본 연구의 추정구간에서 S&P 500은 크기는 작지만 양의 왜도를 보이고 있다. 따라서 첨도를 제약하는 것은 모형 전체를 기각시키는 결과를 준다. 이에 반해 왜도에 대한 제약은 대부분의 경우 Theorem 1을 기각하지 못했을 뿐만 아니라 “Unrestricted”에서 추정된 위험회피도와 큰 차이를 보이지 않았다. 따라서 국제 옵션시장의 변동성 스프레드에 대한 연구에서 첨도는 왜도보다 중요하다고 할 수 있다. 이러한 사실은 Table 3에서 모든 옵션시장에서 왜도의 정도가 전체적으로 작다는 사실로 미루어 짐작을 할 수 있다.[8]

4.3 Relationship with Individual investors

옵션시장의 위험회피도를 비교하는 연구에서 매우 흥미로운 점은 위험회피도의 순서가 개인 투자자의 비율과 반비례한다는 점이다. BIS Quaterly Review (2003)에 의하면 KOSPI 200 옵션시장의 개인투자자의 비율은 50%를 상회하며, 다른 해외 파생상품시장에 대한 투자자의 비율이 공식적으로 공표되지는 않지만 Nikkei 225 지수옵션시장은 10% 전후, S&P 500 옵션시장은 이보다 낮은 비율이라 한다. 일반적으로 개인투자자는 정보를 보유한 informed trader라기 보다는 기술적 분석(technical analysis)에 의존하는 투자자로 알려져 있다. 이러한 사실은 개인투자자에 대해 분석한 정재만 & 김재근 (2005), 원승연, 한상범 (2007), 한상범, 오승현 (2007), Barber and Odean (1999, 2000, 2003), Barber et al. (2004), Choe, Kho, and Stulz (1999, 2005), Grinblatt, and Keloharju (2000), Kang and Park (2008), Lakonishok et al. (2006)의 연구 등에 의해 지지된다. Barber and Odean (1999, 2000, 2003), Barber et al. (2004), Choe, Kho, and Stulz (1999, 2005), Grinblatt, and Keloharju (2000)는 주식시장에서 개인투자자의 투자 행태와 투자성과를 분석하

[8] S&P 500의 경우 연구기간을 길게 늘리면 왜도가 상당히 증가하게 된다. 블랙먼데이와 같은 금융시장의 붕괴나 오일파동 등을 포함한 연구의 결과를 보면 왜도가 상당히 크게 측정되는 것을 확인할 수 있다 (Chernov and Ghysels (2000). Anderson, Benzoni, andLund (2002)).

여 개인투자자가 정보보다는 가격 자체 변화에 따라 매매를 하려는 경향을 가지며(technical analysis) 다른 투자자 그룹에 비해 지속적인 손실을 보이고 있다고 보고 하였다. 특히 주식시장에 대한 여러 연구들은 기관이나 외국인 투자자들이 추세추종거래(momentum trade)를 따르는 반면 개인투자자는 역추세거래(contrarian trade)가 주를 이룸을 보인바 있다. Odean (1998a)는 미국의 개인투자자들이 손실을 실현하는 것을 주저하는 경향이 있으며 이러한 경향으로 인해서 결과적으로 역 추세거래행태를 보임을 지적하였다.

주식시장에 비해 옵션시장에서 개인투자자의 역할에 대한 논문은 상당히 제한적이다. 단지 정재만 & 김재근 (2005), Kang and Park (2008), Lakonishok et al. (2006)의 연구만이 옵션시장에서 개인투자자의 역할을 확인했을 뿐이다.[9] 정재만 & 김재근의 연구는 옵션시장에서 개인투자자는 상대적으로 가격이 낮고 레버리지 효과가 큰 OTM 옵션을 선호함을 보였으며 개인투자자가 선호하는 옵션은 이론가격에 비해 과대평가되고 있음을 보였다. Kang and Park (2008)은 net buying pressure 효과를 이용해 KOSPI 200 옵션시장의 각 투자자 그룹에서 Limit of Arbitrage, Volatility Learning Hypothesis, Direction Learning Hypothesis를 비교 검증하였다. 특히 Kang and Park (2008)은 일별데이터와 일중데이터를 모두 사용하여 가설의 검증 하였다. 개인투자자에 의해 주도되는 KOSPI 200 지수옵션시장은 Direction-learning hypothesis를 지지하는 결과를 주었으며 특히 개인투자자그룹에서 그 경향은 더욱 두드러졌다. 이러한 결과는 정재만 & 김재근의 연구와 일관된다. 또한 BIS (2003)는 KOSPI 200 옵션시장의 예에서 방향성거래가 많은 현금의 유출을 선호하지 않는 개인투자자에 의해 이루어지는 사실로 미루어 개인투자자를 암묵적인 투기자(speculator)로 가정하였다.

이렇게 그 동안의 연구는 개인투자자를 정보를 보유한 정보거래자(informed trader)로 보기보다는 과거의 가격정보를 통해 레버리지효과를 기대하는 기술적분석가 혹은 투기자로 인식하고 있다. 저자는 이러한 사실을 바탕으로, 앞장에서 보인 각 시장에서의 위험회피도의 차이가 개인투자자의 투기적(기술적분석) 행태에 의해 나타난다는 가설을 세웠다.

다음 장에서는 이러한 가설을 검증하기 위해서 시장이 추세에 따른 거래 성향(추세추종과 역추세 포함) 혹은 기술적분석(방향성거래)에 의해 주도될 때 위험회피도가 어떻게 변화하는지 간단한 시뮬레이션을 통해 확인할 것이다.

V. Technical Analysis and Risk Aversion

[9] Kang and Park (2008)은 개인투자자의 행태에 대해 포커스를 마친 논문은 아니다. 하지만 투자자 별로 추출한 결과는 개인투자자의 특성과 거래행태에 대한 추론을 가능하게 해준다.

Lakonishok et al. (2006)은 미국의 브로커리지회자(brokerage firm)의 타입에 따라 옵션시장의 투자 행태와 성과 등을 비교분석 하였다. 그들은 자료의 한계로 인하여 투자자 그룹을 직접 나누지 못하고 각 투자자 그룹이 주로 이용하는 브로커리지회사의 타입을 통해 간접적으로 투자자 유형간 비교분석을 수행하였다.

본 장에서는 각 옵션시장의 위험회피도의 차이를 이해하기 위해 간단한 시뮬레이션을 해 보았다. 앞 장에서 우리는 위험회피도의 차이가 각 시장에 참여하는 개인투자자의 비율과 밀접한 관련이 있음을 확인할 수 있었다. BIS (2003)에서 언급한 개인투자자의 비율은 KOSPI 200, Nikkei 225, S&P 500의 순이었으나 위험회피도의 크기는 반대의 순으로 나타났다.

본 장에서는 기술적 분석을 통해 옵션을 거래하여 옵션의 가격에 단기적인 영향을 줄 수 있을 때 옵션 가격을 통해 추정되는 위험회피도가 어떻게 변화할 것인지를 검증할 것이다.

5.1 Economic Framework

기초자산의 움직임은 Heston (1993)의 SV (stochastic volatility) 모형을 적용한다.

$$\begin{aligned} dS_t &= \mu S dt + \sqrt{v_t} S_t dz_1(t) \\ dv_t &= \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t} dz_2(t) \end{aligned} \qquad \text{under P-measure} \quad (16)$$

여기서 $z_1(t)$ 과 $z_2(t)$ 는 Wiener 과정을 따른다.

SV 하에서 옵션과 같은 contingent claim의 가격을 평가하기 위해서는 우리는 변동성 위험에 대한 가격(price of volatility risk)에 대한 가정이 필요하다. $\lambda(S,v,t)$ 이 변동성 위험의 프리미엄이라면 모든 파생상품은 다음의 PDE (partial differential equation)를 만족해야 한다.

$$\frac{1}{2}vS^2\frac{\partial^2 U}{\partial S^2} + \rho\sigma v S\frac{\partial^2 U}{\partial S\partial v} + \frac{1}{2}\sigma^2 v\frac{\partial^2 U}{\partial v^2} + rS\frac{\partial U}{\partial S} + \left(\kappa(\theta - v_t) - \lambda(S,v,t)\right)\frac{\partial U}{\partial v} - rU + \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (17)$$

변동성 프리미엄은 임의의 효용함수에 의해 가격결정함수(pricing kernel)가 존재한다면 가격결정함수와의 공분산에 의해 결정된다. 만약 Cox, Ingersoll, and Ross (1985)에서처럼 효용함수가 소비(consumption)에 의해 결정된다면 다음의 관계가 성립한다.

$$\lambda(S,v,t)dt = \gamma Cov\left(dv, dC/C\right) \quad (18)$$

이 때 소비의 프로세스가 변동성에 의해 영향을 받는다면 위험 프리미엄 (risk premium)은 위험회피도 γ 와 변동성 v 에 의해 영향을 받는다. 따라서 위험중립(Q-measure) 하에서 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\begin{aligned} dS_t &= rSdt + \sqrt{v_t} S_t d\tilde{z}_1(t) \\ dv_t &= \kappa^*(\theta^* - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t} d\tilde{z}_2(t) \end{aligned} \qquad \text{under Q-meausre} \ (19)$$

여기서 $\kappa^* = \kappa + \lambda,\ \ \theta^* = \dfrac{\kappa\theta}{\kappa + \lambda}$ 를 만족한다.

이러한 SV 프로세스의 특성은 본 연구의 목적에 매우 잘 부합된다. 위험회피도의 변화

를 확인할 때, 효용함수의 형태와 위험회피도의 크기를 직접 가정할 필요 없이 식 (18)의 관계를 통해 위험프리미엄의 크기만 가정하면 된다. 즉, 순수한 Heston의 경제하에서 임의의 λ를 가정하고 Bakshi and Madan (2006)의 방법론을 이용해 위험회피도를 추정하고, 기술적 분석에 의한 가격변화가 발생했을 때 위험회피도의 변화를 확인할 수 있다.

차익거래가 제한된 비완전시장에서 SV 모형을 따라 주가가 변한다고 가정하자. 투자자가 과거 주가의 변화를 이용해 거래(기술적 분석)를 한다면 옵션의 가격은 이론가에서 벗어날 수 있다. 이론적인 시장과 다르게 실제 시장에서는 틱(tick)의 존재, 거래비용(transaction cost) 등의 한계로 인하여 차익거래가 발생하기 어렵다. Bollen and Whaley (2004)의 결과에서 보인 바처럼 옵션시장에서도 Limit of Arbitrage 효과는 분명히 존재하고 있다. 또한 개인투자자에 대해 분석한 정재만, 김재근 (2005)의 결과에 따르면 개인투자자가 선호하는 옵션은 상대적으로 고 평가된다고 한다.

이러한 효과를 모형화 하기 위해서 우리는 옵션 가격이 다음과 같이 결정된다고 가정하였다. Bakshi and Madan (2006)의 방법론은 외가격 옵션만을 사용하기 때문에 내가격 옵션의 가격변화에 대한 가정은 생략하였다.

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{OTM}(S_t,K,\tau) &= C_H(S_t,K,\tau)\left(1+\phi\times\left(\frac{S_t-S_{t-1}}{S_{t-1}}\right)\times\left(\frac{K-S_t}{S_t}\right)\right)\\ \tilde{P}_{OTM}(S_t,K,\tau) &= P_H(S_t,K,\tau)\left(1+\phi\times\left(\frac{S_{t-1}-S_t}{S_{t-1}}\right)\times\left(\frac{S_t-K}{S_t}\right)\right)\end{aligned} \tag{20}$$

투자자가 추세(momentum)를 따라 투자한다고 가정하자. 주가가 상승했다면 계속 상승할 것으로 예상하고 OTM 콜을 사려고 할 것이며 주가가 하락했다면 외가격 풋옵션을 사려고 할 것이다. 이러한 수급의 불균형은 차익거래한계(arbitrage bound)안에서 위와 같은 가격변화를 일으킨다고 가정한다. 식 (20)을 보면 외가격 콜과 풋이 Heston 모형의 이론값 $C_H(S_t,K,\tau)$에 두 가지 보정이 이루어지는 것을 확인할 수 있다.

$\left(\frac{S_t-S_{t-1}}{S_{t-1}}\right)$는 모멘텀에 대한 효과를 반영하며, $\left(\frac{K-S_t}{S_t}\right)$는 가격도(moneyness)에 대한 효가를 나타낸다. ϕ는 민감도 모수이다. ϕ의 부호는 추세추종(momentum)투자와 역추세투자(contrarian)를 판별하며, ϕ의 절대값이 크면 기술적 분석에 의한 수요가 가격에 큰 차이를 유발함을 의미한다.

5.2 Simulation Method

Heston (1993) 모형을 따르는 주가 및 옵션의 시계열 데이터를 구하기 위해 Euler

Maruyama 이산화 방법(discretising method)을 통해 몬테칼로시뮬레이션(Monte Carlo Simulation)을 수행한다.

$$\begin{aligned} S_t &= S_{t-1} + \mu S_{t-1} dt + \sqrt{v_t} S_{t-1} \sqrt{dt} Z_t^1 \\ v_t &= v_{t-1} + \kappa(\theta - v_{t-1}) dt + \sigma \sqrt{v_{t-1}} \sqrt{dt} Z_t^2 \end{aligned} \quad \text{under P measure (21)}$$

$$\begin{aligned} S_t &= S_{t-1} + r S_{t-1} dt + \sqrt{v_t} S_{t-1} \sqrt{dt} \tilde{Z}_t^1 \\ v_t &= v_{t-1} + \kappa^*(\theta^* - v_{t-1}) dt + \sigma \sqrt{v_{t-1}} \sqrt{dt} \tilde{Z}_t^2 \end{aligned} \quad \text{under Q measure (22)}$$

여기서 Z_t^1와 Z_t^2 ($\tilde{Z}_t^1$와 $\tilde{Z}_t^2$)는 ρ의 상관계수를 가지는 표준정규분포 변수이다.

총 시뮬레이션 된 옵션의 수는 1000번이며, 20개의 행사가격에 대해 Heston 옵션가격을 구한다. 이 때 닫힌해를 계산하는 과정에서 생기는 수치적분(numerical integration)은 Moodley (2005)가 가장 정확하다고 보인 “Adaptive Gaussian Quadrature Rules”을 사용하였다. 이렇게 계산된 Heston 옵션가격에 식 (20)과 같이 옵션의 가격에 보정을 가해준다. 이때 옵션가격에 차익거래가 발생하지 않도록 ϕ의 선택에 유의한다. 만들어진 주식을 통해 단순변동성, 왜도, 첨도를 구하고 옵션으로부터 위험중립변동성을 계산한다. 이 값을 바탕으로 Bakshi and Madan (2006)의 변동성 스프레드를 구하고 위험회피도를 추정한다.

5.3 Simulation Results

시뮬레이션에서 가정한 모수는 Table 7과 같다. 다른 모수는 Heston (1993)의 모수값과 유사한 수준에서 결정하였으며 위험프리미엄(risk premium)은 상대적으로 약간 큰 작은(-2.5)을 선택했다. 각 지수와 옵션에 대해 분포를 추정한 연구들에 따르면 위험프리미엄은 음의 값을 가진다고 알려졌으며 또한 이 값은 실제 자료처럼 변동성 스프레드를 만들어 낼 수 있다 (Bakshi , Cao, and Chen (1997), Anderson, Benzoni, and Lund (2002)). 본 논문에 적지는 않았지만 0의 위험프리미엄에 대해서 시뮬레이션 했을 때, 변동성스프레드는 0과 가까운 값이 나왔으며 Bakshi and Madan (2006)의 모델은 기각되었다.

Table 8, 9, 10은 위험프리미엄을 -2.5로 가정했을 때, σ와 ρ의 변화에 따른 위험중립변동성, 역사적변동성, 왜도·첨도의 평균과 위험회피도의 변화를 나타내고 있다. σ와 ρ는 수익률 분포의 왜도와 첨도를 조정하는 역할을 한다. σ가 크면 수익률 분포의 첨도가 크고, ρ가 크면 수익률분포는 양의 왜도를 가진다. Table 8은 첨도가 작을 때 (σ=0.1)의 결과를 정리한다. 상관계수에 따라 위험중립변동성은 14~15%의 값이 추정되었으며 시계열변동성은 이보다 약 1.1%가량 낮은 값이 관측되었다. 왜도는 모든 상관계

수에 대해 증가했으며 왜도는 예상대로 작은 값을 가졌다. 내재위험회피도는 민감도 모수(ϕ)에 따라 감소하거나 또는 U-shape을 가졌다. 그러나 모델을 기각하는 경우를 제외하면 전체적으로 감소하는 추세를 따른다.

Table 9는 σ가 0.3으로 증가했을 때의 결과이다. 평균 변동성은 Table 8보다 약간 감소했으며 첨도가 증가됐음을 확인할 수 있다. 상관계수에 따라 위험회피도의 변화는 재미있는 특성을 가진다. 음의 상관계수를 가지면, 민감도 모수에 따라 위험회피도는 U-shape을 가졌으며, 0의 상관계수일 때에는 민감도 모수에 따라 감소하고, 양의 상관계수일 때에는 증가하는 패턴을 보였다.

σ을 0.5로 증가시킨 Table 10의 결과도 양의 상관계수에 대해서는 민감도모수에 따라 위험회피도가 증가했으며, 음의 상관계수에 대해서는 위험회피도가 감소했다. 아주 작은 상관계수나 큰 상관계수에 대해서는 위험회피도가 추정되지 않았다.

시뮬레이션의 결과를 보면 민감도 변수에 의한 옵션의 가격이 조정되었을 때 위험회피도가 변한다는 것을 확인할 수 있었다.

앞서 기관과 외국인 투자자들이 추세추종거래(momentum)를 하는 반면 개인투자자는 역추세거래(contrarian)를 한다고 알려졌다. 본 연구의 민감도변수와 대응시키면 양의 민감도 변수는 추세추종거래와 대응하고 음의 값은 역추세거래에 대응된다. 그러나 수익률과 변동성의 상관관계에 따라 위험회피도 변화의 패턴은 차이를 보였다. 따라서 본 결과를 통해 개인투자자의 역추세거래 행태가 S&P 500, Nikkei 225, KOSPI 200 옵션시장의 위험회피도 차이를 완벽히 설명할 수는 없었다. 또한 위험회피도의 변화는 예상보다 크게 나타나지 않았다.

그러나 이러한 결과가 개인투자자의 중요성을 기각하지는 않는다. 우선 우리가 채택한 Heston 모형은 충분한 변동성 스프레드의 차이를 만드는데 어려움이 있었다. 여러 값에 대해서 Table 8, 9, 10의 변동성 차이는 2%가 채 넘지 못했다. 따라서 충분한 위험회피도의 변화를 예측하지 못했을 수 있다. 따라서 다른 추계적 변동성 모형이나 점프(jump)의 도입이 필요할 수도 있다. 그러나 이러한 연구는 위험프리미엄에 대한 2개의 가정이 필요하므로 위험회피도의 변화를 분석하기 어렵다. 또한 차익거래의 제한(limit of arbitrage)으로 인한 옵션의 가격변화 가정 (20) 이 지나치게 단순하고 큰 제약일 수도 있다. 좀더 세련된 효과를 가정한다면 위험회피도의 큰 변화를 가져 올 수도 있다.

그럼에도 불구하고 본 연구를 통해 우리는 개인투자자가 많이 이용하는, 과거 주가의 움직임을 통한 거래가 내재위험회피도를 변화시킬 수 있음을 보였다.

VI. Conclusion

본 연구는 변동성스프레드와 왜도·첨도를 이용해 S&P 500 주가지수옵션시장, Nikkei 225 주가지수옵션시장, KOSPI 200 주가지수옵션시장의 위험회피도를 추정하고 비교 분석하였다. 추정된 위험회피도는 S&P 500 옵션시장에서 가장 컸으며 Nikkei 225 옵션시장과 KOSPI 200 옵션시장이 그 뒤를 이었다. 이러한 위험회피도의 패턴은 개인투자자의 비율과 밀접한 관련이 있어 보인다. S&P 500, Nikkei 225, KOSPI 200을 본 연구의 대상으로 선정한 이유도 세 시장의 개인투자자 비율이 간접적으로 알려졌기 때문이다. 위험회피도의 크기는 개인투자자의 거래 비율과 반비례 관계를 가진다.

기존의 여러 연구들을 보면 개인투자자는 적은 현금흐름을 가지고 적은 투자로 큰 수익(큰 위험)을 취할 수 있는 투자를 선호한다고 알려졌다. 또한 이러한 투자를 하는 과정에서 새로운 정보를 시장에 반영할 수 있는 정보거래자(informed trader)라기 보다는 자산의 과거 가격정보를 이용해 거래를 취하는 투기자(speculator)이자 기술적분석가(technical analysis investor)로 알려졌다.

저자는 각 시장의 위험회피도의 차이가 개인투자자의 투자행태 때문이라는 가설을 검증하기 위해서 불완전시장(imperfect market) 에서 기술적 분석에 의한 가격 변화가 가능한 시장에서 동일한 기초자산의 움직임에도 불구하고 옵션시장에서 추정한 위험회피도가 다를 수 있음을 보였다.

본 연구의 결과는 Bakshi and Madan (2006)의 연구를 다음의 두 가지 측면에서 확장했다는 의의를 가진다. 첫째, 세계화와 함께 이머징 시장(emerging market)의 중요성을 인식하고 대표적인 옵션시장의 위험회피도를 추정하고 비교 분석하였다. 둘째, 옵션시장에서 추정되는 위험회피도가 다른 이유에 대해 하나의 가능성을 제안했다. 개인투자자의 특성과 각 시장의 투자비율을 통해 우리는 위험회피도의 차이에 대한 간접적인 증거를 제시했다.

그러나 본 연구도 특정한 효용함수에 대해서만 이루어졌다는 한계점에서 자유롭지 못하다. 최근 옵션시장의 연구에서도 Power나 지수효용함수와 같은 HARA 계열의 효용함수를 확장하여 시장의 움직임을 보다 잘 설명하려고 노력하고 있다. 하지만 본 연구의 방법론에서는 모든 경우의 효용함수에 대해 가격결정함수(pricing kernel)이 명확하게 정의되지 않기 때문에 어려움이 발생할 수 있다.

또한 본 방법론에서는 P 측도적률(moment)을 시계열 자료를 이용해 구해야 하는데 추정구간의 윈도우를 어떻게 설정하느냐에 따라 위험회피도가 조금씩 바뀌는 문제점을 가지고 있다. 본 연구에서 거래일 기준 60일·120일의 윈도우를 통해 계산된 위험회피도는 모든 옵션시장에서 약 20% 가량의 차이를 보였다. 따라서 추정구간을 설정하는 과정이 연구자 자의에 의존할 수 밖에 없는 단점을 가진다. 그럼에도 불구하고 추정되는 위험회피도의 패턴이나 서열 등의 변화는 주지 않으므로 위험회피도와 개인투자의 비율을 연계했던 본 연구의 가설의 근거를 약화시키지는 않는다.

한편 옵션시장에서 개인투자자의 투자행태와 투자성과에 대한 분석은 데이터의 한계로 인

해 거의 이루어지지 않았다. 투자자 유형별로 분석한 연구는 대부분 주식시장에 대해서만 이루어졌다. 본 연구도 단지 위험회피도의 차이가 개인투자자의 투자행태에서 오고 있음을 간접적으로 증명했을 뿐이다. 따라서 옵션시장에 대해서 투자자 유형별 거래 자료가 제공된다면, 투자유형과 성광 그리고 시장의 효과 등에 대한 자세한 분석을 할 수 있을 것으로 기대된다. 특히 KRX에서 제공하는 KOSPI 200 옵션에 대해서는 틱(Tick) 거래자료는 거래 당사자의 분류 코드가 있기 때문에 이러한 연구에 알맞을 것으로 생각된다.

References

변석준, 윤선중, 강병진, "KOSPI 200 지수옵션시장의 변동성 스프레드와 위험회피도," 재무연구, 제 20 권 제 3 호 (2007), pp. 97-126.

원승연, 현상범, "주가선물시장에서의 개인투자자의 행태와 차익거래의 지속성," 2007 년 공동학술대회.

윤창연, 이성구, "주가지수선물시장에서의 투자자 유형에 따른 거래량의 정보효과," 선물연구, 제 11 권 제 2 호 (2003), pp. 1-26.

정재만, 김재근, "개인투자자의 옵션매매 성과와 행태," 선물연구, 제 13 권 1 호 (2005), pp. 99-127.

한상범, 오승현, "한국주식시장의 투자자 유형별 노적수익과 거래행태 분석," 2007 년 공동학술대회.

Ait-Sahalia, Y., and A. Lo, "Nonparametric Risk Management and Implied Risk Aversion," *Journal of Econometrics,* 94(2000), pp. 9-51.

Ait-Sahalia, Y., Y. Wang, and F. Yared, "Do option markets correctly price the probabilities of movement of the underlying asset?," *Journal of Econometrics,* 102(2001), pp. 67-110.

Anderson, T., L. Benzoni, and J. Lund, "An Empirical Investigation of Continuous-Time Equity Return Models," *Journal of Finance,* 57(2002), pp. 1239-1284.

Anderson, T., T. Bollerslev, F. Diebold, and P. Labys, "Modeling and Forecasting Realized Volatility," *Econometrica,* 71(2003), pp. 579-625.

Bakshi, G., C. Cao, and Z. Chen, "Do Call Prices and the Underlying Stock Always Move in the Same Direction?," *Review of Financial Studies, 13*(2000), pp. 549-584.

Bakshi, G., and N. Kapadia, "Delta-Hedged Gains and the Negative Market Volatility Risk Premium," *Review of Financial Studies,* 16(2003), pp. 527-566.

Bakshi, G., N. Kapadia, and D. Madan, "Stock Return Characteristics, Skew Laws, and the Differential Pricing of Individual Equity Options," *Review of Financial Studies*, 16(2003), pp. 101-143.

Bakshi, G., and D. Madan, "A Theory of Volatility Spreads," *Management Science,* 52(2006), pp. 1945-1956.

Barber, B., and T. Odean, "The Courage of Misguided Conviction: The Trading Behavior of Individual Investors," *Financial Analyst Journal* (1999), 41-55.

Barber, B., and T. Odean, "Trading is Hazardous to Your Wealth: The Common Stock Investment Performance of Individual Investor," *Journal of Finance*, 55(2000), 773-806.

Barber, B., and T. Odean, "All that Glitters: The Effect of Attention and News in the Buying Behavior of Individual and Institutional Investors," *Review of Financial Studies* (2006), Forthcoming.

Barber, B., Y. Lee, Y. Liu, and T. Odean, “Do Individual Day Traders Make Money? Evidence from Taiwan,” University of California Berkeley working paper, 2004.

BIS Monetary and Economic Department, "International Banking and Financial Market Developments," *BIS Quarterly Review*, December 2005.

Black, F., and M. Scholes, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy,* 81(1973), pp. 637-659.

Bliss, R., and N. Panigirtzoglou, "Option-implied Risk Aversion Estimates," *Journal of Finance*, 55(2004), pp. 205-238.

Bollen, N., and R. Whaley, "Does Net Buying Pressure Affect the Shape of Implied Volatility Functions?" Journal of Finance, 55(2004), pp. 711-753.

Bollerslev, T., M. Gibson, H. Zhou, "Dynamic Estimation of Volatility Risk Premia and Investor Risk Aversion from Option-Implied and Realized Volatility," *Finance and Economics Discussion Series* (2004), Working Paper No. 2004-56.

Breeden, D., and R. Litzenberger, "Prices of State-Contingent Claims implicit in Option Prices," *Journal of Business*, 51(1978), pp. 621-651.

Britten-Jones, M., and A. Neuberger, "Option Prices, Implied Price Processes, and Stochastic Volatility," *Journal of Finance*, 55(2000), pp. 839-866.

Chernov, M., and E. Ghysels, “A Study towards a Unified Approach to the Joint Estimation of Objective and Risk Neutral Measures for the Purpose of Options Valuation,” *Journal of Financial Economics*, 56 (2000), pp. 407-458.

Choe, H., B. Kho, and R. Stulz, “Do Foreign Investors Destabilize Stock Markets? The Korean Experience in 1997,” *Journal of Financial Economics*, 54 (1999), 227-264.

Choe, H., B. Kho, and R. Stulz, “Do Domestic Investors have an Edge? The Trading Experience of Foreign Investors in Korea,” *Review of Financial Studies*, 18 (2005), pp. 795-829.

French, K., and W. Schwart, and R. Stambaugh, "Expected Stock Returns and Volatility," *Journal of Financial Economics*, 19(1987), pp. 3-29.

Glosten, L, R. Jagannathan, and D. Runkle, "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks," *Journal of Finance*, 48(1993), pp. 1779-1801.

Grinblatt, M., and M. Keloharju, “The Investment Behavior and Performance of Various Investor Types: A Study of Finland’ Unique Data Set,” *Journal of Financial Economics*, 55(2000), 43-67.

Hansen, L., "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators," *Econometrica,* 50(1982), pp. 1024-1084.

Jackwerth, J., "Recovering Risk Aversion from Options Prices and Realized Returns," *Review of Financial Studies*, 13(2000), pp. 433-451.

Jackwerth, J., and M. Rubinstein, "Recovering Probability Distributions from Option Prices," *Journal of Finance*, 51(1996), pp. 1611-1631.

Jiang, G., and Y. Tian, "The Model-Free Implied Volatility and its Information Content," *Review of Financial Studies*, 18(2005), pp. 1305-1342.

Kang, J., and H. Park, "The Information Content of Net Buying Pressure: Evidence from the KOSPI 200 Index Option Market," *Journal of Financial Markets (*2008), pp. 35-56.

Lakonishock, J., I. Lee, N. Pearson, and A. Poteshman, “Option Market Activity,” *Review of Financial Studies*, 20 (2007), pp. 813-857

Merton, R., "On Estimating the Expected Return on the Market: An Exploratory Investigation," *Journal of Financial Economics*, 8 (1980), pp. 323-361.

Moodley, N., “The Heston Model: A Practical Approach with Matlab Code,” An Honours Project (2005), University of the Witwatersrand.

Odean, T., “Are Investors Reluctant to Realize Their Losses?,” Journal of Finance, 53, (1998a), pp. 1775-1798.

Odean, T., “Volume, Volatility, and Profit When All Traders are above Average,” *Journal of Finance*, 53 (1998b), 1887-1934.

Odean, T., “Do Investors Trade Too Much?,” *American Economic Review*, 89(1999), 1279-1298.

Rosenberg, J., and R. Engle, "Empirical Pricing Kernels," *Journal of Financial Economics*, 64(2002), pp. 341-372.

Ziegler, A., “Why Does Implied Risk Aversion Smile?,” *Review of Financial Studies*, 20(2007), pp.859-904.

Table 1 Specification of Samples

	S&P 500	Nikkei 225	KOSPI 200
Underlying Asset	S&P 500 index	Nikkei 225 index	KOSPI 200 index
Source	Ivy Option Metric	Nikkei Database	KRX
Sampling Time	Closing price	Closing price	p.m. 2:50 price
Type of Price	Midpoint of best bid & best offer	Contract price	Contract price
Sample period	1999/01/01~ 2007/06/30	1999/01/01~ 2007/06/30	1999/01/01~ 2007/06/30
Riskfree rate	3-month treasury bill rate	3-month treasury bill rate	91-Call rate
Moneyness (S/K)	0.9~1.1	0.8~1.2	0.8~1.2

Table 2 Cross-sectional properties of option samples

	S&P 500			Nikkei 225			KOSPI 200		
	# of cross-section	Ave # of OTM (Range)		# of cross-section	Ave # of OTM (Range)		# of cross-section	Ave # of OTM (Range)	
1 month (20 trading days)	104	C	19.01 (3-56)	102	C	4.89 (2-9)	102	C	6.34 (2-12)
		P	18.84 (3-54)		P	4.23 (2-6)		P	6.86 (2-15)
		Total	37.85 (9-104)		Total	9.11 (5-14)		Total	13.21 (7-22)
2 month (40 trading Days)	103	C	15.01 (2-56)	102	C	5.32 (2-9)	99	C	6.04 (1-20)
		P	13.35 (3-52)		P	4.10 (2-6)		P	6.08 (1-13)
		Total	28.36 (7-102)		Total	9.42 (6-15)		Total	12.14 (2-32)

Table 3 Summary Statistics of Underlying Assets

		Annualized Ave. Return	**Standard Deviation**	**Skewness**	**Kurtosis**	**Autocorr.**	**Min**	**Max**	**JB-statistic**
S&P 500	**Full Sample**	2.36%	17.55%	0.07	5.40	-0.01	-1501.13%	1393.31%	515.51
	Sub 1	-8.33%	22.03%	0.15	4.13	0.00	-1501.13%	1393.31%	57.16
	Sub 2	11.83%	12.27%	-0.04	4.80	-0.01	-870.34%	870.34%	152.34
Nikkei 225	**Full Sample**	3.25%	21.64%	-0.15	4.69	-0.01	-1808.50%	1805.44%	254.80
	Sub 1	-12.27%	24.74%	0.03	4.42	-0.01	-1808.50%	1805.44%	82.62
	Sub 2	16.94%	18.49%	-0.41	4.16	0.00	-1306.46%	88.05%	93.96
KOSPI 200	**Full Sample**	14.62%	31.48%	-0.32	6.06	0.03	-3184.74%	2104.31%	852.25
	Sub 1	5.28%	39.96%	-0.25	4.56	0.03	-3184.74%	2104.31%	108.88
	Sub 2	22.83%	21.42%	-0.30	4.47	0.01	-1517.04%	1259.02%	117.06

Table 4 Volatility Spread (1 month)

	Sample Period	RN vol σ_{rn} (%)	Physical Vol σ_p (%)	Vol Spread $\sigma_{rn}/\sigma_p - 1$ (%) mean	t-stat	Indicator Z_T (%)
S&P 500	**Total Sample**	20.53	15.83	54.05	0.75	75.96
	Subsample 1	20.23	20.93	3.20	0.10	50
	Subsample 2	20.79	11.46	97.64	1.41	98.21
	1999	21.1	17.52	23.19	0.85	75
	2000	18.05	22.11	-10.81	-0.3	25
	2001	19.54	19.11	6.06	0.22	58.33
	2002	22.21	24.99	-5.64	-0.24	41.67
	2003	22.19	15.69	49.23	1.48	100
	2004	18.04	10.73	72.92	2.03	100
	2005	21.29	9.64	128.22	1.98	100
	2006	24.06	9.56	162.95	3.04	100
	2007/01~2007/06	17.14	11.75	63.46	0.72	87.5
Nikkei 225	**Total Sample**	23.43	20.42	21.19	0.77	74.51
	Subsample 1	26.8	23.79	18.10	0.70	72.92
	Subsample 2	20.43	17.41	23.94	0.84	75.93
	1999	23.23	20.3	18.39	0.76	75
	2000	22.3	21.41	10.33	0.40	58.33
	2001	31.33	29.49	12.38	0.49	66.67
	2002	30.33	23.98	31.32	1.21	91.67
	2003	25.74	22.77	15.24	1.00	66.67
	2004	21.35	17.26	27.86	1.15	83.33
	2005	15.08	12.98	25.04	0.71	75
	2006	20.7	18.72	16.37	0.61	75
	2007/01~2007/06	18.12	13.24	46.42	1.15	83.33
KOSPI 200	**Total Sample**	30.46	28.75	17.63	0.49	67.65
	Subsample 1	38.47	38.9	6.50	0.19	56.25
	Subsample 2	23.34	19.73	27.53	0.78	77.78
	1999	43.14	42.07	6.16	0.19	50
	2000	40.5	46.34	-6.36	-0.20	33.33
	2001	33.83	35.15	8.84	0.20	66.67
	2002	36.43	32.03	17.36	0.69	75
	2003	30.36	25.27	25.79	0.89	66.67
	2004	25.15	22.98	22.40	0.52	75
	2005	19.72	16.25	26.96	0.90	83.33
	2006	20.53	17.1	29.81	0.77	83.33
	2007/01~2007/06	18.51	14.35	37.80	0.87	83.33

Table 5 Risk Aversions (A) – using 60 days data

				Unrestricted Estimation				Restricted $\kappa_p = 3$				Restricted $\theta_p = 0$			
	Horizon	IV	df	γ	$t(\gamma)$	J_T	$p-value$	γ	$t(\gamma)$	J_T	$p-value$	γ	$t(\gamma)$	J_T	$p-value$
S&P 500	**1 month**	Set 1	1	**10.64**	2.87	3.70	0.15	**27.22**	0.92	9.02	0.00	**11.03**	2.81	2.93	0.08
		Set 2	2	**11.05**	2.94	3.96	0.26	**26.06**	1.07	9.89	0.01	**11.16**	2.83	3.64	0.16
	2 month	Set 1	1	**6.29**	1.23	2.33	0.12	**-269.7**	-0.93	0.12	0.71	**5.69**	1.07	2.27	0.13
		Set 2	2	**6.03**	1.16	2.61	0.27	**-43.38**	-0.80	1.90	0.38	**5.70**	1.08	2.40	0.30
Nikkei 225	**1 month**	Set 1	1	**6.18**	4.54	0.27	0.60	**11.88**	2.48	2.64	0.11	**7.63**	4.65	0.05	0.81
		Set 2	2	**5.89**	4.61	0.91	0.63	**11.70**	2.44	3.84	0.15	**7.52**	4.65	0.29	0.86
	2 month	Set 1	1	**5.06**	3.62	0.69	0.40	**7.55**	1.72	4.62	0.03	**6.34**	3.70	0.02	0.89
		Set 2	2	**4.91**	3.53	2.77	0.25	**1.29**	0.59	32.48	0.00	**6.26**	3.67	0.41	0.81
KOSPI 200	**1 month**	Set 1	1	**2.74**	3.22	1.62	0.20	**10.89**	2.63	0.02	0.89	**2.87**	3.33	3.07	0.08
		Set 2	2	**2.72**	3.26	3.20	0.20	**8.44**	2.41	4.40	0.11	**2.88**	3.34	3.86	0.15
	2 month	Set 1	1	**1.56**	1.86	1.21	0.27	**4.16**	1.81	0.36	0.54	**1.81**	1.77	2.00	0.16
		Set 2	2	**1.48**	1.76	2.49	0.28	**3.77**	1.74	1.59	0.45	**1.76**	1.69	3.03	0.21

Table 6 Risk Aversions (B) – using 120 days data

				Unrestricted Estimation				Restricted $\kappa_p = 3$				Restricted $\theta_p = 0$			
	Horizon	IV	df	γ	$t(\gamma)$	J_T	$p-value$	γ	$t(\gamma)$	J_T	$p-value$	γ	$t(\gamma)$	J_T	$p-value$
S&P 500	**1 month**	Set 1	1	**8.59**	2.82	2.63	0.11	**18.99**	0.86	7.96	0.00	**9.47**	2.95	1.81	0.17
		Set 2	2	**8.35**	2.75	2.85	0.23	**10.67**	0.66	8.09	0.02	**9.32**	2.89	2.15	0.34
	2 month	Set 1	1	**4.02**	1.10	2.38	0.13	**-84.90**	-1.22	0.24	0.61	**4.17**	1.12	2.22	0.13
		Set 2	2	**5.02**	2.06	2.69	0.44	**-32.16**	-0.98	1.47	0.48	**4.18**	1.10	2.39	0.30
Nikkei 225	**1 month**	Set 1	1	**4.54**	5.20	0.01	0.94	**10.06**	2.27	2.68	0.10	**5.08**	4.96	0.37	0.54
		Set 2	2	**3.72**	5.65	3.18	0.20	**9.39**	2.24	4.18	0.12	**4.39**	4.87	3.87	0.15
	2 month	Set 1	1	**3.63**	4.15	0.29	0.58	**6.16**	1.69	4.09	0.04	**4.11**	3.99	0.04	0.85
		Set 2	2	**2.92**	3.81	4.54	0.10	**2.05**	0.85	25.39	0.00	**3.00**	4.01	3.60	0.16
KOSPI 200	**1 month**	Set 1	1	**2.16**	3.13	2.15	0.14	**8.88**	2.68	0.19	0.66	**2.27**	3.28	3.54	0.06
		Set 2	2	**2.08**	3.08	3.24	0.20	**7.56**	2.54	3.48	0.17	**2.24**	3.21	4.00	0.13
	2 month	Set 1	1	**1.12**	1.66	2.17	0.14	**3.12**	1.66	1.17	0.27	**1.30**	1.54	3.05	0.08
		Set 2	2	**1.18**	1.80	2.89	0.23	**3.10**	1.68	1.79	0.40	**1.38**	1.72	3.72	0.16

Table 7 Default parameters for simulation of option prices

$$dS_t = \mu S dt + \sqrt{v_t} S_t dz_1(t),$$

$$dv_t = \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t}dz_2(t)$$

Mean reversion	$\kappa = 3$
Long-run variance	$\theta = .02$
Initial variance	$v = .02$
Correlation of $z_1(t)$ and $z_2(t)$	$\rho = -0.8 \sim 0.8$
Volatility of volatility parameter	$\sigma = .1 \sim .5$
Option maturity	1 month (20 trading days)
Interest rate	$r = 0$
Risk premium	λ =-2.5

Table 8 The change of implied risk aversion when λ =-2.5 ($\sigma = .1$)

a) Mean of simulated arguments when $\phi = 0$

		Mean(σ_{rn})	Mean(σ_p)	Mean(θ_p)	Mean(κ_p)
ρ	-.8	14.34%	13.24%	-0.12	3.09
	-.4	14.39%	13.27%	-0.10	3.07
	0	14.51%	13.40%	-0.07	3.05
	.4	14.70%	13.62%	-0.05	3.04
	.8	15.03%	13.98%	-0.02	3.03

b) The implied risk aversions (t-statistic)

		ϕ				
		-7000	-5000	0 (Heston)	5000	7000
ρ	-.8	8.08(2.56)	7.60(2.57)	6.96(2.58)	7.08(2.59)	7.27(2.58)
	-.4	8.79(2.40)	8.54(2.41)	8.17(2.43)	8.13(2.42)	8.19(2.42)
	0	12.00(1.87)	11.95(1.88)	11.83(1.88)	11.71(1.89)	11.67(1.89
	.4	9.75(1.49)	9.68(1.49)	9.51(1.50)	9.35(1.50)	9.29(1.51)
	.8	5.03(0.82)	4.90(0.83)	4.73(0.85)	4.58(0.86)	4.61(0.89)

Table 9 The change of implied risk aversion when λ =-2.5 ($\sigma = .3$)

a) Mean of simulated arguments when $\phi = 0$

		Mean(σ_{rn})	Mean(σ_p)	Mean(θ_p)	Mean(κ_p)
ρ	-.8	12.76%	11.42%	-0.28	3.63
	-.4	12.85%	11.45%	-0.20	3.70
	0	12.80%	11.38%	-0.11	3.59
	.4	12.81%	11.45%	0.00	3.43
	.8	13.30%	12.07&	0.09	3.26

b) The implied risk aversions (t-statistic)

		ϕ				
		-5000	-3000	0 (Heston)	3000	5000
ρ	-.8	X	X	6.55(3.89)	6.62(3.97)	X
	-.4	7.46(4.24)	7.38(4.24)	7.34(4.24)	7.35(4.25)	7.41(4.26)
	0	9.99(4.18)	9.97(4.17)	9.95(4.17)	9.93(4.17)	9.91(4.17)
	.4	11.59(3.74)	11.68(3.75)	11.80(3.77)	11.90(3.78)	11.95(3.78)
	.8	X	-6.86(-3.3)	-7.7(-3.88)	-8.36(-4.29)	X

Table 10 The change of implied risk aversion when λ =-2.5 ($\sigma = .5$)

a) Mean of input arguments when $\phi = 0$

		Mean(σ_{rn})	Mean(σ_p)	Mean(θ_p)	Mean(κ_p)
ρ	-.8	12.74%	11.40%	-0.48	4.60
	-.4	12.87%	11.62%	-0.26	4.56
	0	12.69%	11.35%	-0.05	4.45
	.4	12.20%	10.79%	0.08	4.18
	.8	12.78%	11.42%	0.28	3.92

b) The implied risk aversions (t-statistic)

		ϕ				
		-3000	-1000	0 (Heston)	1000	3000
ρ	-.8	X	8.24(5.07)	8.16(5.08)	8.13(5.10)	8.21(5.17)
	-.4	7.68(5.21)	7.61(5.20)	7.59(5.20)	7.58(5.19)	7.52(5.18)
	0	8.69(5.09)	8.69(5.08)	8.70(5.08)	8.70(5.07)	8.70(5.07)
	.4	12.32(6.10)	12.38(6.12)	12.41(6.13)	12.44(6.13)	12.49(6.15)
	.8	X	-11.48(-5.87)	-11.67(-6.01)	-11.85(-6.13)	-12.20(-6.36)