

# 마팅계일제약 조건부 내재정보와 정보효율성

김무성\* · 강태훈\*\*

## < 요약 >

옵션의 시장가격에 내재된 정보를 이용하여 의사결정의 유용성을 검증한 기존연구들은, 대부분 무재정하에서 유일한 상대가격밀도의 존재를 가정한다. 그러나 실제 시장은 거래비용이나 확률변동성, 점프에 대한 프리미엄의 존재 등으로 인해 마팅계일제약조건(MR)을 기각한다. 따라서 본 연구에서는 MR에 대한 Longstaff(1995)의 정의를 이용하여, 독립적인 정보들의 시계열상관관계를 의사결정과 시장의 정보효율성 관점에서 고찰하였다.

분석결과, 옵션의 독립적인 정보와 기초자산의 독립적인 정보는 1거래일 이전에 상대시장으로 충분히 유입됨으로 인해, 이를 이용한 일별거래자들의 의사결정 유용성은 미약한 것으로 발견되었다. 그리고 하루 중의 10분 동안은 독립적인 정보들의 시계열자기상관관계가 표본비율에 다소 명확한 차이를 가지고 반영되었다. 그러나 MR을 기각시키는 요인들의 영향이 고차적됨에 포함되어 있음으로 인해, 고차적됨을 고려하는 모형에서 일차적됨을 이용하여 이들의 영향을 추가적으로 반영하는 것은 가격예측과 델타헤징성과에 미약하게 영향을 미쳤다. 시장의 정보효율성과 관련하여서는, 독립적인 정보가 상대시장으로 완전히 유입되기까지는 적어도 1거래일 이상이 소요되는 것으로 파악되었다. 그리고 하루 중 3시간미만의 헤징기간에서는 기초자산의 독립적인 정보가 옵션의 독립적인 정보에 비해 더 유용하였지만, 헤징기간이 증가할수록 옵션의 독립적인 정보가 상대적으로 더 유용하게 델타헤징성과에 반영되었다.

결론적으로, 독립적인 정보의 시계열상관관계는 가격예측과 델타헤징을 이용한 분석결과에서 체계적으로 발견됨으로, KOSPI 200 지수(옵션)시장은 다소 비효율적인 것으로 판단된다. 그러나 이를 이용한 의사결정의 유용성은 미약한 것으로 보인다.

\* 부산대학교 경영학부 교수

\*\* 부산대학교 경영-경제연구소 전임연구원

## I. 서론

옵션가격의 확률적인 변동이 유일하게 기초자산가격의 확률적인 변동에만 의존하고, 시장마찰요인들이 없는 완전금융자본시장에서 재정기회가 존재하지 않을 경우, Longstaff(1995)의 마팅계일제약조건(이하 MR)이 성립된다<sup>1)</sup>. 이 경우 금융자본시장은 옵션시장이 존재하기 전에도 이미 순간적으로 완성(complete)상태하에 있게 되어, 기초자산과 무위험자산을 이용하여 옵션을 복제하는 것이 가능하다<sup>2)</sup>.

그러나 Leland(1985)의 지적처럼 거래비용이 존재할 경우 다기간에서의 연속적 복제전략은 무한대의 거래비용이 요구된다. 또한 현실적으로 금융자본시장에서 존재하는 증권의 수는 유한한 반면 미래 발생가능한 상태의 수는 거의 무한하기 때문에, 실제 금융자본시장은 불완성시장(incomplete market)으로 보는 것이 타당할 것이다. 이와 관련하여, Merton, Scholes and Gladstein(1978, 1982)은 여분자산(redundancy asset)의 가정과는 달리, 옵션은 기초자산을 이용한 수익률패턴을 수정하고 확장하기 위해 사용될 수 있음을 실증적으로 보였다. KOSPI 200 지수옵션시장에 대한 현정순, 이병근(2004), 김무성, 강태훈(2007a, 2007b, 2008) 등의 연구에서도 여분가정은 기각되었다. 또한 Bakshi and Kapadia(2003)등은 변동성과 기초자산가격과의 음의 상관으로 인한 투자자들의 헤징수요를 반영하여, 옵션가격에는 확률변동성과 점프에 대한 프리미엄이 포함되어 있음을 검증하였다. 이 경우 옵션가격은 무재정에서의 위험중립가치평가원리로는 불완전하게 설명되므로, 옵션의 가치평가를 위해 추가적 상태변수에 대한 프리미엄을 고려할 수 있는 균형논리를 적용하는 것이 보다 적절할 것이다. 실제로 Longstaff(1995)와 김무성, 강태훈(2007b)은 MR을 고려하지 않은 Black and Scholes(1973)모형(이하 BS모형)이 고려한 BS모형보다 내표본에서의 옵션가격오차가 크게 감소됨을 보였다.

이와 같이 MR이 기각될 경우, 옵션시장가격과 기초자산시장가격은 완전히 상관되어 있지 않음으로, 특정시점에서 옵션시장가격과 기초자산시장가격에 포

1) Longstaff(1995)는 마팅계일제약조건을 옵션의 시장가격에 내재된 기초자산가격과 기초자산의 시장가격이 동일한 것으로 정의하였다.

2) 무재정하에서 성립될 수 있는 옵션가격과 기초자산가격과의 이론적인 관계는 단조증감특성(the monotonicity property), 완전상관특성(the perfect correlation property), 여분특성(the option redundancy property)의 세 가지로 요약될 수 있다. 구체적인 내용은 Bakshi, Cao and Cher(2000)을 참고.

함된 정보는 동일하지 않고, 독립적인 정보가 존재한다<sup>3)</sup>.

본 연구는 이러한 독립적인 정보의 시계열상관관계를 가격예측과 델타헤징에 이용함으로써, 의사결정의 유용성과 시장의 정보효용성을 분석하는 것을 목적으로 한다.

이를 보다 구체적으로 설명하면,  $t$ 시점에서 기초자산(옵션)시장가격에는 포함되어 있지 않고 옵션(기초자산)시장가격에만 포함된 독립적인 정보가 존재한다고 하자. 그리고 이러한 옵션(기초자산)의 독립적인 정보는 시계열적으로 양의 자기상관관계를 가지며, 기초자산(옵션)의 시장가격에는 상대적으로 지연되게 반영된다고 가정한다.

이 경우, 기초자산의 독립적인 정보가 옵션의 시장가격에 충분히 반영되기 이전의 옵션시장가격에 대한 예측은,  $t$ 시점의 옵션시장가격에 포함된 모든 정보를 이용하는 것이, 무재정하에서 기초자산시장가격에 포함된 정보에 조건적으로 옵션시장가격에 포함된 정보를 이용하는 경우보다 더 정확할 것이다<sup>4)</sup>. 그리고 예측기간이 증가할수록 옵션시장가격에 반영되는 기초자산의 독립적인 정보로 인해, 위의 두 정보를 이용한 예측성과의 차이는 감소하다가 사라지게 될 것이다. 따라서 예측기간별로 위의 두 정보를 이용한 예측성과의 차이를 비교함으로써, 기초자산의 독립적인 정보가 옵션시장으로 반영되는 속도를 파악할 수 있다. 반대로 옵션의 독립적인 정보가 기초자산의 시장가격에 충분히 반영되기 이전의 기초자산시장가격에 대한 예측은,  $t$ 시점의 옵션시장가격에 포함된 정보를 이용하기 보다는,  $t$ 시점의 기초자산시장가격에 포함된 정보를 이용하는 것이 더 정확할 것이다. 그리고 예측기간이 증가할수록 기초자산시장가격에 반영되는 옵션의 독립적인 정보로 인해, 예측성과의 차이는 감소하다가 사라지게 된다. 따라서 예측기간별로 두 정보를 이용한 예측성과의 차이를 비교함으로써, 옵션의 독립적인 정보가 기초자산시장으로 반영되는 속도를 파악할 수 있다.

그리고 델타헤징은  $t$ 시점 이후에 (시계열자기상관으로 인해) 옵션시장가격에 반영되는 옵션의 독립적인 정보와 (기초자산시장에서 유입되는) 기초자산의 독립적인 정보를 반영한다. 또한 (시계열 자기상관으로 인해) 기초자산시장가격에

3) 본 연구에서 옵션(기초자산)의 독립적인 정보는 특정시점에서 옵션(기초자산)시장가격에는 포함되어 있지만 기초자산(옵션)시장가격에는 포함되어 있지 않은 정보로 정의한다.

4) 여기서 "조건적"이라는 표현은 옵션의 기대수익률(위험)과 기초자산의 기대수익률(위험)은 선형적인 관계를 가지며, 오직 옵션의 레버리지효과만이 이러한 선형적인 관계에 영향을 미치는 것을 의미한다.

반영되는 기초자산의 독립적인 정보와 (옵션시장에서 유입되는) 옵션의 독립적인 정보를 반영함으로써, 위의 4가지 영향을 동시에 포함한다.

따라서 옵션시장가격에 포함된 모든 정보를 이용하는 경우와 무재정하에서 기초자산시장가격에 포함된 정보에 조건적으로 옵션시장가격에 포함된 정보를 이용하는 경우의 델타헤징성과를 비교함으로써, 주어진 헤징기간동안에 기초자산의 독립적인 정보와 옵션의 독립적인 정보 중에서 어느 정보가 더 유용한지를 비교해 볼 수 있다.

옵션의 독립적인 정보와 기초자산의 독립적인 정보는 MR을 이용하여 구분하여 추론될 수 있다. MR을 고려하지 않은 모형의 내재모수를 추론할 경우, 주어진 시점에서 옵션시장가격에 포함된 모든 정보가 내재모수에 반영됨으로, 옵션의 독립적인 정보도 이에 포함된다. 그리고 MR을 고려한 모형의 내재모수에는 무재정하에서 기초자산시장가격에 포함된 모든 정보를 주어진 것으로 받아들이고 이에 조건적으로 옵션시장가격에 포함된 정보가 반영됨으로, 기초자산의 독립적인 정보가 포함된다.

그리고 실증적으로 MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형은 상태가격밀도 일차적률의 제약여부로 구분된다. 즉 주어진 모형의 내재모수를 추론할 때 기초자산의 시장가격을 대입하여 추론할 경우, 이를 MR을 고려한 모형으로 정의한다. MR을 고려하지 않은 모형은 기초자산의 가격을 내재모수에 포함하여 함께 추론한다. 이와 같이 옵션시장가격들에 내재된 상태가격밀도의 일차적률을 기초자산의 시장가격으로 제약하지 않은 모형은 재정모형인 제약된 모형을 비교적 단순한 일반균형의 형태로 표현한 것으로 간주할 수 있다(Longstaff: 1995).

가격예측성과와 델타헤징성과를 측정하기 위한 구체적인 모형으로는, 시장의 효율성과 관련된 특성을 파악하기 위해서는 기초자산로그수익률의 정규분포를 가정한 BS모형이 적합할 것으로 판단된다. 그 이유는 기존연구에서 발견된 확률변동성위험프리미엄, 점프위험프리미엄 등의 MR을 기각하는 원인들은 내재상태가격밀도의 고차적률에 영향을 미치기 때문이다. 이 경우 내재고차적률을 모형화할 수 있는 옵션가격결정모형을 이용하게 되면, 내재일차적률을 기초자산의 시장가격으로 제약한 경우에도 옵션의 독립적인 정보가 MR을 고려한 모형의 내재모수에 반영된다.

그러나 의사결정의 유용성을 분석하기 위해서는, 고차적률을 고려한 모형을 포함하여 성과를 비교할 필요가 있다. 따라서 BS모형의 변동성스마일을 고려하

기 위하여 옵션 딜러들에 의해 개발되어 실무에서 자주 사용되고 있는 변동성 스마일기법(volatility smile technique)을 이용한다(이하 ad-hoc BS모형). 그리고 정규분포의 Gram-Charlier 확장을 통해 반모수적(semiparametric)으로 내재적률을 추론하는 수정된 Corrado and Su(1996) 모형(이하 CS모형)을 함께 사용하기로 한다<sup>5)</sup>. 고차적률을 고려하는 두 모형을 비교할 경우, 전자는 이론적으로는 타당하지 않지만 변동성스마일을 이용하여 비교적 단순하게 고차적률을 고려할 수 있는 모형이다. 후자는 다소 복잡한 추론과정을 이용하여 이론과 정합되게 내재고차적률을 직접적으로 고려할 수 있는 모형으로 볼 수 있다.

본 연구의 주제와 관련하여, Dumas, Fleming and Whaley(1998), Gemmill and Safilkos(2000), Kim and Kim(2003)과 김무성, 강태훈(2006)은 내재정보를 추론하여 가격예측이나(과) 헤징의 성과를 분석하였다. 그러나 이들 연구들은 모두 MR을 고려하여 내재모수를 추론하였다. 본 연구는 이들 연구에서 한 단계 더 나아가, 독립적인 정보의 시계열상관관계를 가격예측과 델타헤징에 적용함으로써, 의사결정의 유용성을 증가시킬 수 있는가를 분석하는 것이다. 이를 위해 MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형의 성과를 비교하게 된다.

또한 시장의 정보효율성과 관련하여, 기초자산시장과 옵션시장간의 선행행관계를 통계적인 모형을 이용하여 분석하는 선행연구들과는 달리, 두 시장에 포함되어 있는 독립적인 정보들의 시계열상관관계와 수렴속도를 가격예측과 델타헤징의 성과를 이용하여 분석한다는 차이를 가진다.

본 연구는 먼저 예측(헤징)기간 1일과 5일 동안의 가격예측성과 델타헤징 성과를 분석함으로써, 개별거래자들의 의사결정을 위한 적용가능성을 분석한다. 그리고 분석결과를 보다 강건하게 제시함과 동시에, 시장효율성과 관련된 정보 수렴속도를 파악하기 위해, 하루 중의 다양한 예측(헤징)기간에서 가격예측과 델타헤징성과를 분석하기로 한다. 또한 이는 초단기거래자들이나 일중거래자들에게는 투자와 델타헤징에 필요한 정보로 이용될 수 있을 것이다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. I장의 서론에 이어, II장에서는 MR에 조건적인 내재정보를 이용한 가격예측과 델타헤징성과의 측정방법에 대하여 설명한다. III장에서는 실증결과를 제시하고, 마지막 IV장은 결론을 제안한다.

5) Brown and Robinson(2002)은 Corrado and Su(1996) 모형이 가진 오류를 수정하였다.

## II. 마팅게일제약에 조건적인 내재정보를 이용한 가격예측과 델타해징성과의 측정방법론

### 1. 가격예측성과의 측정방법

MR을 고려한 BS모형의 옵션가격예측성과를 측정하기 위하여, 먼저  $t$ 시점에서 아래의 식 (1)을 만족하는 BS모형의 내재변동성( $\sigma_t^*$ )을 추론한다<sup>6)</sup>.

$$\text{Min}_{\sigma_t} Q_t = \sum_{i=1}^n [O_t^M - O_t^{BS}(S_t^M, \sigma_t)]^2 \quad (1)$$

단,  $O_t^M$  :  $t$ 시점에서 옵션의 시장가격

$O_t^{BS}(S_t^M, \sigma_t)$  :  $t$ 시점에서의 기초자산시장가격  $S_t^M$ 과 변동성  $\sigma_t$ 을  
이용한  $t$ 시점에서 BS모형의 이론가격

$n$  : 다른 모든 조건이 동일하고 행사가격이 다른  $t$ 시점에서의 횡  
단면 옵션의 개수

식 (2)와 같이  $t$ 시점에서의  $S_t^M$ 과  $\sigma_t^*$ 을 BS모형에 대입하여  $t + \Delta t$ 시점의 옵션에 대한 이론가격을 계산하고, 옵션이론가격과 시장가격과의 차이를 MR을 고려한 BS모형의 가격오차로 정의한다. 단,  $\Delta t > 0$

$$\epsilon_{t+\Delta t}^* = O_{t+\Delta t}^{BS}(S_t^M, \sigma_t^*) - O_{t+\Delta t}^M \quad (2)$$

MR을 고려하지 않은 BS모형의 옵션가격예측성과를 측정하기 위하여,  $t$ 시점에서 식 (3)을 만족하는 내재가격  $S_t^{**}$ 와 내재변동성  $\sigma_t^{**}$ 를 동시에 추론한다.

6) 본 연구의 방법론에서 정의된 기초자산가격은 모두 배당이 조절된 기초자산가격이다.

$$\text{Min}_{S_t, \sigma_t} Q_t = \sum_{i=1}^n [O_t^M - O_t^{BS}(S_t, \sigma_t)]^2 \quad (3)$$

식 (3)을 만족하는  $S_t$ 와  $\sigma_t$ 를 각각 내재가격  $S_t^{**}$ 와 내재변동성  $\sigma_t^{**}$ 로 정의한다. 그리고 식 (4)와 같이  $t$ 시점에서의  $S_t^{**}$ 와  $\sigma_t^{**}$ 를 BS모형에 대입하여  $t + \Delta t$ 시점의 옵션이론가격을 계산하고, 옵션이론가격과 시장가격과의 차이를 MR을 고려하지 않은 BS모형의 가격오차로 정의한다.

$$\epsilon_{t+\Delta t}^{**} = O_{t+\Delta t}^{BS}(S_t^{**}, \sigma_t^{**}) - O_{t+\Delta t}^M \quad (4)$$

MR을 고려한 모형의 가격오차인 식 (2)와 MR을 고려하지 않은 모형의 가격오차인 식 (4)는  $t$ 시점에서의 MR고려여부를 제외하고는 다른 모든 조건이 동일하다. 따라서  $t + \Delta t$ 시점의 식 (4)와 식 (2)의 차이는 오직  $t$ 시점에서 존재하는 독립적인 정보들이  $\Delta t$ 동안에 가지는 시계열상관관계로 인한 영향만을 반영한다.

다음으로 고차적분을 고려하기 위해, 식 (5)와 같이 BS모형의 내재변동성을 행사가격( $X$ )과  $X^2$ 의 함수로 가정하는 ad-hoc BS모형을 이용한다.

$$\sigma_t^{St} = A_0 + A_1 X + A_2 X^2 \quad (5)$$

그러나 BS모형은 상수변동성을 가정하기 때문에, BS모형에 식 (5)를 대입하는 것은 이론적으로 타당하지 않다. 그러나 BS모형의 변동성스마일을 고려하기 위하여 옵션 딜러들에 의해 개발된 이러한 변동성스마일기법(volatility smile technique)은 실무에서 자주 사용된다. 그러므로 의사결정의 유용성을 분석하기 위해 해당모형의 성과를 검증하는 것이 필요할 것이다. 또한 Dumas, Fleming and Whaley(1998)는 가격예측과 헤징의 관점에서 결정적변동성 옵션가격결정모형은 단순히 BS모형의 내재변동성을 행사가격과 잔존기간에 대하여 회귀하는 방법에 비해 더 우수하지 않음을 보였는데, MR고려 여부를 반영할 경우에도 동일한 결과를 가지는가를 검증해 본다.

MR을 고려한 ad-hoc BS모형의 옵션가격예측성과를 계산하기 위하여,  $t$ 시점에서 아래의 식 (6)을 만족하는 BS모형의 내재변동성( $\sigma_t^{St} = A_0^{St} +$

$A_1^{S_i^*}X + A_2^{S_i^*}X^2$ )을 추론한다.

$$\underset{\sigma_t^{S_i^*}}{Min} Q = \sum_{i=1}^n [O_t^M - O_t^{BS}(S_t^M, \sigma_t^{S_i^*})]^2 \quad (6)$$

식 (7)과 같이  $t$ 시점에서  $S_t^M$ 과  $\sigma_t^{S_i^*}$ 를 BS모형에 대입하여  $t + \Delta t$ 시점의 옵션이론가격을 계산하고, 옵션이론가격과 시장가격과의 차이를 MR을 고려한 ad-hoc BS모형의 가격오차로 정의한다.

$$\epsilon_{t+\Delta t}^{S_i^*} = O_{t+\Delta t}^{BS}(S_t^M, \sigma_t^{S_i^*}) - O_{t+\Delta t}^M \quad (7)$$

MR을 고려하지 않은 ad-hoc BS모형의 옵션가격예측성능을 계산하기 위해,  $t$ 시점에서 식 (8)을 만족하는  $S_t^{\sigma_i^{**}}$ 와  $\sigma_t^{\sigma_i^{**}}$ 를 추론한다.

$$\underset{S_t, \sigma_t^{\sigma_i^{**}}}{Min} Q = \sum_{i=1}^n [O_t^M - O_t^{BS}(S_t, \sigma_t^{\sigma_i^{**}})]^2 \quad (8)$$

즉  $S_t$ 를 이용하여 BS모형으로부터 추론된 행사가격별 내재변동성은 식 (5)의 변동성구조를 이용하여 보간되며, 보간된 내재변동성을 해당  $S_t$ 와 함께 다시 BS모형에 대입하여  $O_t^{BS}(S_t, \sigma_t^{\sigma_i^{**}})$ 를 계산한다. 행사가격을 제외하고 다른 모든 조건이 동일한 해당 거래일의 옵션들에 대하여, 동일한 방법으로 계산된  $O_t^{BS}(S_t, \sigma_t^{\sigma_i^{**}})$ 와  $O_t^M$ 과의 차이의 제곱합이 최소가 되는  $S_t$ 와  $\sigma_t^{\sigma_i^{**}}$ 를 각각 내재가격  $S_t^{\sigma_i^{**}}$ 와 내재변동성  $\sigma_t^{\sigma_i^{**}} = A_0^{\sigma_i^{**}} + A_1^{\sigma_i^{**}}X + A_2^{\sigma_i^{**}}X^2$ 로 정의한다.

그리고 식 (9)와 같이  $t$ 시점에서  $S_t^{\sigma_i^{**}}$ 와  $\sigma_t^{\sigma_i^{**}}$ 를 BS모형에 대입하여  $t + \Delta t$ 시점의 옵션이론가격을 계산하고, 옵션이론가격과 시장가격과의 차이를 MR을 고려하지 않은 ad-hoc BS모형의 가격오차로 정의한다.

$$\epsilon_{t+\Delta t}^{\sigma_i^{**}} = O_{t+\Delta t}^{BS}(S_t^{\sigma_i^{**}}, \sigma_t^{\sigma_i^{**}}) - O_{t+\Delta t}^M \quad (9)$$



BS모형의 변동성스마일 기온기는 내재분포와 대수정규분포의 차이의 함수로 표현되기 때문에(Kang: 2003), BS모형의 변동성스마일을 고려하기 위하여 주가 수익률의 정규분포에 대한 가정을 완화하는 방법이 사용될 수 있다. 현재까지 (비)모수적인 다양한 모형들이 개발되었는데, 본 연구에서는 정규분포의 Gram-Charlier 확장을 통해 고차적률이 고려된 위험중립분포를 반모수적으로 추론하는 식 (10)의 CS모형을 사용한다. CS모형은 김솔(2006)에 의해 KOSPI 200 지수옵션의 가격오차에 대하여, 위험중립분포의 왜도·첨도가 가지는 설명력을 검증하기 위해 사용되었다. 그러나 KOSPI 200 지수옵션을 대상으로, 가격예측과 헤징성과를 분석하기 위해 기존연구에서 사용된 모형으로는, 비모수적인 내재변동성을 보간하는 방법과 모수적인 two-lognormal mixture 모형에 국한된다. 따라서 밀도확장을 통해 가격결정과 헤징을 위한 폐쇄해를 유도할 수 있는 반모수적인 방법을 적용해 본다.

$$C_t^{CS} = C_t^{BS} + \mu_t^3 Q_t^3 + (\mu_t^4 - 3) Q_t^4 \quad (10-A)$$

$$P_t^{CS} = C_t^{BS} + \mu_t^3 Q_t^3 + (\mu_t^4 - 3) Q_t^4 + X e^{-r\tau} - S_t \quad (10-B)$$

$$\text{단, } Q_t^3 = \frac{1}{3!} S_t \sigma_t \sqrt{\tau} [(2\sigma_t \sqrt{\tau} - d_t) n(d_t)_t + \sigma_t^2 \tau M(d_t)_t]$$

$$Q_t^4 = \frac{1}{4!} S_t \sigma_t \sqrt{\tau} [(d_t^2 - 1 - 3\sigma_t \sqrt{\tau} (d_t - \sigma_t \sqrt{\tau})) n(d_t)_t + \sigma_t^3 \tau^{3/2} M(d_t)_t]$$

$M(\cdot)_t$  : 표준누적정규분포함수,  $n(\cdot)_t$  : 표준정규분포함수

$r$  : 무위험이자율,  $\tau$  : 옵션의 잔존기간

$\mu_t^3$  : t시점에서의 왜도,  $\mu_t^4$  : t시점에서의 첨도

$C_t^{BS}$ ,  $P_t^{BS}$  : t시점에서 BS모형의 콜옵션과 풋옵션 가격

$O_t^{CS}$  : CS모형의 옵션가격 (콜옵션이면  $C_t^{CS}$ , 풋옵션이면  $P_t^{CS}$ )

$$d_t = \frac{\ln(S_t/X) + (r + \frac{\sigma_t^2}{2})\tau}{\sigma_t \sqrt{\tau}}$$

MR을 고려한 CS모형의 옵션가격예측성과를 측정하기 위하여, 식 (10)에서

$S_t = S_t^M$ 으로 제약하고  $t$ 시점에서 아래의 식 (11)을 만족하는 내재모수들( $\sigma_t^{CS*}$ ,  $\mu_t^3$ ,  $\mu_t^4$ )을 추론한다.

$$\text{Min}_{\sigma_t, \mu_t^3, \mu_t^4} Q = \sum_{i=1}^n [O_t^M - O_t^{CS}(S_t^M, \sigma_t, \mu_t^3, \mu_t^4)]^2 \quad (11)$$

식 (12)와 같이  $t$ 시점에서의  $S_t^M$ ,  $\sigma_t^{CS*}$ ,  $\mu_t^3$ ,  $\mu_t^4$ 를 식 (10)의 CS모형에 대입하여  $t + \Delta t$ 시점의 옵션이론가격을 계산하고, 옵션이론가격과 시장가격과의 차이를 MR을 고려한 CS모형의 가격오차로 정의한다.

$$\epsilon_{t+\Delta t}^{CS*} = O_{t+\Delta t}^{CS}(S_t^M, \sigma_t^{CS*}, \mu_t^3, \mu_t^4) - O_{t+\Delta t}^M \quad (12)$$

MR을 고려하지 않은 CS모형의 옵션가격예측성과를 측정하기 위해, 식 (10)에서  $S_t = S_t^M$ 으로 제약하지 않고  $t$ 시점에서 식 (13)을 만족하는 내재모수들( $S_t^{CS**}$ ,  $\sigma_t^{CS**}$ ,  $\mu_t^{3**}$ ,  $\mu_t^{4**}$ )을 추론한다.

$$\text{Min}_{S_t, \sigma_t, \mu_t^3, \mu_t^4} Q = \sum_{i=1}^n [O_t^M - O_t^{CS}(S_t, \sigma_t, \mu_t^3, \mu_t^4)]^2 \quad (13)$$

그리고 식 (14)와 같이  $t$ 시점에서의  $S_t^{CS**}$ ,  $\sigma_t^{CS**}$ ,  $\mu_t^{3**}$ ,  $\mu_t^{4**}$ 를 CS모형에 대입하여  $t + \Delta t$ 시점의 옵션이론가격을 계산하고, 옵션이론가격과 시장가격과의 차이를 MR을 고려하지 않은 CS모형의 가격오차로 정의한다.

$$\epsilon_{t+\Delta t}^{CS**} = O_{t+\Delta t}^{CS}(S_t^{CS**}, \sigma_t^{CS**}, \mu_t^{3**}, \mu_t^{4**}) - O_{t+\Delta t}^M \quad (14)$$

한편  $t$ 시점의 정보를 이용한  $t + \Delta t$ 시점에서의 기초자산시장가격( $S_{t+\Delta t}^M$ )에 대한 예측오차는 식 (15)와 같이 계산된다.

$$(S_{t+\Delta t}^M - S_t) / S_t \quad (15)$$

MR을 고려한 기초자산가격의 예측오차는  $S_t$ 에  $S_t^M$ 을 대입하여 계산된다. MR을 고려하지 않은 BS모형과 ad-hoc BS모형, CS모형을 이용한 기초자산가격의 예측오차는 각각  $S_t$ 에  $S_t^{**}$ 와  $S_t^{a**}$ ,  $S_t^{CS**}$ 를 대입하여 계산된다.

## 2. 델타헤징성과의 측정방법

델타헤징의 성과는 Kim and Kim(2003)과 유사하게 다음과 같은 절차를 사용하여 측정된다. 먼저  $t$ 시점에  $O_t^M(X, \tau)$  한 단위를 매도하고  $S_t^M$ 를  $\delta_{t-1}$ 만큼 매입한다. 그리고  $O_t^M(X, \tau) - S_t^M \delta_{t-1} = \Omega_t$ 를 무위험자산에 투자한다. 여기서  $\delta_{t-1}$ 는  $t-1$ 시점에서의 옵션델타이고  $O_t^M(X, \tau)$ 는 행사가격이  $X$ , 잔존기간이  $\tau$ 인 옵션의  $t$ 시점에서의 시장가격이다. 다음으로  $t + \Delta t$ 시점에서 포지션을 청산한다. 그리고 복제포트폴리오와 옵션시장가격과의 차이를 헤징오차로 정의한다. 단,  $\Delta t > 0$

$$\delta_{t-1} S_{t+\Delta t}^M + \Omega_t e^{r\Delta t} - O_{t+\Delta t}^M(X, \tau - \Delta t) = E_{t+\Delta t} \quad (16)$$

MR을 고려한 BS모형의 헤징오차는  $S_{t-1}^M$ 과  $\sigma_{t-1}^*$ 으로 계산한 BS모형의  $\delta_{t-1}$ 를 식 (16)에 대입하여 측정한다.

MR을 고려하지 않은 BS모형의 헤징오차는  $S_{t-1}^{**}$ 와  $\sigma_{t-1}^{**}$ 으로 계산한 BS모형의  $\delta_{t-1}$ 를 식 (16)에 대입하여 측정한다.

식 (5)를 이용하여 변동성스마일을 고려할 경우의 헤징오차를 산출하기 위하여, Bates(2005)에 의해 비모수적으로 유도된 식 (17)의 옵션델타를 사용한다.

$$\delta_{t-1} = \delta_{t-1}^{BS} - O_{t-1}^{BS}(S_{t-1}, \sigma_{t-1}) \frac{X}{S_{t-1}^M} \frac{\partial \sigma_{t-1}}{\partial X} \quad (17)$$

MR을 고려한 ad-hoc BS모형의 헤징오차는 BS모형의 델타( $\delta_{t-1}^{BS}$ )와 BS모형

의 옵션가격( $O_{t-1}^{BS}$ )을 계산하기 위하여,  $S_{t-1}$ 과  $\sigma_{t-1}$  대신에 각각  $S_{t-1}^M$ 과  $\sigma_{t-1}^{M^*}$ 을 대입하고,  $\frac{\partial \sigma_{t-1}}{\partial X}$ 에  $A_1^{\sigma_{t-1}^*} + 2A_2^{\sigma_{t-1}^*} X$ 을 대입하여 계산한 식 (17)을 이용하여, 식 (16)을 계산한다.

MR을 고려하지 않은 ad-hoc BS모형의 헤징오차는  $\delta_{t-1}^{BS}$ 와  $O_{t-1}^{BS}$ 을 계산하기 위하여,  $S_{t-1}$ 과  $\sigma_{t-1}$  대신에 각각  $S_{t-1}^{a**}$ ,  $\sigma_{t-1}^{a**}$ 을 대입하고,  $\frac{\partial \sigma_{t-1}}{\partial X}$ 에  $A_1^{\sigma_{t-1}^{a**}} + 2A_2^{\sigma_{t-1}^{a**}} X$ 을 대입하여 계산한 식 (17)을 이용하여, 식 (16)을 계산한다.

내재고차적률을 직접적으로 고려하는 CS모형의 헤징오차를 계산하기 위하여, Vähämaa(2003)와 같이 식 (10)을 기초자산가격에 대하여 일차미분한 식 (18-A)와 (18-B)의 콜옵션델타와 풋옵션델타를 사용한다.

$$\delta_{t-1} = \frac{\partial C_{t-1}^{CS}}{\partial S_{t-1}} = N(d)_{t-1} + \mu_{t-1}^3 q_{t-1}^3 + (\mu_{t-1}^4 - 3)q_{t-1}^4 \quad (18-A)$$

$$\delta_{t-1} = \frac{\partial P_{t-1}^{CS}}{\partial S_{t-1}} = N(d)_{t-1} + \mu_{t-1}^3 q_{t-1}^3 + (\mu_{t-1}^4 - 3)q_{t-1}^4 - 1 \quad (18-B)$$

$$\text{단, } q_{t-1}^3 = \frac{\partial Q_{t-1}^3}{\partial S_{t-1}} = \frac{1}{3!} [\sigma_{t-1}^3 \tau^{3/2} N(d)_{t-1} + \left[ \frac{\phi_{t-1}^1 d_{t-1}}{\sigma_{t-1} \sqrt{\tau}} + \sigma_{t-1}^2 \tau - 1 - \phi_{t-1}^1 \right] n(d)_{t-1}]$$

$$q_{t-1}^4 = \frac{\partial Q_{t-1}^4}{\partial S_{t-1}} = \frac{1}{4!} [\sigma_{t-1}^4 \tau^2 N(d)_{t-1} + \sigma_{t-1}^3 \tau^{3/2} n(d)_{t-1} + \frac{n(d)_{t-1}}{\sigma_{t-1} \sqrt{\tau}} [\phi_{t-1}^2 - 2\sigma_{t-1}^2 \tau + 2r\tau + 2\ln(\frac{S_{t-1}}{X})] - \frac{\phi_{t-1}^2 d_{t-1} n(d)_{t-1}}{\sigma_{t-1}^2 \tau}]$$

$$\phi_{t-1}^1 = r\tau - \frac{3}{2} \sigma_{t-1}^2 \tau + \ln(\frac{S_{t-1}}{X})$$

$$\phi_{t-1}^2 = r^2 \tau^2 - 2r\sigma_{t-1}^2 \tau^2 + (\frac{7}{4}) \sigma_{t-1}^4 \tau^2 - \sigma_{t-1}^2 \tau +$$

$$\ln(\frac{S_{t-1}}{X}) [2r\tau - 2\sigma_{t-1}^2 \tau + \ln(\frac{S_{t-1}}{X})]$$

MR을 고려한 CS모형의 헤징오차는 식 (11)에서 추론된  $S_{t-1}^M$ ,  $\sigma_{t-1}^{CS*}$ ,  $\mu_{t-1}^{3*}$ ,  $\mu_{t-1}^{4*}$ 를 각각 식 (18)의  $S_{t-1}$ ,  $\sigma_{t-1}$ ,  $\mu_{t-1}^3$ ,  $\mu_{t-1}^4$ 에 대입하여 구한  $\delta_{t-1}$ 를 이용하여, 식 (16)을 계산한다.

MR을 고려하지 않은 CS모형의 헤징오차는 식 (13)에서 추론된  $S_{t-1}^{CS**}$ ,  $\sigma_{t-1}^{CS**}$ ,  $\mu_{t-1}^{3**}$ ,  $\mu_{t-1}^{4**}$ 를 각각 식 (18)의  $S_{t-1}$ ,  $\sigma_{t-1}$ ,  $\mu_{t-1}^3$ ,  $\mu_{t-1}^4$ 에 대입하여 구한  $\delta_{t-1}$ 를 이용하여, 식 (16)을 계산한다.

### 3. 가격예측성과 델타헤징성과의 측정지표

옵션가격예측성과 델타헤징성과를 다양한 관점에서 평가하기 위하여, 가격예측오차( $\epsilon$ )와 헤징오차( $E$ )를 이용하여 특정범위 내에서 <표 1>에 나타낸 네 가지 측정지표를 계산한다. 여기서 N은 특정범위에서의 옵션계약수이다.

<표 1> 옵션가격예측성과 델타헤징성과의 네 가지 측정지표

측정지표	가격오차	헤징오차
평균백분율오차 (mean percentage error; MPE)	$(\sum_{i=1}^N \epsilon_i / O_i^M) / N$	$(\sum_{i=1}^N E_i / O_i^M) / N$
절대평균백분율오차 (mean absolute percentage error; MAPE)	$(\sum_{i=1}^N  \epsilon_i  / O_i^M) / N$	$(\sum_{i=1}^N  E_i  / O_i^M) / N$
절대평균오차 (mean absolute error; MAE)	$(\sum_{i=1}^N  \epsilon_i ) / N$	$(\sum_{i=1}^N  E_i ) / N$
평균제곱오차 (mean squared error; MSE)	$(\sum_{i=1}^N (\epsilon_i)^2) / N$	$(\sum_{i=1}^N (E_i)^2) / N$

위의 네 가지 측정지표 중 MAE와 MAPE는 가격예측(헤징)오차의 크기를 측정하는 지표이며, MPE와 MSE는 각각 가격예측(헤징)오차의 방향과 변동성을 측정하는 지표로 볼 수 있다. 본 연구의 목적은 가격예측과 델타헤징의 상대적인 성과를 비교하는 것이므로, MAE와 MAPE를 기준으로 성과를 판단하기로 한다.

### III. 실증분석

#### 1. 자료

분석기간은 KOSPI 200 지수옵션의 개장초기를 포함하는 1997년 7월 7일부터 2007년 7월 31일까지이며, 시장가격자료는 비동시성의 영향을 제거하기 위하여 오후 3시의 KOSPI 200 지수옵션의 거래가격과 KOSPI 200 지수의 종가를 이용하였다. 무위험이자율의 대응치는 잔존기간91일 CD의 연수익률을 이용하였다. 배당액지수는 KOSPI 200 지수의 구성종목 중 옵션잔존기간 이내에 동일한 날에 배당락되는 종목의 각 발행회사가, 직전 사업연도에 배당한 현금배당액의 합계액을 시간가치를 고려하여 산출한 자료로서, 배당락일을 배당지급일로 가정하였다.

KOSPI 200 지수옵션시장은 최근월물계약에 유동성이 집중되어 있다. 그리고 6일 이하의 옵션의 경우에는 낮은 가격과 높은 매도매수스프레드, 짧은 잔존기간에서의 상대적으로 높은 내재변동성과 같이 편익이 발생할 가능성이 높기 때문에, 잔존기간 7일 이상과 34일 이내의 옵션만을 분석대상에 포함시켰다. 그리고 등(근)가격과 외가격옵션에 비하여 내가격옵션의 유동성이 낮기 때문에, 내가격옵션을 제외한 콜옵션과 풋옵션의 등(근)가격과 외가격옵션만을 이용하였다. 또한 0과 이론적인 상·하한가를 위배하는 옵션의 가격은 배제시켰고, 토요일은 표본거래일에서 제외하였다.

실증분석에 사용된 일별(일중) 옵션자료는 콜옵션의 경우 1,896(227)거래일에서 14,534(59,606)개의 옵션가격, 풋옵션의 경우 1,894(229)거래일에서 17,249(107,717)개의 옵션가격이 이용되었다.

#### 2. 가격예측 성과비교

<표 2>, <표 3>과 <표 4>는 MR을 고려한(고려하지 않은) 모형으로부터 추론된 내재정보를 이용하여 분석한, 거래일 기준 1일 후( $\Delta t = 1$ )의 옵션가격예측 오차를, 행사가격( $X$ )에서 기초자산시장가격( $S$ )을 차감한 하위표본별로 요약하였다. 그리고 <표 5>는 1일 후 전체평균옵션가격오차의 차이검정결과를 나타내었다.

먼저 MR을 고려한(고려하지 않은) BS모형의 옵션가격 예측오차를 나타낸 <표 2>를 보면, 오차의 크기를 측정하는 지표인 MA(P)E를 기준으로 MR을 고려하지 않은 BS모형의 옵션가격예측오차는 MR을 고려한 BS모형의 예측오차보다, 전반적으로 1%유의수준에서 차이를 가지고 더 낮았다. X-S별로 예측성과를 비교할 경우에도, MAPE의  $-7.5 \leq X-S < 0$ 와 MAE의  $-5 \leq X-S < 0$ 를 제외한 모든 범위에서, MR을 고려하지 않은 모형의 옵션가격예측오차가 더 낮았다.

그리고 예측오차의 평균적인 변동성(MSE)도 MR을 고려하지 않은 모형이 더 낮았다. 예측오차의 방향성을 나타내는 MPE는 음의 값을 가지므로, 상수변동성을 가정할 경우, t시점의 내재정보를 이용한 t+1시점의 옵션이론가격은 옵션시장가격을 평균적으로 과소평가하였다.

<표 2> 1일 후 X-S별 옵션가격예측오차 (BS모형)

X-S	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
X-S < -20	-0.8926	0.9228	0.0290	0.0028	-0.8889	0.9174	0.0281	0.0025
-20 ≤ X-S < -17.5	-0.7056	0.8378	0.0549	0.0104	-0.6864	0.8055	0.0511	0.0095
-17.5 ≤ X-S < -15	-0.6111	0.7655	0.0741	0.0185	-0.5735	0.7315	0.0681	0.0170
-15 ≤ X-S < -12.5	-0.4748	0.6841	0.1070	0.0380	-0.4185	0.6492	0.0972	0.0328
-12.5 ≤ X-S < -10	-0.3216	0.6005	0.1539	0.0718	-0.2389	0.5692	0.1433	0.0658
-10 ≤ X-S < -7.5	-0.1553	0.5309	0.2292	0.1448	-0.0357	0.5177	0.2206	0.1450
-7.5 ≤ X-S < -5	0.0030	0.4746	0.3293	0.2706	0.1180	0.4784	0.3257	0.2799
-5 ≤ X-S < -2.5	0.0524	0.4037	0.4844	0.5217	0.1476	0.4197	0.4936	0.5478
-2.5 ≤ X-S < 0	0.0562	0.3357	0.6890	0.9314	0.1302	0.3510	0.7145	1.0093
0 ≤ X-S < 2.5	0.0997	0.3244	0.6700	0.9249	0.0504	0.3096	0.6429	0.8385
2.5 ≤ X-S < 5	0.1700	0.4007	0.4776	0.5431	0.1247	0.3839	0.4434	0.4640
5 ≤ X-S < 7.5	0.2731	0.5162	0.3349	0.3245	0.2341	0.4953	0.3022	0.2667
7.5 ≤ X-S < 10	0.3685	0.6657	0.2294	0.1801	0.3103	0.6169	0.2012	0.1416
10 ≤ X-S < 12.5	0.4268	0.8017	0.1661	0.1098	0.2969	0.6956	0.1410	0.0803
12.5 ≤ X-S < 15	0.4283	0.9145	0.1243	0.0706	0.2348	0.7582	0.1034	0.0504
15 ≤ X-S < 17.5	0.4257	1.0225	0.0889	0.0419	0.1947	0.8396	0.0722	0.0286
17.5 ≤ X-S < 20	0.3524	1.0725	0.0640	0.0249	0.0999	0.8753	0.0516	0.0163
20 ≤ X-S	-0.0418	1.1096	0.0279	0.0062	-0.2630	0.9365	0.0229	0.0038
전체	-0.1088	0.6868	0.2418	0.2425	-0.1332	0.6398	0.2313	0.2302

\* X는 옵션의 행사가격, S는 기초자산시장가격을 나타냄.

<표 3> 1일 후 X-S별 옵션가격예측오차 (ad-hoc BS모형)

X-S	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
X-S < -20	-0,1573	0,4221	0,0153	0,0016	-0,1591	0,4307	0,0162	0,0018
-20 ≤ X-S < -17,5	0,0610	0,4650	0,0371	0,0084	0,0443	0,4579	0,0377	0,0086
-17,5 ≤ X-S < -15	0,0907	0,4621	0,0531	0,0145	0,0754	0,4564	0,0539	0,0153
-15 ≤ X-S < -12,5	0,1289	0,4565	0,0822	0,0283	0,1149	0,4492	0,0827	0,0301
-12,5 ≤ X-S < -10	0,1617	0,4497	0,1254	0,0531	0,1484	0,4419	0,1282	0,0598
-10 ≤ X-S < -7,5	0,1604	0,4465	0,1932	0,1074	0,1580	0,4447	0,2000	0,1226
-7,5 ≤ X-S < -5	0,1257	0,4092	0,2877	0,2083	0,1439	0,4189	0,2982	0,2351
-5 ≤ X-S < -2,5	0,0790	0,3662	0,4402	0,4289	0,0991	0,3724	0,4527	0,4585
-2,5 ≤ X-S < 0	0,0457	0,3179	0,6535	0,8358	0,0639	0,3175	0,6588	0,8592
0 ≤ X-S < 2,5	0,0698	0,3321	0,6910	0,9777	0,0260	0,3151	0,6649	1,0330
2,5 ≤ X-S < 5	0,1021	0,3873	0,4674	0,5200	0,0525	0,3641	0,4514	0,6250
5 ≤ X-S < 7,5	0,1644	0,4618	0,3096	0,2838	0,1088	0,4262	0,2927	0,2597
7,5 ≤ X-S < 10	0,2107	0,5333	0,1990	0,1472	0,1653	0,4919	0,1875	0,1337
10 ≤ X-S < 12,5	0,2191	0,5648	0,1319	0,0789	0,2005	0,5339	0,1248	0,0719
12,5 ≤ X-S < 15	0,1968	0,5786	0,0957	0,0497	0,1986	0,5545	0,0897	0,0452
15 ≤ X-S < 17,5	0,1451	0,5828	0,0630	0,0262	0,1539	0,5594	0,0597	0,0246
17,5 ≤ X-S < 20	0,0446	0,5408	0,0416	0,0140	0,0656	0,5224	0,0404	0,0143
20 ≤ X-S	-0,1409	0,4952	0,0151	0,0026	-0,1286	0,4996	0,0157	0,0031
전체	0,0635	0,4471	0,2190	0,2182	0,0537	0,4380	0,2166	0,2310

\* X는 옵션의 행사가격, S는 기초자산시장가격을 나타냄.

<표 3>은 MR을 고려한(고려하지 않은) ad-hoc BS모형의 거래일 기준 1일 후( $\Delta t = 1$ )의 옵션가격예측오차를 X-S별로 요약하고 있다. 분석결과, 상수변동성을 가정할 경우와 유사하게, MA(P)E를 기준으로 MR을 고려하지 않은 모형이 고려한 모형보다 예측오차가 더 낮았다. 그러나 BS모형과는 달리, MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형의 전체평균옵션가격예측오차는 MAPE에서만 5%유의수준에서 차이가 존재하였다. X-S별로 예측성적을 비교하면, MAPE의  $X-S < -12,5$ ,  $-7,5 \leq X-S < -5$ ,  $20 \leq X-S$ 와 MAE의  $-12,5 \leq X-S < -2,5$ ,  $20 \leq X-S$ 를 제외한 모든 범위에서, MR을 고려하지 않은 모형의 예측오차가 더 낮았다. 예측오차의 평균적인 변동성(MSE)은 MR을 고려하지 않은 모형이 더 높았고,



MPE가 양의 값을 가지므로 ad-hoc BS모형을 이용한 1일 후의 옵션이론가격은 상수변동성의 가정과는 반대로 옵션시장가격을 과대평가하였다. 그러나 ad-hoc BS모형의 과대평가 정도는 상수변동성의 과소평가 정도보다 낮았다. 그리고 MA(P)E를 기준으로 BS모형의 성과와 비교할 경우, ad-hoc BS모형의 예측성과는 MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형에서 모두 1%유의수준에서 차이를 가지며 향상되었다.

<표 4>는 제약된(되지 않은) CS모형을 이용한 거래일 기준 1일 후( $\Delta t = 1$ )의 옵션가격예측오차를 X-S별로 요약하고 있다.

<표 4> 1일 후 X-S별 옵션가격예측오차 (CS모형)

X-S	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
$X-S < -20$	-0.5344	1.1174	0.0297	0.0034	-0.9045	1.1422	0.0278	0.0075
$-20 \leq X-S < -17.5$	-0.2629	0.8989	0.0524	0.0127	-0.5136	1.0566	0.0489	0.0155
$-17.5 \leq X-S < -15$	-0.1432	0.7781	0.0707	0.0211	-0.1170	0.7555	0.0642	0.0186
$-15 \leq X-S < -12.5$	0.0508	0.7222	0.1006	0.0370	0.1459	0.7552	0.0959	0.0558
$-12.5 \leq X-S < -10$	0.2133	0.6572	0.1454	0.0647	0.2709	0.6788	0.1430	0.1228
$-10 \leq X-S < -7.5$	0.2909	0.6250	0.2118	0.1168	0.2892	0.6070	0.2155	0.2122
$-7.5 \leq X-S < -5$	0.1821	0.5595	0.3008	0.2175	0.2261	0.5249	0.3115	0.3344
$-5 \leq X-S < -2.5$	0.1104	0.4016	0.4435	0.4390	0.1452	0.4010	0.4613	0.5637
$-2.5 \leq X-S < 0$	0.0609	0.3172	0.6497	0.8442	0.0886	0.3203	0.6624	0.9688
$0 \leq X-S < 2.5$	0.0814	0.3321	0.6875	0.9779	0.0471	0.3140	0.6651	1.2187
$2.5 \leq X-S < 5$	0.1162	0.3986	0.4680	0.5274	0.0981	0.3791	0.4580	0.7840
$5 \leq X-S < 7.5$	0.1944	0.5487	0.3160	0.2950	0.2145	0.5044	0.2990	0.2644
$7.5 \leq X-S < 10$	0.2482	0.7782	0.2097	0.1567	0.3412	0.6840	0.1938	0.1360
$10 \leq X-S < 12.5$	0.0335	0.8792	0.1420	0.0859	0.2266	0.7042	0.1291	0.0735
$12.5 \leq X-S < 15$	-0.2456	0.8879	0.1056	0.0548	0.0076	0.6707	0.0920	0.0453
$15 \leq X-S < 17.5$	-0.4997	1.0055	0.0751	0.0304	-0.1710	0.7324	0.0630	0.0248
$17.5 \leq X-S < 20$	-0.7656	1.1754	0.0571	0.0185	-0.3481	0.8113	0.0444	0.0140
$20 \leq X-S$	-1.1324	1.6447	0.0333	0.0072	-0.6993	0.9779	0.0217	0.0033
전체	-0.1430	0.7880	0.2299	0.2248	-0.1116	0.6963	0.2249	0.2807

\* X는 옵션의 행사가격, S는 기초자산시장가격을 나타냄.

<표 5> 1일 후 전체평균옵션가격예측오차의 차이검정결과

MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형간의 차이검정결과							
MAPE				MAE			
	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형		BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
	7,6481 (0,0000)	2,3816 (0,0172)	4,2339 (0,0000)		2,9978 (0,0027)	0,6977 (0,4854)	1,3516 (0,1765)
MR을 고려한 모형의 방법론간 차이검정결과							
MAPE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형	MAE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
BS모형		42,9263 (0,0000)	9,4383 (0,0000)	BS모형		6,5961 (0,0000)	3,4385 (0,0006)
ad-hoc BS모형			34,2115 (0,0000)	ad-hoc BS모형			3,2043 (0,0014)
MR을 고려하지 않은 모형의 방법론간 차이검정결과							
MAPE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형	MAE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
BS모형		43,7657 (0,0000)	2,8536 (0,0043)	BS모형		4,2299 (0,0000)	1,7373 (0,0823)
ad-hoc BS모형			13,1678 (0,0000)	ad-hoc BS모형			2,2263 (0,0260)

\* t-통계량과 (p-값)을 나타냄.

분석결과, BS모형, ad-hoc BS모형과 동일하게, MR을 고려하지 않은 모형이 고려한 모형보다 전반적으로 MA(P)E가 더 낮았다. MAPE를 기준으로 할 경우, 두 모형의 성과는 1%유의수준에서 차이가 존재하였다. X-S별로 예측성과를 비교하면, MAPE의  $X-S < -17.5$ ,  $-15 \leq X-S < -10$ ,  $-2.5 \leq X-S < 0$ 과 MAE의  $-10 \leq X-S < 0$ 을 제외한 모든 범위에서 MR을 고려하지 않은 모형의 예측오차가 더 낮았다. 그리고 ad-hoc BS모형과 동일하게 MSE는 MR을 고려하지 않은 모형이 더 높았지만, ad-hoc BS모형과는 반대로 MPE가 음의 값을 가지므로 CS모형을 이용한 1일 후의 옵션이론가격은 옵션시장가격을 과소평가하였다. MR을 고려한 CS모형의 평균적인 과소평가 정도는 BS모형의 과소평가와 ad-hoc BS모형의 과대평가 정도보다 더 높았지만, MR을 고려하지 않은 경우에는 BS모형보다 과소평가의 정도가 더 낮았다.

이와 같이 고차적률을 고려하는 ad-hoc BS모형과 CS모형의 경우 BS모형에 비해 MR에 조건적인 예측성과의 차이가 더 미미한 것으로 발견되는데, 이는

전술한 것처럼, MR을 기각하는 원인들은 고차적률에 영향을 미치지 않으므로 판단된다.

CS모형의 성과를 BS모형과 ad-hoc BS모형의 성과와 비교할 경우, MA(P)E를 기준으로 CS모형의 예측오차는 MR을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우에서 모두 ad-hoc BS모형의 예측오차보다 대체로 1%유의수준에서 차이를 가지며 더 높았다. 또한 MAPE를 기준으로 할 경우에, CS모형의 예측오차는 1%유의수준에서 차이를 가지며 BS모형의 예측오차보다 더 높았다. 이에 대한 한 가지 가능한 원인은 CS모형이 BS모형과 ad-hoc BS모형에 비해 더 정교하지만, 이로 인해 외표본의 옵션가격을 상대적으로 더 크게 과적합(overfitting)했기 때문으로 추측된다.

한편 옵션시장가격에 대한 예측성과와는 반대로 기초자산시장가격에 대한 예측성과는, 기초자산의 독립적인 정보를 이용하는 것이 옵션의 독립적인 정보를 이용하는 것 보다 더 높을 것으로 예상된다. 이를 분석하기 위해, <표 6>은 옵션시장가격에 내재된 주가지수(기초자산시장가격)를 이용하여, 1일 후의 기초자산시장가격을 예측한 분석결과를 요약하고 있다. 오차율은 식 (15)로 정의되며, 표의 수치는 오차율의 절대값으로 표기되었다.

<표 6> 1일 후 연도별 기초자산시장가격오차율 절대값의 평균과 차이검정결과

패널 A : 1일 후 연도별 기초자산시장가격오차율 절대값의 평균

연도	기초자산 시장가격이용	내재주가지수 이용		
		BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
1997	0.025512	0.039610	0.036973	0.038109
1998	0.026704	0.034047	0.033617	0.033908
1999	0.020899	0.021910	0.022536	0.022878
2000	0.023677	0.024629	0.024196	0.024269
2001	0.015015	0.016640	0.016483	0.016603
2002	0.016037	0.017247	0.017087	0.017121
2003	0.013696	0.014339	0.013896	0.014860
2004	0.011046	0.013034	0.012204	0.012124
2005	0.008104	0.009227	0.008699	0.008626
2006	0.008196	0.009490	0.008854	0.008802
2007	0.007947	0.009929	0.008635	0.008557
전체	0.015899	0.018383	0.017887	0.018097

패널 B : 1일 후 기초자산시장가격오차를 절대값의 차이검정결과

	INDEX	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
INDEX		3.9302 (0.0001)	3.2127 (0.0013)	3.4436 (0.0006)
BS모형			0.7148 (0.4748)	0.4014 (0.6882)
ad-hoc BS모형				0.3008 (0.7636)

\* t-통계량과 (p-값)을 나타냄.

분석결과, 변동성스마일의 고려여부 및 방법과 상관없이, 1일 후의 기초자산 시장가격을 예측하기 위하여, 옵션시장가격에 내재된 주가지수를 이용하는 것보다는, 기초자산시장가격을 이용하는 것이 1%유의수준에서 차이를 가지고 더 높은 예측성과를 보였다. 연도별로 구분하여 볼 경우에도, 기초자산시장가격을 이용한 예측성과가 모든 연도에서 더 높았다. 옵션시장가격의 내재주가지수를 이용한 모형별 성과를 비교하면, 이들 서로간에 유의적인 차이는 존재하지 않았지만, 변동성스마일을 고려하는 모형이 상수변동성을 가정하는 모형보다 더 낮은 예측오차를 가지는 것으로 나타났다. 그리고 옵션가격에 대한 예측성과와 유사하게, 변동성스마일을 고려하기 위해 이론적으로는 타당하지 않지만 보다 단순한 추론과정을 가지는 ad-hoc BS모형이 상대적으로 정교한 CS모형보다 더 우수한 예측성과를 보였다.

<표 7>은 BS모형과 ad-hoc BS모형, CS모형의 거래일 기준 5일 후의 옵션 가격예측오차와 5일 후 전체평균옵션가격오차의 차이검정결과를 요약하고 있다. 전술한 것처럼, 예측기간이 증가할수록 t시점에 존재하는 기초자산(옵션)의 독립적인 정보가 이후의 옵션(기초자산)시장가격에 더 많이 반영됨으로, 1일 후 MR에 조건적인 예측성과의 차이보다 5일 후의 차이가 더 작거나 반대의 결과가 발견될 것으로 예상된다.

분석결과, 1일 후의 옵션가격예측성과는 달리 BS모형과 CS모형의 MAPE를 제외하고는, MR을 고려하지 않은 모형의 성과가 고려한 모형의 성과보다 열등한 것으로 나타났다. 그리고 모형과 측정지표를 포함하는 모든 경우에, MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형간의 전체평균가격오차는 1%유의수준에서 차이가 없었다.

<표 7> 5일 후 X-S별 옵션가격예측오차

패널A: BS모형	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
X-S	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
X-S < -20	-0.7617	0.9992	0.0298	0.0051	-0.7157	1.0279	0.0315	0.0067
-20 ≤ X-S < -17.5	-0.3236	1.1018	0.0668	0.0280	-0.2067	1.1709	0.0744	0.0396
-17.5 ≤ X-S < -15	-0.0885	1.1601	0.1007	0.0596	0.0512	1.2446	0.1134	0.0835
-15 ≤ X-S < -12.5	0.2137	1.2711	0.1624	0.1354	0.3934	1.3928	0.1847	0.1858
-12.5 ≤ X-S < -10	0.3754	1.2565	0.2565	0.2845	0.5565	1.3704	0.2901	0.3777
-10 ≤ X-S < -7.5	0.5298	1.2352	0.4093	0.5973	0.7449	1.3833	0.4628	0.7750
-7.5 ≤ X-S < -5	0.5655	1.1386	0.6326	1.1645	0.7535	1.2832	0.7077	1.4614
-5 ≤ X-S < -2.5	0.4869	1.0034	0.9756	2.2334	0.6137	1.0922	1.0711	2.6979
-2.5 ≤ X-S < 0	0.3268	0.7869	1.4180	3.9843	0.4204	0.8478	1.5396	4.6923
0 ≤ X-S < 2.5	0.2693	0.7610	1.4233	4.3403	0.2055	0.7500	1.4168	4.2078
2.5 ≤ X-S < 5	0.4905	0.9949	0.9981	2.6029	0.4120	0.9710	0.9833	2.4938
5 ≤ X-S < 7.5	0.8651	1.3701	0.6699	1.4650	0.7648	1.3233	0.6519	1.3951
7.5 ≤ X-S < 10	1.1836	1.7158	0.4371	0.7967	1.0377	1.6216	0.4187	0.7565
10 ≤ X-S < 12.5	1.3951	1.9512	0.3068	0.4697	1.1554	1.7654	0.2887	0.4448
12.5 ≤ X-S < 15	1.6015	2.2136	0.2270	0.2989	1.2640	1.9291	0.2109	0.2821
15 ≤ X-S < 17.5	1.5638	2.2420	0.1588	0.1788	1.1669	1.9016	0.1454	0.1685
17.5 ≤ X-S < 20	1.3340	2.1383	0.1015	0.0893	0.8654	1.7250	0.0929	0.0881
20 ≤ X-S	0.3739	1.5954	0.0367	0.0217	0.0274	1.2953	0.0330	0.0213
전체	0.4125	1.2984	0.4694	1.0715	0.3812	1.2685	0.4872	1.1528

  

패널B: ad-hoc BS모형	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
X-S	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
X-S < -20	-0.3544	0.9277	0.0299	0.0069	-0.3402	0.9393	0.0309	0.0081
-20 ≤ X-S < -17.5	0.2945	1.1559	0.0762	0.0390	0.3061	1.1839	0.0787	0.0448
-17.5 ≤ X-S < -15	0.4828	1.2235	0.1132	0.0734	0.4908	1.2470	0.1177	0.0873
-15 ≤ X-S < -12.5	0.7055	1.3456	0.1762	0.1501	0.7246	1.3785	0.1859	0.1818
-12.5 ≤ X-S < -10	0.7399	1.2799	0.2642	0.2893	0.7633	1.3169	0.2816	0.3492
-10 ≤ X-S < -7.5	0.7638	1.2490	0.4076	0.5822	0.8021	1.2966	0.4357	0.6864
-7.5 ≤ X-S < -5	0.6561	1.1279	0.6138	1.1081	0.7160	1.1882	0.6567	1.2788
-5 ≤ X-S < -2.5	0.4996	0.9692	0.9352	2.1105	0.5384	1.0047	0.9927	2.3758
-2.5 ≤ X-S < 0	0.3187	0.7659	1.3759	3.8151	0.3533	0.7927	1.4429	4.2037
0 ≤ X-S < 2.5	0.2505	0.7795	1.4543	4.4764	0.2105	0.7764	1.4678	4.6190
2.5 ≤ X-S < 5	0.4383	1.0020	1.0077	2.6413	0.3944	0.9972	1.0186	2.7906
5 ≤ X-S < 7.5	0.7484	1.3385	0.6684	1.4582	0.7009	1.3214	0.6612	1.4314
7.5 ≤ X-S < 10	0.9662	1.6010	0.4291	0.7755	0.9224	1.5756	0.4195	0.7639
10 ≤ X-S < 12.5	1.0358	1.6927	0.2915	0.4400	0.9801	1.6383	0.2843	0.4417
12.5 ≤ X-S < 15	1.1022	1.7983	0.2082	0.2692	1.0407	1.7353	0.2036	0.2775
15 ≤ X-S < 17.5	0.9354	1.7140	0.1411	0.1557	0.8993	1.6774	0.1402	0.1675
17.5 ≤ X-S < 20	0.5658	1.4801	0.0878	0.0798	0.5640	1.4640	0.0887	0.0908
20 ≤ X-S	-0.1412	1.1167	0.0310	0.0200	-0.1076	1.1349	0.0324	0.0236
전체	0.4335	1.1859	0.4640	1.0566	0.4345	1.1945	0.4772	1.1326

<표 7 계속>

패널C: CS모형	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
X-S	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
X-S < -20	-0.3528	1.3105	0.0396	0.0105	-0.6478	1.3138	0.0377	0.0128
-20 ≤ X-S < -17.5	0.3396	1.5265	0.0945	0.0549	-0.0187	1.7473	0.0923	0.0587
-17.5 ≤ X-S < -15	0.6070	1.5590	0.1367	0.0968	0.6025	1.5096	0.1304	0.0962
-15 ≤ X-S < -12.5	0.9124	1.6553	0.2041	0.1804	1.3671	2.0894	0.2054	0.2198
-12.5 ≤ X-S < -10	0.9743	1.5430	0.2962	0.3240	1.3381	1.8901	0.3048	0.4346
-10 ≤ X-S < -7.5	1.0275	1.4999	0.4372	0.6164	1.2336	1.7240	0.4592	0.8022
-7.5 ≤ X-S < -5	0.7724	1.2719	0.6347	1.1412	0.8845	1.3529	0.6775	1.4092
-5 ≤ X-S < -2.5	0.5369	0.9971	0.9424	2.1338	0.6171	1.0642	1.0083	2.5188
-2.5 ≤ X-S < 0	0.3286	0.7656	1.3666	3.8042	0.3844	0.8080	1.4512	4.3525
0 ≤ X-S < 2.5	0.2521	0.7870	1.4738	4.6266	0.2220	0.7741	1.4696	4.8757
2.5 ≤ X-S < 5	0.4344	1.0222	1.0295	2.7550	0.4166	1.0029	1.0272	3.0437
5 ≤ X-S < 7.5	0.7403	1.4130	0.6886	1.5210	0.7529	1.3619	0.6676	1.4545
7.5 ≤ X-S < 10	0.9292	1.7370	0.4465	0.8082	0.9919	1.6620	0.4256	0.7773
10 ≤ X-S < 12.5	0.8855	1.8866	0.3061	0.4583	0.9919	1.7450	0.2898	0.4497
12.5 ≤ X-S < 15	0.8416	1.9741	0.2193	0.2802	0.9687	1.8380	0.2090	0.2822
15 ≤ X-S < 17.5	0.6181	1.9479	0.1498	0.1622	0.7871	1.8167	0.1450	0.1689
17.5 ≤ X-S < 20	0.1794	1.7622	0.0977	0.0862	0.4220	1.6512	0.0936	0.0895
20 ≤ X-S	-0.8316	2.0357	0.0440	0.0252	-0.2948	1.3475	0.0359	0.0221
전체	0.3878	1.4379	0.4800	1.0901	0.4623	1.4191	0.4875	1.2038

패널D: 5일 후 전체평균옵션가격오차의 차이검정결과							
MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형간의 차이검정결과							
MAPE			MAE				
BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형		
1.3049	0.4379	0.4051	1.9848	1.4883	0.8189		
(0.1919)	(0.6614)	(0.6854)	(0.0472)	(0.1367)	(0.4128)		
MR을 고려한 모형의 방법론간 차이검정결과							
MAPE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형	MAE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
BS모형		5.0815	5.5340	BS모형		0.6308	1.1997
		(0.0000)	(0.0000)			(0.5282)	(0.2303)
ad-hoc BS모형			10.8078	ad-hoc BS모형			1.8325
			(0.0000)				(0.0669)
MR을 고려하지 않은 모형의 방법론간 차이검정결과							
MAPE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형	MAE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
BS모형		3.5367	3.3337	BS모형		1.1060	0.0275
		(0.0004)	(0.0009)			(0.2687)	(0.9781)
ad-hoc BS모형			5.0053	ad-hoc BS모형			1.1185
			(0.0000)				(0.2634)

모형별로 성과를 비교하면, 1일 후 가격예측성과와 유사하게 ad-hoc BS모형의 성과가 가장 우수하며, 차이검정결과에서도 MAPE를 기준으로 1%유의수준에서 다른 모형의 성과와 차이가 존재하였다. 그리고 1일 후 가격예측성과와는 달리 5일 후의 예측성과에서는 MR을 고려하지 않은 경우의 MAE를 기준으로 할 경우에도 BS모형은 CS모형보다 더 우수하였다. 이는 Dumas, Fleming and Whaley(1998)의 지적과 같이, 상대적으로 복잡한 추론과정을 가지는 모형에 비해 BS모형의 체계적인 가격오차는 상대적으로 더 안정적이기 때문으로 판단된다. 그러나 1일 후 가격예측성과와는 달리 두 모형의 성과는 10%유의수준에서 차이가 존재하지 않았다.

<표 8> 5일 후 연도별 기초자산시장가격오차를 절대값의 평균과 차이검정결과  
패널 A : 5일 후 연도별 기초자산시장가격오차를 절대값의 평균

연도	기초자산시장 가격 이용(INDEX)	내재주가지수 이용		
		BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
1997	0.061536	0.060235	0.061638	0.060655
1998	0.064873	0.072289	0.070801	0.071311
1999	0.052847	0.052087	0.052841	0.053431
2000	0.042451	0.044064	0.043606	0.043687
2001	0.032159	0.033362	0.033017	0.033271
2002	0.040703	0.042161	0.042084	0.04207
2003	0.030669	0.030522	0.030421	0.031666
2004	0.024454	0.027045	0.026349	0.026265
2005	0.017303	0.018871	0.018161	0.017937
2006	0.017826	0.020255	0.018951	0.018915
2007	0.017925	0.021258	0.019525	0.019309
전체	0.036023	0.037887	0.037409	0.037585

패널 B : 5일 후 기초자산시장가격오차를 절대값의 평균에 대한 차이검정결과

	INDEX	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
INDEX		1.3555 (0.1754)	1.0152 (0.3101)	1.1322 (0.2576)
BS모형			0.3359 (0.7369)	0.2104 (0.8333)
ad-hoc BS모형				0.3359 (0.7369)

\* t-통계량과 (p-값)을 나타냄.

5일 후의 기초자산시장가격에 대한 예측성과와 차이검정결과를 요약하고 있는 <표 8>의 분석결과를 보면, 전반적으로 변동성스마일의 고려여부와 상관없이, 옵션시장가격에 내재된 정보를 이용하는 것보다는 기초자산시장가격을 이용하는 것이 더 우수한 예측성과를 가졌다. 그러나 MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형간에 1%유의수준에서 차이가 존재하였던 1일 후의 성과와는 달리, 5일 후의 성과에서는 10%유의수준에서도 차이가 존재하지 않았다. 구체적으로 옵션가격에 내재된 주가지수 대신 기초자산시장가격을 이용함으로써 1일 후 예측오차는 평균적으로 13.51%(BS모형), 11.11%(ad-hoc BS모형), 12.14%(CS모형) 감소하였으나, 5일 후의 성과에서는 각각 4.93%, 3.7%와 4.15%로 감소하는 것으로 나타났다. 연도별로 구분할 경우에도 모든 연도에서 기초자산의 시장가격을 이용한 예측오차의 절대값의 평균이 더 낮았던 1일 후의 결과와는 달리, 5일 후의 성과에서는 1997년, 1999년, 2003년은 내재주가지수를 이용한 예측성과가 더 우수하였다.

### 3. 델타헤징 성과비교

델타헤징은 델타헤징포지션을 구성한 이후 옵션시장가격에 반영되는 옵션의 독립적인 정보와 기초자산의 독립적인 정보 그리고 기초자산시장가격에 반영되는 기초자산의 독립적인 정보와 옵션의 독립적인 정보를 동시에 포함한다. 따라서 MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형의 델타헤징성과를 비교함으로써, 주어진 헤징기간동안에 기초자산의 독립적인 정보와 옵션의 독립적인 정보 중에서 어느 정보가 더 유용한가를 대략적으로 파악할 수 있다.

<표 9>, <표 10>과 <표 11>은 MR을 고려한(고려하지 않은) 모형의 거래일 기준 1일 후의 델타헤징오차를 행사가격( $X$ )에서 기초자산시장가격( $S$ )을 차감한 하위표본별로 요약하였다. 그리고 <표 12>는 1일 후의 전체평균델타헤징오차의 차이검정결과를 나타내었다.

먼저 MR을 고려한(고려하지 않은) BS모형의 델타헤징오차를 나타낸 <표 9>를 보면, 델타헤징오차의 크기를 측정하는 지표인 MA(P)E를 기준으로 MR을 고려하지 않은 BS모형의 델타헤징오차는 MR을 고려한 BS모형의 델타헤징오차보다 전반적으로 더 낮았다. 그리고 MAPE를 기준으로 할 경우에는 MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형의 전체평균델타헤징성과는 1%유의수준에서



차이가 존재하였다.

X-S별로 델타헤징성과를 비교하면, MAPE의  $X-S < -20$ ,  $-17.5 \leq X-S < -15$ ,  $-12.5 \leq X-S < -7.5$ 와 MAE의  $X-S < -2.5$ 를 제외한 모든 범위에서 MR을 고려하지 않은 BS모형의 델타헤징오차가 더 낮았다.

그리고 헤징오차의 평균적인 변동성(MSE)도 옵션시장가격에 내재된 정보만을 이용할 경우에 더 낮았다. 헤징오차의 방향성을 나타내는 MPE는 음의 값을 가지므로, 상수변동성을 가정한 BS모형의  $\delta_{-1}$ 는 완전한 델타헤징하에서의 실제 옵션델타를 지수상승(하락)시에 과소(대)평가하는 것으로 나타났다.

<표 9> 1일 후 X-S별 평균델타헤징오차 (BS모형)

X-S	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
$X-S < -20$	-0.0011	0.2132	0.0123	0.0014	0.0050	0.2145	0.0128	0.0016
$-20 \leq X-S < -17.5$	0.0194	0.3194	0.0284	0.0050	0.0206	0.3146	0.0290	0.0053
$-17.5 \leq X-S < -15$	0.0321	0.3453	0.0398	0.0084	0.0321	0.3458	0.0404	0.0088
$-15 \leq X-S < -12.5$	0.0484	0.3402	0.0595	0.0149	0.0513	0.3382	0.0597	0.0153
$-12.5 \leq X-S < -10$	0.0561	0.3317	0.0869	0.0251	0.0562	0.3337	0.0870	0.0254
$-10 \leq X-S < -7.5$	0.0579	0.3122	0.1283	0.0467	0.0623	0.3214	0.1302	0.0488
$-7.5 \leq X-S < -5$	0.0781	0.2749	0.1748	0.0724	0.0722	0.2781	0.1770	0.0756
$-5 \leq X-S < -2.5$	0.0819	0.2035	0.2299	0.1174	0.0738	0.2057	0.2326	0.1176
$-2.5 \leq X-S < 0$	0.1045	0.1518	0.3286	0.2206	0.0999	0.1510	0.3245	0.2158
$0 \leq X-S < 2.5$	-0.0190	0.1243	0.2542	0.1642	-0.0127	0.1198	0.2471	0.1574
$2.5 \leq X-S < 5$	-0.0681	0.1962	0.2091	0.1131	-0.0642	0.1900	0.2046	0.1098
$5 \leq X-S < 7.5$	-0.0993	0.3153	0.1712	0.0860	-0.0922	0.3066	0.1655	0.0816
$7.5 \leq X-S < 10$	-0.1451	0.4641	0.1327	0.0609	-0.1363	0.4441	0.1269	0.0566
$10 \leq X-S < 12.5$	-0.1741	0.5949	0.1029	0.0418	-0.1583	0.5446	0.0962	0.0372
$12.5 \leq X-S < 15$	-0.1988	0.7070	0.0831	0.0317	-0.1794	0.6199	0.0768	0.0284
$15 \leq X-S < 17.5$	-0.2372	0.7794	0.0610	0.0207	-0.2089	0.6710	0.0558	0.0179
$17.5 \leq X-S < 20$	-0.2033	0.7948	0.0478	0.0147	-0.1687	0.6599	0.0433	0.0126
$20 \leq X-S$	-0.0742	0.6714	0.0210	0.0042	-0.0464	0.5409	0.0193	0.0041
전체	-0.0298	0.3656	0.1144	0.0552	-0.0223	0.3402	0.1125	0.0538

\* X는 옵션의 행사가격, S는 기초자산시장가격을 나타냄.

<표 10>은 MR을 고려한(고려하지 않은) ad-hoc BS모형의 거래일 기준 1일 후의 델타헤징오차를 X-S별로 요약하고 있다.

<표 10> 1일 후 X-S별 평균델타헤징오차 (ad-hoc BS모형)

X-S	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
$X-S < -20$	0,0164	0,2425	0,0121	0,0012	0,0147	0,2421	0,0123	0,0012
$-20 \leq X-S < -17,5$	0,0380	0,3337	0,0269	0,0042	0,0363	0,3347	0,0270	0,0043
$-17,5 \leq X-S < -15$	0,0497	0,3454	0,0374	0,0073	0,0498	0,3445	0,0373	0,0073
$-15 \leq X-S < -12,5$	0,0658	0,3304	0,0564	0,0136	0,0666	0,3269	0,0556	0,0130
$-12,5 \leq X-S < -10$	0,0620	0,3236	0,0845	0,0241	0,0637	0,3201	0,0816	0,0222
$-10 \leq X-S < -7,5$	0,0627	0,3060	0,1279	0,0479	0,0655	0,3025	0,1234	0,0438
$-7,5 \leq X-S < -5$	0,0642	0,2626	0,1769	0,0768	0,0681	0,2604	0,1710	0,0706
$-5 \leq X-S < -2,5$	0,0765	0,2040	0,2345	0,1270	0,0725	0,1983	0,2280	0,1145
$-2,5 \leq X-S < 0$	0,1088	0,1546	0,3382	0,2349	0,1057	0,1517	0,3292	0,2223
$0 \leq X-S < 2,5$	-0,0241	0,1313	0,2699	0,1854	-0,0198	0,1246	0,2555	0,1652
$2,5 \leq X-S < 5$	-0,0703	0,2001	0,2181	0,1258	-0,0681	0,1904	0,2084	0,1145
$5 \leq X-S < 7,5$	-0,0997	0,3044	0,1752	0,0957	-0,0973	0,2883	0,1657	0,0849
$7,5 \leq X-S < 10$	-0,1367	0,4222	0,1301	0,0637	-0,1325	0,3962	0,1233	0,0572
$10 \leq X-S < 12,5$	-0,1470	0,5067	0,0948	0,0403	-0,1441	0,4771	0,0912	0,0363
$12,5 \leq X-S < 15$	-0,1567	0,5586	0,0718	0,0277	-0,1589	0,5401	0,0700	0,0268
$15 \leq X-S < 17,5$	-0,1498	0,5576	0,0509	0,0182	-0,1648	0,5521	0,0495	0,0171
$17,5 \leq X-S < 20$	-0,0967	0,5206	0,0381	0,0128	-0,1171	0,5238	0,0373	0,0120
$20 \leq X-S$	-0,0097	0,4268	0,0161	0,0034	-0,0359	0,4380	0,0161	0,0033
전체	-0,0111	0,3209	0,1144	0,0587	-0,0138	0,3150	0,1103	0,0536

\* X는 옵션의 행사가격, S는 기초자산시장가격을 나타냄.

분석결과, 상수변동성을 가정한 BS모형과 동일하게 MA(P)E를 기준으로, MR을 고려하지 않은 모형이 고려한 모형보다 델타헤징오차가 전반적으로 더 낮았다. 그러나 MR을 고려하지 않은 모형과 고려한 모형의 전체평균델타헤징오차는 MAE에서만 5%유의수준에서 차이가 존재하였다. X-S별로 헤징성과를 비교하면, MAPE의  $-20 \leq X-S < -17,5$ ,  $X-S > 17,5$ 와 MAE의  $X-S < -17,5$ ,  $20 \leq X-S$ 를 제외한 모든 범위에서 MR을 고려하지 않은 ad-hoc BS모형의 델타헤징오차가 더 낮았다.

그리고 MSE도 MR을 고려하지 않은 경우에 더 낮았고, MPE가 음의 값을 가지므로 변동성스마일을 반영하더라도  $\delta_{-1}$ 는 완전한 델타헤징하에서의 실제 옵션델타를 지수상승(하락)시에 과소(대)평가하는 것으로 나타났다. 그러나 변동성스마일을 반영하는 ad-hoc BS모형은 상수변동성을 가정하는 BS모형에 비해 과소(대)평가의 정도가 감소하였다.

<표 11>은 MR을 고려한(고려하지 않은) CS모형으로 부터 추론된 옵션델타를 이용한 거래일 기준 1일 후의 델타헤징오차를 X-S별로 요약하고 있다.

<표 11> 1일 후 X-S별 평균델타헤징오차 (CS모형)

X-S	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
X-S < -20	0,0113	0,2658	0,0133	0,0014	0,0073	0,2498	0,0132	0,0014
-20 ≤ X-S < -17,5	0,0351	0,3783	0,0294	0,0049	0,0158	0,3504	0,0286	0,0046
-17,5 ≤ X-S < -15	0,0427	0,3844	0,0392	0,0077	0,0356	0,3664	0,0392	0,0077
-15 ≤ X-S < -12,5	0,0590	0,3702	0,0580	0,0138	0,0578	0,3631	0,0582	0,0137
-12,5 ≤ X-S < -10	0,0558	0,3599	0,0858	0,0243	0,0590	0,3471	0,0845	0,0233
-10 ≤ X-S < -7,5	0,0667	0,3201	0,1288	0,0482	0,0634	0,3115	0,1264	0,0462
-7,5 ≤ X-S < -5	0,0577	0,2765	0,1795	0,0799	0,0687	0,2655	0,1741	0,0744
-5 ≤ X-S < -2,5	0,0791	0,2077	0,2376	0,1301	0,0740	0,2014	0,2310	0,1176
-2,5 ≤ X-S < 0	0,1095	0,1572	0,3411	0,2380	0,1055	0,1532	0,3305	0,2220
0 ≤ X-S < 2,5	-0,0238	0,1317	0,2720	0,1863	-0,0188	0,1237	0,2550	0,1624
2,5 ≤ X-S < 5	-0,0714	0,2020	0,2196	0,1251	-0,0692	0,1914	0,2100	0,1157
5 ≤ X-S < 7,5	-0,1051	0,3099	0,1771	0,0970	-0,1011	0,2952	0,1683	0,0849
7,5 ≤ X-S < 10	-0,1487	0,4394	0,1329	0,0657	-0,1396	0,4196	0,1268	0,0575
10 ≤ X-S < 12,5	-0,1705	0,5257	0,0992	0,0428	-0,1523	0,5052	0,0943	0,0364
12,5 ≤ X-S < 15	-0,1804	0,5912	0,0775	0,0311	-0,1629	0,5538	0,0734	0,0270
15 ≤ X-S < 17,5	-0,2054	0,6335	0,0552	0,0203	-0,1815	0,5787	0,0526	0,0171
17,5 ≤ X-S < 20	-0,1211	0,5799	0,0415	0,0141	-0,1227	0,5547	0,0404	0,0121
20 ≤ X-S	-0,0057	0,5422	0,0181	0,0039	-0,0142	0,4451	0,0177	0,0039
전체	-0,0181	0,3507	0,1167	0,0599	-0,0170	0,3277	0,1124	0,0543

<표 12> 1일 후 전체평균헤징오차의 차이검정결과

MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형간의 차이검정결과							
MAPE			MAE				
BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형		
4.0027 (0.0001)	1.2403 (0.2149)	4.1622 (0.0000)	1.0942 (0.2739)	2.2730 (0.0230)	2.3492 (0.0188)		
MR을 고려한 모형의 방법론간 차이검정결과							
MAPE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형	MAE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
BS모형		7.5648 (0.0000)	2.3418 (0.0192)	BS모형		0.0275 (0.97800)	1.2299 (0.2188)
ad-hoc BS모형			5.5921 (0.0000)	ad-hoc BS모형			1.2333 (0.2175)
MR을 고려하지 않은 모형의 방법론간 차이검정결과							
MAPE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형	MAE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
BS모형		4.8014 (0.0000)	2.2673 (0.0234)	BS모형		1.2626 (0.2067)	0.0533 (0.9575)
ad-hoc BS모형			2.5883 (0.0096)	ad-hoc BS모형			1.2056 (0.2280)

\* t-통계량과 (p-값)을 나타냄.

분석결과, BS모형과 ad-hoc BS모형의 델타헤징성과와 동일하게 MA(P)E를 기준으로, MR을 고려하지 않은 모형이 MR을 고려한 모형의 델타헤징오차보다 전반적으로 더 낮았다. MR을 고려한 CS모형과 고려하지 않은 CS모형간의 전체평균델타헤징오차는 MAPE와 MAE에서 각각 1%와 5%유의수준에서 차이가 존재하였다. X-S별로 델타헤징성과를 비교할 경우에도, MAE의  $-17.5 \leq X-S < -12.5$ 를 제외한 모든 범위에서 MR을 고려하지 않은 CS모형의 델타헤징오차가 더 낮은 것으로 나타났다. 따라서 MR을 해제함으로써 인해 증분적으로 얻게 되는 델타헤징오차의 감소패턴은 BS모형과 ad-hoc BS모형에 비해 횡단면적으로 가장 안정적으로 판단된다.

MSE의 경우에도, MR을 고려하지 않은 모형이 더 낮았고, MPE도 음의 값을 가졌다. 그리고 상수변동성을 가정하는 BS모형에 비해 과소(대)평가의 정도가 감소하였지만, ad-hoc BS모형을 이용하는 경우보다는 과소(대)평가의 정도가 더 높았다.

모형별로 1일 후의 델타헤징성과를 비교하면, 먼저 MR을 고려한 모형의 경우 MAPE를 기준으로 ad-hoc BS모형이 CS모형과 BS모형보다 1%유의수준에서 차이를 가지며 헤징성과가 우수하였다. 그리고 CS모형은 BS모형보다 5%유의수준에서 차이를 가지며 더 우수한 헤징성과를 보였다. MAE에서는 MAPE와는 달리 ad-hoc BS모형, BS모형, CS모형의 순서로 우수하였지만, 모형간에는 10%수준에서도 유의한 차이가 없었다. MR을 고려한 위의 결과는 Dumas, Fleming and Whaley(1998), Vähämaa(2003), Kim and Kim(2003), 풋옵션에 대한 김무성, 강태훈(2006)의 실증결과와도 유사한데, 대체로 보다 복잡하고 정교한 모형은 더 나은 헤징성과를 산출하지 못하는 것으로 판단되었다. MR을 고려하지 않은 모형의 경우에는, MAPE를 기준으로 ad-hoc BS모형, CS모형, BS모형 순으로 우수한 헤징성과를 가지는 것으로 나타났다. 그러나 MAE를 기준으로 할 경우, 비록 10%유의수준에서도 차이가 없지만 MR을 고려한 모형과는 달리 CS모형이 BS모형보다 더 우수한 성과를 가지는 것으로 나타났다. 따라서 기존 연구에서 발견되었던 보다 정교한 모형의 상대적으로 열등한 헤징성과는 MAE를 기준으로 할 경우, 미미하지만 MR고려의 영향을 어느 정도 반영했을 가능성이 존재하는 것으로 생각된다.

<표 13>은 BS모형과 ad-hoc BS모형, CS모형의 거래일 기준 5일 후의 델타헤징성과와 차이검정결과를 요약하고 있다.

분석결과, 1일 후의 델타헤징성과와 유사하게, MR이 성립되지 않는 시장의 특성을 반영함으로써 모형이 가지는 가정에 상관없이 델타헤징성과가 향상되는 것으로 나타났다. MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형간의 차이검정결과는 MAPE를 기준으로 BS모형과 CS모형은 1%유의수준에서 차이가 존재하였고, MAE의 CS모형은 5%유의수준에서 차이가 존재하였다. 그리고 모형별로 델타헤징성과를 비교한 결과도 MR의 고려여부와 측정지표에서 모두 1일 후의 델타헤징성과와 유사한 것으로 나타났다.

<표 13> 5일 후 X-S별 평균델타헤징오차

패널A: BS모형	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
X-S	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
X-S<-20	0,0184	0,2772	0,6113	0,7939	0,0360	0,2739	0,6080	0,7948
-20≤X-S<-17,5	0,0545	0,3973	0,5252	0,5848	0,0631	0,3818	0,5055	0,5658
-17,5≤X-S<-15	0,0555	0,6193	0,4389	0,4436	0,0510	0,5935	0,4196	0,4207
-15≤X-S<-12,5	0,0399	0,9270	0,3569	0,3158	0,0268	0,8742	0,3357	0,2899
-12,5≤X-S<-10	0,0761	1,2125	0,2888	0,2221	0,0708	1,0981	0,2694	0,2034
-10≤X-S<-7,5	0,0524	1,5567	0,2453	0,1725	0,0493	1,3602	0,2255	0,1547
-7,5≤X-S<-5	0,1115	1,8408	0,1844	0,1090	0,1067	1,5892	0,1693	0,0961
-5≤X-S<-2,5	0,1543	1,9049	0,1363	0,0742	0,1705	1,6107	0,1238	0,0644
-2,5≤X-S<0	0,2043	1,8030	0,0632	0,0255	0,2331	1,4761	0,0551	0,0209
0≤X-S<2,5	0,0227	0,4740	0,0314	0,0089	0,0381	0,4629	0,0323	0,0104
2,5≤X-S<5	0,1139	0,6456	0,0721	0,0307	0,1144	0,6285	0,0726	0,0342
5≤X-S<7,5	0,1617	0,6887	0,1029	0,0493	0,1493	0,6865	0,1039	0,0536
7,5≤X-S<10	0,2067	0,6961	0,1518	0,0842	0,1887	0,7001	0,1541	0,0925
10≤X-S<12,5	0,2100	0,6688	0,2215	0,1308	0,1990	0,6793	0,2266	0,1429
12,5≤X-S<15	0,2059	0,6090	0,3014	0,1935	0,1994	0,6271	0,3087	0,2061
15≤X-S<17,5	0,2364	0,5351	0,4052	0,3109	0,1838	0,5552	0,4129	0,3265
17,5≤X-S<20	0,2048	0,3950	0,5301	0,4933	0,1784	0,3964	0,5290	0,4899
20≤X-S	0,1864	0,3041	0,7018	0,7918	0,1656	0,2971	0,6823	0,7615
전체	0,1235	0,8228	0,2688	0,2358	0,1202	0,7584	0,2625	0,2310

  

패널B: ad-hoc BS모형	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
X-S	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
X-S<-20	0,0050	0,2886	0,6349	0,8767	0,0201	0,2810	0,6197	0,8320
-20≤X-S<-17,5	0,0508	0,4059	0,5401	0,6137	0,0564	0,3894	0,5214	0,5930
-17,5≤X-S<-15	0,0505	0,6067	0,4390	0,4493	0,0444	0,5767	0,4210	0,4239
-15≤X-S<-12,5	0,0280	0,8557	0,3461	0,3159	0,0208	0,8080	0,3314	0,2875
-12,5≤X-S<-10	0,0488	1,0471	0,2667	0,2060	0,0486	0,9901	0,2563	0,1907
-10≤X-S<-7,5	0,0016	1,2623	0,2174	0,1541	-0,0043	1,2236	0,2122	0,1467
-7,5≤X-S<-5	0,0837	1,3395	0,1536	0,0913	0,0655	1,3200	0,1509	0,0841
-5≤X-S<-2,5	0,1353	1,2645	0,1078	0,0596	0,0918	1,2793	0,1065	0,0534
-2,5≤X-S<0	0,2375	1,0193	0,0453	0,0187	0,1450	1,0867	0,0455	0,0166
0≤X-S<2,5	-0,0095	0,5140	0,0306	0,0094	-0,0090	0,5112	0,0303	0,0091
2,5≤X-S<5	0,0911	0,6637	0,0702	0,0313	0,0907	0,6685	0,0702	0,0317
5≤X-S<7,5	0,1504	0,6906	0,1001	0,0486	0,1487	0,6933	0,1009	0,0501
7,5≤X-S<10	0,2068	0,6838	0,1459	0,0764	0,2023	0,6880	0,1482	0,0827
10≤X-S<12,5	0,2104	0,6570	0,2125	0,1194	0,2129	0,6584	0,2148	0,1252
12,5≤X-S<15	0,2138	0,5908	0,2913	0,1805	0,2139	0,5947	0,2927	0,1856
15≤X-S<17,5	0,1896	0,5204	0,3998	0,3070	0,1952	0,5173	0,3943	0,2966
17,5≤X-S<20	0,2182	0,3926	0,5370	0,5140	0,2075	0,3846	0,5236	0,4765
20≤X-S	0,2089	0,3148	0,7369	0,8770	0,1975	0,3038	0,7037	0,7816
전체	0,1129	0,6985	0,2638	0,2399	0,1019	0,6931	0,2574	0,2268

<표 13 계속>

패널C: CS모형 X-S	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
X-S < -20	0.0050	0.2881	0.6318	0.8617	0.0223	0.2793	0.6174	0.8482
-20 ≤ X-S < -17.5	0.0491	0.4122	0.5433	0.6120	0.0562	0.3934	0.5200	0.5934
-17.5 ≤ X-S < -15	0.0411	0.6242	0.4460	0.4582	0.0408	0.5955	0.4265	0.4293
-15 ≤ X-S < -12.5	-0.0152	0.8840	0.3545	0.3260	0.0022	0.8499	0.3374	0.2905
-12.5 ≤ X-S < -10	0.0257	1.0545	0.2763	0.2222	0.0462	1.0404	0.2644	0.1966
-10 ≤ X-S < -7.5	-0.0221	1.2683	0.2280	0.1700	0.0011	1.2439	0.2179	0.1504
-7.5 ≤ X-S < -5	0.0117	1.3407	0.1640	0.1054	0.0469	1.3233	0.1585	0.0916
-5 ≤ X-S < -2.5	0.0266	1.2828	0.1173	0.0720	0.0014	1.3161	0.1143	0.0619
-2.5 ≤ X-S < 0	0.1097	1.2992	0.0517	0.0230	0.0652	1.1305	0.0491	0.0193
0 ≤ X-S < 2.5	0.0346	0.5795	0.0342	0.0105	0.0068	0.5112	0.0317	0.0093
2.5 ≤ X-S < 5	0.0676	0.7798	0.0772	0.0335	0.0324	0.7178	0.0730	0.0320
5 ≤ X-S < 7.5	0.1178	0.7750	0.1082	0.0512	0.1084	0.7302	0.1044	0.0509
7.5 ≤ X-S < 10	0.1713	0.7510	0.1534	0.0818	0.1731	0.7280	0.1523	0.0861
10 ≤ X-S < 12.5	0.1923	0.7012	0.2178	0.1255	0.2009	0.6820	0.2207	0.1313
12.5 ≤ X-S < 15	0.2146	0.6059	0.2957	0.1848	0.2055	0.5998	0.2971	0.1897
15 ≤ X-S < 17.5	0.1452	0.5793	0.4071	0.3206	0.1805	0.5435	0.4002	0.3076
17.5 ≤ X-S < 20	0.2206	0.4017	0.5435	0.5322	0.2055	0.3870	0.5230	0.4717
20 ≤ X-S	0.2132	0.3215	0.7491	0.9099	0.1962	0.3040	0.7027	0.7738
전체	0.0897	0.7560	0.2703	0.2475	0.0851	0.7143	0.2609	0.2300

패널D: 5일 후 전체평균헤징오차의 차이검정결과

MR을 고려한 모형과 고려하지 않은 모형간의 차이검정결과

MAPE			MAE		
BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
4.0640	0.4608	3.0289	1.4698	1.4748	2.1386
(0.0000)	(0.6449)	(0.0025)	(0.1416)	(0.1403)	(0.0325)

MR을 고려한 모형의 방법론간 차이검정결과

MAPE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형	MAE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
BS모형		8.5473	4.2568	BS모형		1.1402	0.3421
		(0.0000)	(0.0000)			(0.2542)	(0.7323)
ad-hoc BS모형			4.3545	ad-hoc BS모형			1.4608
			(0.0000)				(0.1441)

MR을 고려하지 않은 모형의 방법론간 차이검정결과

MAPE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형	MAE	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
BS모형		4.9089	3.1573	BS모형		1.1767	0.3560
		(0.0000)	(0.0016)			(0.2393)	(0.7219)
ad-hoc BS모형			1.7163	ad-hoc BS모형			0.8202
			(0.0861)				(0.4121)

#### 4. 강건성 검증

MPE, MAPE, MAE, MSE의 4가지 성과평가기준에 근거한 <표 2>에서 <표 13>까지의 실증분석결과에서는, 1% 혹은 5%의 유의수준에서 통계적 유의성을 검증함으로써 결과의 엄밀성을 부여하였다. 그러나 전체분석기간을 이용한 위의 통계적 검증결과는 표본자료의 개수가 아주 많기 때문에 표준오차가 줄어든 영향을 무시할 수 없다. 또한 위의 네 가지 측정지표는 오차의 평균개념이기 때문에, 빈도에 관한 정보와는 차이가 존재한다.

따라서 전체분석기간을 연도별로 구분하고, MR을 고려한 모형이 고려하지 않은 모형보다 가격예측(델타헤징)오차가 더 크게 나타나는 표본비율에 관한 척도를 <표 14>, <표 15>와 <표 16>에 나타내었다.

옵션가격예측오차와 델타헤징오차를 나타낸 <표 14>와 <표 16>을 보면, 1일 후 옵션가격예측(델타헤징)오차의 연도별 표본비율의 경우, 전반적으로 50%에 근접하거나 약간 높은 값을 가지는 것으로 나타났다. 따라서 표본비율을 기준으로 할 경우 표준오차의 영향이 존재하는 MA(P)E의 통계적인 검증결과와는 달리, MR의 고려여부는 예측기간 1일의 의사결정을 위해 별다른 유용성이 존재하지 않는 것으로 나타났다.

또한 <표 15>의 기초자산가격예측오차의 경우 1일 후에 대한 표본비율이 5일 후의 그것보다 낮아야 하지만 BS와 AHBS의 경우 반대의 결과가 발견되며, BS모형, ad-hoc BS모형, CS모형에서 모두 1일 후에 대한 표본비율과 5일 후에 대한 표본비율의 차이가 미미하였다.

이와 같이 오차의 평균과 오차크기의 상대적인 빈도를 기준으로 한 분석결과에 일관성이 존재하지 않음으로, 1일과 5일의 예측(헤징)기간에서의 MR고려여부의 차이를 의사결정에 적용하기에는 충분하지 않은 것으로 판단된다.

이러한 결과는 1일의 예측기간 이전에 두 시장이 가지는 독립적인 정보가 서로의 시장가격에 이미 충분히 반영됨으로 인해, 1일과 5일의 예측기간에서는 그 영향이 미미하였기 때문으로 생각된다. 이는 이전의 분석결과를 통해서도 어느 정도 확인될 수 있는데, MA(P)E를 기준으로 한 분석결과에서 그 차이가 크지는 않더라도, 예상대로 옵션(기초자산)가격예측오차는 MR을 고려하지 않은 모형이 고려한 모형에 비해 더 낮(높)았다. 그리고 예측기간이 1일에서 5일로 증가할수록 이러한 성과의 차이가 감소되는 것으로 나타났다. 또한 1일 후와 5일



후의 옵션가격오차예측의 표본비율을 비교할 경우에도, 그 차이가 크지는 않지만 BS모형의 2003년을 제외한 모든 범위에서 5일 후에 대한 표본비율이 1일 후에 대한 그것보다 더 낮은 값을 가짐이 발견된다.

<표 14> MR을 고려한 모형의 옵션가격예측오차가 MR을 고려하지 않은 모형의 옵션가격예측오차보다 더 높은 표본비율

패널 A : 1일후

연도	BS모형			ad-hoc BS모형			CS모형		
	MAPE	MAE	MSE	MAPE	MAE	MSE	MAPE	MAE	MSE
1997	0.5858	0.5827	0.5682	0.5390	0.5390	0.5349	0.6285	0.6285	0.6254
1998	0.4913	0.4798	0.4466	0.5688	0.5688	0.5570	0.5605	0.5554	0.5463
1999	0.5335	0.5219	0.5060	0.5564	0.5564	0.5411	0.5539	0.5539	0.5508
2000	0.4724	0.4623	0.4388	0.4956	0.4956	0.4910	0.5276	0.5243	0.5162
2001	0.4721	0.4531	0.4275	0.5022	0.5022	0.4823	0.5650	0.5641	0.5570
2002	0.4809	0.4622	0.4234	0.4744	0.4741	0.4522	0.5381	0.5364	0.5268
2003	0.5424	0.5145	0.4769	0.5349	0.5349	0.5152	0.5381	0.5363	0.5234
2004	0.6188	0.5977	0.5555	0.5301	0.5301	0.5150	0.6102	0.6092	0.5977
2005	0.6286	0.5900	0.5364	0.5163	0.5163	0.5042	0.5665	0.5645	0.5491
2006	0.6178	0.6001	0.5730	0.4674	0.4931	0.4892	0.5515	0.5509	0.5394
2007	0.6880	0.6594	0.6262	0.4891	0.4891	0.4883	0.5734	0.5734	0.5666
전체	0.5546	0.5349	0.5024	0.5130	0.5159	0.5036	0.5595	0.5579	0.5485

패널 B : 5일후

연도	BS모형			ad-hoc BS모형			CS모형		
	MAPE	MAE	MSE	MAPE	MAE	MSE	MAPE	MAE	MSE
1997	0.4763	0.4763	0.4692	0.4792	0.4792	0.4677	0.6083	0.6083	0.6055
1998	0.3988	0.3851	0.3638	0.5022	0.5016	0.4716	0.5137	0.5093	0.4995
1999	0.4426	0.4310	0.4113	0.5133	0.5081	0.4841	0.5180	0.5180	0.5141
2000	0.3890	0.3806	0.3660	0.4821	0.4821	0.4617	0.4821	0.4812	0.4759
2001	0.4507	0.4344	0.4053	0.4900	0.4888	0.4531	0.5312	0.5306	0.5275
2002	0.4259	0.4023	0.3606	0.4340	0.4320	0.3919	0.5286	0.5270	0.5166
2003	0.5515	0.5232	0.4817	0.4885	0.4866	0.4505	0.5163	0.5154	0.4939
2004	0.5271	0.4970	0.4606	0.4926	0.4911	0.4689	0.5819	0.5809	0.5602
2005	0.5195	0.4837	0.4331	0.4510	0.4501	0.4234	0.5586	0.5572	0.5366
2006	0.4757	0.4597	0.4267	0.4340	0.4336	0.4271	0.5411	0.5391	0.5195
2007	0.5666	0.5263	0.4842	0.4544	0.4533	0.4474	0.5461	0.5456	0.5432
전체	0.4724	0.4510	0.4189	0.4727	0.4713	0.4469	0.5337	0.5325	0.5207

<표 15> 기초자산시장가격을 이용한 기초자산가격예측오차가 내재주가지수를 이용한 기초자산가격예측오차보다 더 높은 표본비율

패널 A : 1일후

연도	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
1997	0,313253	0,325301	0,325301
1998	0,384181	0,389831	0,361582
1999	0,468927	0,519774	0,514124
2000	0,448276	0,471264	0,454023
2001	0,356322	0,373563	0,33908
2002	0,40678	0,378531	0,429379
2003	0,486034	0,564246	0,50838
2004	0,359551	0,38764	0,398876
2005	0,380682	0,386364	0,414773
2006	0,393258	0,426966	0,438202
2007	0,31068	0,407767	0,398058
전체	0,399212	0,426802	0,422297

패널 B : 5일후

연도	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
1997	0,355932	0,355932	0,40678
1998	0,434109	0,426357	0,418605
1999	0,449612	0,48062	0,496124
2000	0,420635	0,436508	0,420635
2001	0,404762	0,420635	0,404762
2002	0,418605	0,403101	0,426357
2003	0,541985	0,572519	0,496183
2004	0,4	0,4	0,392308
2005	0,304688	0,367188	0,4375
2006	0,253846	0,384615	0,4
2007	0,173333	0,266667	0,373333
전체	0,387771	0,419505	0,428019

<표 16> MR을 고려한 모형의 델타헤징오차가 MR을 고려하지 않은 모형의 델타헤징오차보다 더 높은 표본비율

패널 A : 1일후

연도	BS모형			ad-hoc BS모형			CS모형		
	MAPE	MAE	MSE	MAPE	MAE	MSE	MAPE	MAE	MSE
1997	0.5652	0.5652	0.5335	0.5018	0.5018	0.4823	0.5968	0.5944	0.5871
1998	0.5332	0.5141	0.4505	0.5327	0.5274	0.4607	0.5513	0.5495	0.4770
1999	0.5127	0.5028	0.4650	0.5272	0.5265	0.4767	0.5484	0.5456	0.4936
2000	0.5358	0.5306	0.4730	0.4925	0.4925	0.4661	0.5446	0.5424	0.5017
2001	0.4816	0.4624	0.4050	0.5145	0.5140	0.4418	0.5371	0.5341	0.4575
2002	0.4749	0.4565	0.3828	0.4537	0.4521	0.3733	0.5119	0.5065	0.4249
2003	0.5243	0.5014	0.4292	0.5215	0.5150	0.4120	0.5082	0.4942	0.4075
2004	0.6036	0.5882	0.5361	0.5590	0.5578	0.4856	0.5756	0.5673	0.4868
2005	0.5102	0.4823	0.4187	0.5244	0.5207	0.4321	0.5229	0.5080	0.4157
2006	0.5683	0.5527	0.5061	0.5263	0.5260	0.4750	0.5322	0.5236	0.4734
2007	0.5170	0.4950	0.4432	0.5189	0.5189	0.4878	0.4892	0.4839	0.4350
전체	0.5277	0.5109	0.4541	0.5151	0.5132	0.4505	0.5343	0.5277	0.4616

패널 B : 5일후

연도	BS모형			ad-hoc BS모형			CS모형		
	MAPE	MAE	MSE	MAPE	MAE	MSE	MAPE	MAE	MSE
1997	0.5975	0.5975	0.5933	0.3962	0.3962	0.3941	0.6247	0.6247	0.6247
1998	0.5603	0.5535	0.5095	0.5224	0.5217	0.5081	0.5400	0.5379	0.5163
1999	0.5047	0.4958	0.4665	0.5036	0.5036	0.4804	0.5357	0.5346	0.5136
2000	0.6134	0.6106	0.5724	0.5075	0.5075	0.4992	0.5402	0.5402	0.5114
2001	0.5375	0.5264	0.4825	0.4870	0.4862	0.4543	0.5398	0.5398	0.4967
2002	0.5198	0.5050	0.4568	0.4769	0.4769	0.4416	0.5088	0.5069	0.4559
2003	0.5451	0.5367	0.4994	0.4982	0.4982	0.4531	0.5205	0.5162	0.4657
2004	0.6369	0.6271	0.5964	0.5078	0.5078	0.4864	0.5622	0.5588	0.5177
2005	0.5677	0.5476	0.5028	0.5190	0.5185	0.4798	0.5330	0.5274	0.4546
2006	0.6597	0.6522	0.6278	0.4678	0.4678	0.4522	0.5311	0.5266	0.4916
2007	0.5925	0.5806	0.5525	0.4963	0.4963	0.4859	0.5318	0.5296	0.5089
전체	0.5750	0.5650	0.5290	0.4951	0.4949	0.4708	0.5361	0.5336	0.4954

따라서 1일 이전에 독립적인 정보의 시계열상관관계를 파악하기 위해, 하루 중의 예측(헤징)기간별로 성과를 비교해 볼 수 있는데, 이를 통해 초단기거래자나 일중거래자들을 위한 의사결정의 적응가능성과 독립적인 정보의 상대적인 수렴속도를 분석해 볼 수 있을 것이다.

전체분석기간 중에서 가장 최근의 2006년 8월부터 2007년 7월의 1년 동안에 하루 중 10분, 60분, 3시간, 6시간의 예측기간에서의 표본비율과 MPE, MAPE, MAE, MSE를 분석한 결과를 <표 17>과 <표 18>에 나타내었다.

가격예측오차의 표본비율에 관한 분석결과를 나타낸 <표 17>을 보면, 예상대로 하루 중 예측기간이 증가할수록 옵션가격예측오차의 경우 모든 모형에서 표본비율이 단조감소하였고, 기초자산예측오차의 경우 10분에서 3시간까지는 표본비율이 단조증가하였다. 또한 BS모형의 경우 예측기간 10분에서의 옵션가격예측오차가 MR을 고려하지 않은 모형이 고려한 모형에 비해 70%에서 76%의 높은 빈도로 우수한 성과를 가짐이 발견된다. 반대로 예측기간 10분에서의 기초자산가격예측오차는 MR을 고려한 모형이 고려하지 않은 모형에 비해 BS모형은 86%, ad-hoc BS모형은 76%, CS모형은 74%의 높은 빈도로 성과가 더 우수하였다.

그러나 ad-hoc BS모형과 CS모형의 옵션가격예측오차의 표본비율은 BS모형과는 달리 예측기간 10분에서도 51%와 58%의 낮은 빈도를 가졌다. 이는 전술한 것처럼, MR을 기각시키는 원인들은 내재상태가격밀도의 고차적률에 영향을 미치게 된다. 이로 인해, 내재변동성구조를 이용하여 고차적률을 고려하는 ad-hoc BS모형과 직접적으로 내재적률을 고려하는 CS모형은 그렇지 않은 BS모형과는 달리, 기초자산의 시장가격을 이용할 경우에도 고차적률을 통해 MR의 기각으로 인한 영향을 어느 정도 반영하기 때문으로 추측된다.

시장의 정보효율성과 관련하여, 고차적률을 고려하지 않는 BS모형을 기준으로 독립적인 정보의 수렴속도를 파악해 볼 수 있는데, 6시간의 옵션가격예측기간에서도 64%에서 69%의 표본비율을 가짐으로, 기초자산의 독립적인 정보는 6시간 후에도 옵션시장가격에 완전히 반영되지 않는 것으로 파악된다. 기초자산가격예측오차의 경우에도 6시간의 예측기간에서 30%에서 39%의 표본비율을 가짐으로, 옵션의 독립적인 정보는 6시간 후에도 옵션시장가격에 완전히 반영되지 않음을 알 수 있다. 따라서 1일의 예측(헤징)기간에서도 미미하지만 MR의 고려여부로 예상되는 결과가 발견된 것으로 짐작해 볼 때, 특정시점의 독립적인 정

보가 상대시장가격으로 완전히 유입되기까지는 적어도 1거래일 이상의 시간이 소요됨을 알 수 있다.

<표 17> 하루 중의 예측기간별 MR을 고려한 모형의(기초자산시장가격을 이용한)  
 예측오차가 MR을 고려하지 않은 모형의(내재주가지수를 이용한)  
 예측오차보다 더 높은 표본비율

패널 A : 옵션가격예측오차의 표본비율

BS모형	MAPE	MAE	MSE
10분	0,761917	0,737896	0,708122
60분	0,749081	0,725012	0,695161
3시간	0,737071	0,712538	0,681737
6시간	0,692937	0,671835	0,642765
ad-hoc BS모형	MAPE	MAE	MSE
10분	0,514111	0,514111	0,510834
60분	0,512231	0,512224	0,509098
3시간	0,513192	0,51318	0,509979
6시간	0,501292	0,501292	0,498493
CS모형	MAPE	MAE	MSE
10분	0,586804	0,586699	0,583651
60분	0,549187	0,549101	0,546041
3시간	0,538286	0,538191	0,535158
6시간	0,531438	0,531438	0,527993

패널 B : 기초자산가격예측오차의 표본비율

	BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
10분	0,138617	0,239329	0,254767
60분	0,272573	0,352406	0,349737
3시간	0,346079	0,404431	0,382062
6시간	0,304694	0,393842	0,399225

초단기거래자와 일종거래자의 의사결정과 관련하여, 옵션가격예측오차의 MPE, MAPE, MAE와 MSE를 나타낸 <표 18>의 패널A를 보면, 고차적률을 고려하는 ad-hoc BS모형과 CS모형을 이용하는 것이 더 유용하였다. BS모형과

비교하여 고차적분을 고려하는 모형은 5일 후의 성과와 비교하여, 하루 중의 예측기간에서 보다 분명한 차이를 가지고 우수한 성과를 가짐을 확인할 수 있다.

<표 18> 하루 중 예측기간별 가격예측오차

패널 A : 옵션가격예측오차

BS모형	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
10분	-0.3074	0.5974	0.1552	0.0452	-0.2906	0.5353	0.1121	0.0246
60분	-0.2964	0.6062	0.1658	0.0575	-0.2793	0.5478	0.1302	0.0388
3시간	-0.2690	0.6287	0.1861	0.0826	-0.2535	0.5730	0.1576	0.0668
6시간	-0.2136	0.6718	0.2260	0.1489	-0.2055	0.6212	0.2075	0.1442
ad-hoc BS모형	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
10분	0.0428	0.2301	0.0920	0.0264	0.0341	0.2224	0.0850	0.0236
60분	0.0555	0.2490	0.1067	0.0390	0.0468	0.2421	0.1012	0.0368
3시간	0.0861	0.2873	0.1326	0.0640	0.0779	0.2788	0.1288	0.0634
6시간	0.1471	0.3676	0.1816	0.1350	0.1494	0.3692	0.1814	0.1354
CS모형	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
10분	-0.2650	0.4132	0.0622	0.0101	-0.1962	0.5947	0.0654	0.0218
60분	-0.2535	0.4343	0.0859	0.0230	-0.1823	0.6264	0.0953	0.0358
3시간	-0.2316	0.4705	0.1199	0.0487	-0.1573	0.6583	0.1314	0.0636
6시간	-0.1844	0.5454	0.1776	0.1205	-0.0927	0.7362	0.1929	0.1452

패널 B : 기초자산가격예측오차

	기초자산시 장가격이용	내재주가지수 이용		
		BS모형	ad-hoc BS모형	CS모형
10분	0.000942	0.003461	0.002205	0.002143
60분	0.002174	0.004019	0.003039	0.003018
3시간	0.003487	0.004924	0.004174	0.004173
6시간	0.005286	0.006956	0.006007	0.005991

다음으로 델타헤징오차의 표본비율을 나타낸 <표 19>를 보면, 대체로 하루 중 헤징기간이 증가할수록 표본비율은 증가하였다. 따라서 헤징기간이 증가할수록 기초자산의 독립적인 정보에 비해 옵션의 독립적인 정보의 유용성이 상대적으로 증가되는 것으로 파악된다. 그리고 고차적률을 고려하지 않는 BS모형과는 달리 ad-hoc BS모형과 CS모형은 고차적률의 영향으로 10분의 헤징기간에서도 50%에 근접한 표본비율을 가졌다.

<표 20>은 델타헤징오차의 MPE, MAPE, MAE와 MSE를 나타내었는데, 전반적으로 모형별로 성과의 차이는 미약한 것으로 판단된다. 그리고 MR고려여부를 비교할 때 표본비율을 이용한 분석결과와는 다소 차이가 존재한다. 그 이유는 가격예측과는 달리 델타헤징은 옵션의 독립적인 정보와 기초자산의 독립적인 정보간에 상대적인 유용성의 차이로 결정됨으로, 가격예측에 비해 그 영향이 작기 때문이다. 이로 인해 평균에 관한 측정지표에서는 어느 정도 희석될 수 있는 가능성이 높다.

<표 19> 하루 중의 헤징기간별 MR을 고려한 모형의 델타헤징오차가 MR을 고려하지 않은 모형의 델타헤징오차보다 더 높은 표본비율

BS모형	MPE	MAPE	MSE
10분	0.408254	0.394942	0.353045
60분	0.461958	0.444544	0.396405
3시간	0.501921	0.484609	0.435241
6시간	0.546506	0.528584	0.473911
ad-hoc BS모형	MPE	MAPE	MSE
10분	0.506685	0.505638	0.43949
60분	0.512182	0.510807	0.449245
3시간	0.512129	0.511279	0.457089
6시간	0.52314	0.522913	0.484347
CS모형	MPE	MAPE	MSE
10분	0.49619	0.483677	0.405779
60분	0.493266	0.480912	0.41065
3시간	0.495514	0.483707	0.42297
6시간	0.505898	0.49637	0.440109

<표 20> 하루 중 헤징기간별 델타헤징오차

BS모형	MR을 고려한 모형				MR을 고려하지 않은 모형			
	MPE	MAPE	MAE	MSE	MPE	MAPE	MAE	MSE
10분	-0.0355	0.1158	0.0711	0.0149	-0.0270	0.1152	0.0718	0.0149
60분	-0.0378	0.1395	0.0750	0.0168	-0.0296	0.1373	0.0750	0.0166
3시간	-0.0362	0.1694	0.0830	0.0208	-0.0278	0.1645	0.0820	0.0202
6시간	-0.0308	0.2127	0.0910	0.0278	-0.0276	0.2042	0.0884	0.0272
ah-hoc BS모형								
10분	-0.0131	0.1150	0.0702	0.0148	-0.0125	0.1143	0.0698	0.0144
60분	-0.0156	0.1340	0.0740	0.0171	-0.0153	0.1332	0.0734	0.0166
3시간	-0.0124	0.1581	0.0821	0.0214	-0.0120	0.1572	0.0813	0.0210
6시간	-0.0175	0.1974	0.0913	0.0291	-0.0192	0.1972	0.0895	0.0286
CS모형								
10분	-0.0085	0.1137	0.0707	0.0149	-0.0043	0.1511	0.0745	0.0160
60분	-0.0112	0.1322	0.0745	0.0172	-0.0081	0.1758	0.0783	0.0184
3시간	-0.0083	0.1548	0.0825	0.0217	-0.0036	0.2045	0.0860	0.0230
6시간	-0.0168	0.1952	0.0912	0.0289	0.0073	0.2528	0.0941	0.0299

#### IV. 결 론

옵션가격에 내재된 정보를 이용하여 의사결정의 유용성을 검증한 기존연구들은 대부분 무재정하에서 유일한 상태가격밀도의 존재를 가정한다. 그러나 실제 시장은 거래비용이나 확률변동성, 점프에 대한 프리미엄의 존재 등으로 인해 MR을 기각한다. 따라서 본 연구에서는 Longstaff(1995)의 MR에 대한 정의를 이용하여, 독립적인 정보의 시계열상관관계를 의사결정과 시장의 정보효율성 관점에서 고찰하였다.

분석결과, 옵션의 독립적인 정보와 기초자산의 독립적인 정보는 1거래일 이전에 상대시장으로 충분히 유입됨으로 인해, 이를 이용한 일별거래자들의 의사결정 유용성은 미약한 것으로 발견된다. 그리고 하루 중의 10분 동안은 독립적인 정보의 시계열자기상관관계가 표본비율에 다소 명확한 차이를 가지고 반영되었다. 그러나 MR을 기각시키는 요인들의 영향이 고차적률에 포함되어 있음으로 인해, 고차적률을 고려하는 모형에서 일차적률을 이용하여 이들의 영향을 추가



적으로 반영하는 것은 투자성과에 미약하게 영향을 미쳤다.

시장의 정보효율성과 관련하여서는, 독립적인 정보가 상대시장으로 완전히 유입되기까지는 적어도 1거래일 이상이 소요되는 것으로 파악된다. 그리고 하루 중 3시간미만의 헤징기간에서는 기초자산의 독립적인 정보가 옵션의 독립적인 정보에 비해 더 유용하지만, 헤징기간이 증가할수록 옵션의 독립적인 정보가 상대적으로 더 유용하게 델타헤징성과에 반영되었다.

결론적으로, 독립적인 정보의 시계열상관관계는 가격예측과 델타헤징을 이용한 분석결과에서 체계적으로 발견됨으로, KOSPI 200 지수(옵션)시장은 다소 비효율적인 것으로 판단된다. 그러나 이를 이용한 의사결정의 유용성은 미약한 것으로 보인다.

## 참고문헌

- 현정순, 이병근, "우리나라 옵션시장의 불완전성에 대한 연구," 「선물연구」, 제12권, 제2호, 2004, pp. 25-43.
- 김무성, 강태훈, "KOSPI 200 옵션가격에 내재된 확률분포의 유용성에 관한 실증연구: 헤징성과를 중심으로," 「증권학회지」, 제35권, 제4호, 2006, pp. 103-142.
- 김무성, 강태훈, "KOSPI 200 지수옵션의 가격동학에 관한 실증연구," 「대한경영학회지」, 제20권, 제5호, 2007a, pp. 2141-2156.
- 김무성, 강태훈, "내재정보를 이용한 가격동학 특성에 관한 연구," 「선물연구」, 제15권, 제2호, 2007b, pp. 55-83.
- 김무성, 강태훈, "KOSPI 200 지수옵션의 수익률생성과정에 내재된 체계적 위험요인," 「재무관리연구」, 제25권, 제2호, 2008, 게재예정.
- 김솔, "위험중립분포 왜도·첨도의 옵션가격결정에 대한 영향력," 「선물연구」, 제14권, 제2호, 2006, pp. 25-50.
- Bakshi, G. and N. Kapadia, "Delta-Hedged Gains and the Negative Market Volatility Risk Premium," *Review of Financial Studies*, 16(2), 2003, pp. 527-566.
- Bates, D, "Hedging the Smirk," *Finance Research Letters*, 2(4), 2005, pp. 195-200.
- Black, F. and M. Scholes, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities,"

- Journal of Political Economy*, 81(3), 1973, pp. 637-654.
- Brown, C. and D. Robinson, "Skewness and Kurtosis Implied by Option Prices: A Correction," *Journal of Financial Research*, 25(2), 2002, pp. 279-282.
- Corrado, C. J. and T. Su, "Skewness and Kurtosis in S&P 500 Index Returns Implied by Option Prices," *Journal of Financial Research*, 19(2), 1996, pp. 175-192.
- Dumas, B., J. Fleming, and R. Whaley, "Implied Volatility Functions: Empirical Tests," *Journal of Finance*, 53(6), 1998, pp. 2059-2106.
- Gemmill, G. and A. Saflekos, "How Useful are Implied Distributions? Evidence from Stock Index Options," *Journal of Derivatives*, 7(3), 2000, pp. 83-98.
- Kang, Sung Soo, "Implied Finance Theory," Ph.D dissertation, Seoul National University, 2003.
- Kim, In Joon and Sol Kim, "On the Usefulness of Implied Risk-Neutral Distributions-Evidence from the Korean KOSPI 200 Index Options Market," *Journal of Risk*, 6(1), 2003, pp. 93-110.
- Leland, H. E., "Option Pricing and Replication with Transactions," *Journal of Finance*, 40(5), 1985, pp. 1283-1301.
- Longstaff, F. A., "Option Pricing and the Martingale Restriction," *Review of Financial Studies*, 8(4), 1995, pp. 1091-1124.
- Macbeth, J. D. and L. J. Merville, "An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model," *Journal of Finance*, 34(5), 1979, pp. 1173-1186.
- Macbeth, J. D. and L. J. Merville, "Tests of the Black-Scholes and Cox Call Option Valuation Models," *Journal of Finance*, 35(2), 1980, pp. 285-300.
- Merton, R. M., Scholes, and M. Gladstein, "The Returns and Risk of Alternative Call Option Portfolio Investment Strategies," *Journal of Business*, 51(2), 1978, pp. 183-242.
- Merton, R. M., Scholes, and M. Gladstein, "The Returns and Risk of Alternative Put Option Portfolio Investment Strategies," *Journal of Business*, 55(1), 1982, pp. 1-55.
- Vähämaa, S., "Skewness and Kurtosis Adjusted Black-Scholes Model: A Note on Hedging Performance," *Finance Letters*, 1(5), 2003, pp. 6-12.