

날씨 파생상품 가격 결정 모형 연구

정진화, 배광일

초록

날씨는 경제활동에 직간접적으로 영향을 미친다. 따라서 기업들은 다른 재무변수들처럼 날씨에 대해서도 위험관리를 할 필요성이 있다. 이때 날씨파생상품은 좋은 도구가 될 수 있다.

본 연구는 가장 활발히 거래되는 날씨 파생상품들인 HDD/CDD옵션의 가치평가와 시장위험가격의 추정에 초점을 두고 있다. 과거 한국의 자료들을 이용하여 온도의 프로세스를 가정하고, 최근 시카고와 뉴욕의 HDD선물옵션시장으로부터 시장위험가격을 추출했다. 또한, Alternating Direction Implicit 방법과 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 날씨파생상품의 가격을 수치적으로 계산해보았다. 마지막으로 시장위험가격에 대한 옵션가격의 민감도 분석을 통해 시장위험가격의 중요성을 살펴보았다.

¹ 삼성증권, jh.choung@samsung.com

² KAIST, megapoong@business.kaist.ac.kr

제 1 장 서 론

1.1 연구배경 및 목적

날씨 변화는 경제활동에 직간접적으로 영향을 미친다. 특히, 에너지업체, 곡물 생산업체, 음식료업체, 엔터테인먼트업체, 보험업체, 운송업체, 가전업체, 건설업체 등의 경우 기업이익의 상당부분이 날씨 변동에 따른 영향에 노출되어 있다. 미국 상무부 발표 자료에 따르면, 미국 내 날씨에 따라 수익에 영향을 받는 산업의 비중은 전체 GDP의 약 42%를 차지하고 있으며, 우리나라의 경우는 그 비중이 약 52%에 달하는 것으로 알려져 있다³. 이 같은 여건을 고려할 때, 우리가 경제활동을 하는데 있어 환율, 금리, 유가, 원자재 가격 변동 등에 민첩하게 대응하는 것과 같이, 예상치 못한 날씨 변화에 대해서도 피할 수 없는 재해로 간주하고 사후적으로 대처하기 보다는 사전적 대비 차원에서 보다 적극적으로 대응하는 것이 필요하다고 판단된다. 특히 최근에는 지구 온난화에 따라 전세계적으로 태풍, 홍수, 폭설, 폭염, 가뭄 등과 같은 각종 기상이변 현상이 지속적으로 증가하고 있으며, 이에 따라 날씨와 관련한 위험 관리의 중요성이 증대되고 있다. 그러나, 우리나라의 경우 아직까지는 금융시장 내 법적 규제 등에 따라 일부 보험상품을 제외하고는 날씨와 직접적으로 관련된 상품의 개발 및 거래가 매우 제한적인 상황이다. 2009년 자본시장통합법이 시행되면 금융시장 내 '포괄주의'가 적용되면서 보다 다양한 날씨 연계상품의 등장 가능성이 가능해지게 되며, 날씨 변화에 따라 직접적으로 영업에 영향을

3 삼성경제연구소 (매일경제 2006년 8월 17일자)

받는 기업들의 경우 이익의 안정성을 확보하기 위한 수단으로 날씨 파생상품에 관심을 기울이게 될 것으로 예상된다.

이미 날씨 파생상품은 미국, 영국을 비롯한 유럽 선진시장, 일본 등에서 상당한 시장 규모를 이루며 활발하게 거래되고 있다. 따라서 우리는 시장성이 입증된 기존의 해외 상품들을 참고하여 날씨 파생상품의 기본적인 구조를 설계하는 것이 가능할 것이다. 그러나, 날씨 파생상품의 경우 기초자산인 날씨가 나라마다 차별화된 성격을 가지고 있다. 따라서 우리나라 날씨 환경에 부합하는 상품의 구조 및 가격결정 모형을 독자적으로 설계하거나 기존 상품에 이 같은 특성을 가미하는 것은 상품 구성에 있어 매우 중요한 과정이 될 것이라 판단된다. 또한, 날씨 파생상품의 기초자산으로는 온도, 강수량, 강설량, 풍속, 불쾌지수, 자외선지수, 황사, 태풍 강도 및 횟수 등 다양한 날씨 관련 지표들이 사용될 수 있다. 온도 한가지의 경우에도 측정방법, 또는 적용방식에 따라 여러 가지 상품 구조가 가능하다. 그러나 초기 시장의 안정적인 정착을 위해서는, 다양한 상품을 일시에 도입하여 수요를 분산시키는 것 보다는 해외시장에서 검증된 상품을 기초로 우리나라 특성에 적합한 주력상품을 개발하여 시장성을 확보하는 것이 효과적일 것이라 판단된다. 이에 따라 본 연구에서는 초기 날씨 파생상품 시장에서 주력상품으로서의 역할을 할 수 있을 것으로 기대되는 HDD/CDD 온도지수 상품을 중심으로 다루었다. 현재 HDD/CDD 상품은 날씨 파생상품이 가장 잘 발달된 CME에서 전체 날씨 파생상품의 약 85%를 차지하며 활발하게 거래되고 있다.

1.2 날씨 파생상품 시장 현황

1.2.1 세계 주요시장 현황

1997년 미국 Enron과 Koch Industries의 첫 거래로 시작된 날씨 파생상품은 현재 미국, 영국, 일본 등에서 활발히 거래되고 있다. 특히 미국의 시카고상품거래소(Chicago Mercantile Exchange, CME)는 1999년 날씨 파생상품을 시장에 최초 도입한 이후 날씨 파생상품 성장의 주도적 역할을 해오고 있다. 1999년 이래 파생상품 기초자산이 되는 도시를 추가하면서 온도지수 관련 상품 구성을 지속적으로 확장, 2007년 12월 현재 세계 35개 도시 온도지수에 대한 상품이 거래되고 있다. 이 같은 노력에 힘입어 2003~2005년 사이 CME 날씨 파생상품의 계약규모는 15억달러에서 250억달러로 큰 폭의 증가를 기록하였다. 또한 최근에는 폭설, 허리케인 등 기상이변과 관련한 계약으로 상품 종류를 보다 다각화하고 있다.

1999년 날씨 파생상품이 시장에 처음 소개된 일본의 경우, 손해보험사들의 파생상품 거래가 허용됨에 따라 보험업계를 중심으로 초기시장이 형성되었으며, 시장규모는 2000년 60억엔에서 2005년 600억엔 수준으로 5년 사이 10배의 성장을 기록하였다⁴. 특히, 에너지산업 분야에 대한 규제가 완화됨에 따라 전력업체 및 가스업체들이 파생상품을 이용한 이익 안정화에 동참하면서 날씨 파생상품의 주요 수요자 역할을 하고 있다.

1.2.2 우리나라 시장 현황 및 전망

우리나라의 경우 현행 금융법 상 ‘열거주의’를 채택하고 있어 파생상품의 기초자산이 주식, 국공채, 통화 등으로 제한되어 있다. 그러나 2009년부터 자본시장통

4 한국금융연구원 (2006), “국제금융이슈: 일본, 기후파생금융상품 판매 호조”

합법이 시행되면 '포괄주의'가 적용되면서 다양한 파생상품의 거래가 가능해지게 되며, 최근의 기상이변 현상 등으로 관심이 증가하고 있는 날씨 위험 관련 파생상품도 시장에 도입될 것으로 예상된다. 그러나 이미 상당한 발전을 이룬 해외 선진 시장과 달리 우리나라의 경우 그 동안의 규제에 따라 날씨 위험 관리에 대한 시장의 인식이 아직 부족한 상황이다. 또한 날씨 파생상품의 주요 수요자가 될 수 있는 에너지업체들에 대해 아직까지는 완전한 자율경쟁체제가 이루어지지 않았기 때문에 해당 업체들로서는 날씨 위험 관리에 대한 동기가 크지 않을 것으로 보인다. 이 같은 점을 감안할 때, 날씨 파생상품 시장의 성공적인 도입을 위해서는 제도적인 개선과 함께 시장 참여자들의 날씨 파생상품에 대한 가치 인식도 진행되어야 할 것으로 판단된다.

1.3 논문의 구성

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 1 장 서론에서는 연구의 배경 및 목적, 세계 날씨 파생상품 시장의 현황과 우리나라 시장의 전망, 논문의 구성을 기술하였다. 제 2 장에서는 서울지역 평균온도에 대한 통계적 분석을 실시하여 온도 프로세스를 추정하였고, 제 3 장에서는 해외 날씨 파생상품을 이용하여 옵션의 시장가격에 내재되어 있는 날씨위험시장가격(market price of weather risk, MPR)를 추정하였다. 제 4 장에서는 앞서 추정된 온도 프로세스와 MPR을 바탕으로 Alternating Direction Implicit Method (ADI)와 Monte-Carlo Simulation Method (MCS)를 이용한 HDD/CDD 옵션 가격 결정 모형을 제시하고 MCS 방법을 이용하여 실제 옵션 가격을 추정해보았다. 제 5 장에서는 MPR에 대한 HDD/CDD 옵션 가격의 민감도 분

석을 실시하였으며, 제 6 장 결론에서는 연구에서 사용된 가격 결정 모형의 문제점에 대해 기술하고 개선방향을 점검해보았다. 또한 날씨 파생상품의 유용성과 한계에 대해 언급하였다.

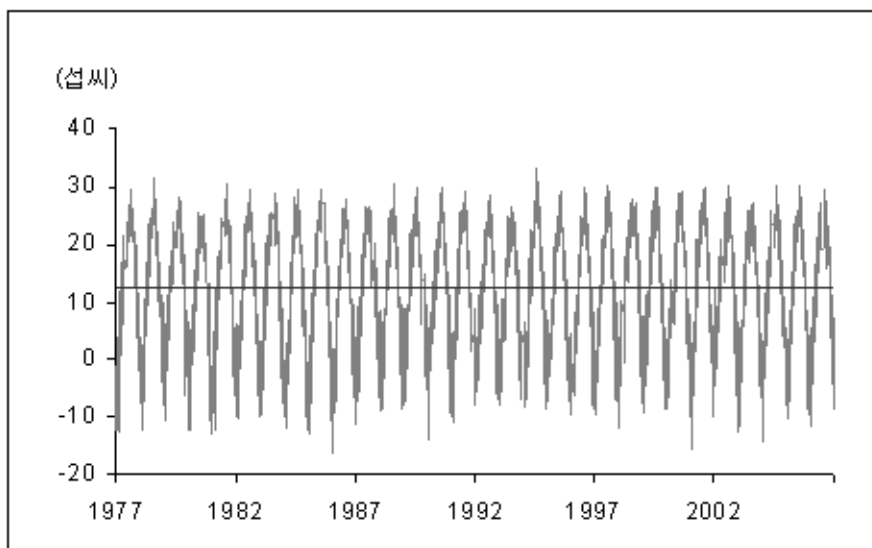
제 2 장 서울 평균온도 process 추정

2.1 서울 평균온도에 대한 통계적 분석

2.1.1 데이터 요약

본 연구에서는 온도지수를 파생상품의 기초자산으로 설정하였으며, 기상청이 발표하는 1977년 1월 1일~2006년 12월 31일의 과거 30년간 서울지역 일평균기온을 이용하였다. 또한 계산의 편의를 위해 서울 일평균기온에 100을 더해준 값을 온도지수 W 로 사용하고 윤년의 2월 29일 값은 제외하였다.

<그림1> 과거 30년 서울 일평균기온 추이



<표1> 과거 30년 서울 일평균기온 추이 요약

	데이터갯수	평균	최저	최고	표준편차	Skewness	Kurtosis
일평균기온	10,950	12.471	-16.4	33.1	10.308	-0.290	1.953
1월	930	-2.571	-16.4	12.2	4.439	-0.155	2.775
2월	840	-0.153	-12.8	11.5	3.865	-0.292	2.866
3월	930	5.572	-9.4	16.0	3.623	-0.311	3.047
4월	900	12.377	2.3	23.5	3.562	0.071	2.807
5월	930	17.694	9.4	25.5	2.866	-0.111	2.702
6월	900	22.127	14.3	28.2	2.254	-0.427	3.314
7월	930	24.893	18.6	33.1	2.309	0.311	3.185
8월	930	25.487	17.6	31.1	2.286	-0.158	2.717
9월	900	21.026	12.7	27.8	2.547	-0.101	2.817
10월	930	14.708	2.8	22.4	3.577	-0.705	3.418
11월	900	7.247	-6.5	18.2	4.505	-0.285	2.704
12월	930	0.439	-12.9	11.3	4.479	-0.187	2.555
전일대비 증감	10,950	0.001	-13.7	9.7	2.326	-0.722	4.906
1월	930	-0.052	-13.7	9.7	3.108	-0.643	4.163
2월	840	0.189	-11.8	6.7	2.686	-0.773	4.288
3월	930	0.193	-10.5	9.3	2.437	-0.688	4.379
4월	900	0.236	-9.1	7.6	2.351	-0.676	3.941
5월	930	0.148	-10.5	6.2	2.235	-0.833	4.262
6월	900	0.110	-8.6	4.4	1.759	-0.727	4.291
7월	930	0.116	-5.4	5.1	1.584	-0.547	3.502
8월	930	-0.105	-5.5	4.4	1.512	-0.298	3.443
9월	900	-0.179	-5.3	5.2	1.519	-0.501	3.874
10월	930	-0.244	-9.0	6.7	1.956	-0.737	4.557
11월	900	-0.253	-12.0	9.5	2.865	-0.554	3.763
12월	930	-0.148	-11.8	7.5	3.022	-0.676	3.676

1977년 1월 1일~2006년 12월 31일의 10,950개 데이터를 이용한 것으로, 일평균기온은 1월에 최저 평균기온, 8월에 최고 평균기온을 기록하였으며 6~8월에는 상대적으로 낮은 표준편차를, 11~2월에는 상대적으로 높은 표준편차를 나타냄. 일평균기온 전일대비 증감의 경우, 역시 6~9월에는 상대적으로 낮은 표준편차를, 11~2월에는 높은 표준편차를 나타냄.

2.1.2 서울 평균온도 추세 분석

<그림1>에서 볼 수 있듯이, 주가, 금리, 환율 등 다른 금융자산들과 비교할 때 온도는 뚜렷한 추세가 있으며 이를 주기적으로 반복한다는 점에서 큰 차이가 있다. 서울지역 일평균기온의 주요 특징은 다음과 같이 요약될 수 있다.

- **평균회귀 (Mean reversion)** : 일평균기온은 일정 주기 안에서 과거 평균으로 회귀하려는 성향이 매우 강하다.
- **계절성 (Seasonality)** : 겨울 최저기온, 여름 최고기온을 기록하며 1년 동안 상승과 하락을 반복하는 순환적 구조로 뚜렷한 계절성을 갖는다.
- **상승추세 (Upward trend)** : 지구온난화 및 도심개발 영향으로 서울 일평균기온은 과거 30년 동안 점진적인 상승추세를 보여왔다.
- **이분산성 (Heteroskedasticity)** : 서울 일평균기온은 높은 온도에서는 상대적으로 낮은 변동성을, 낮은 온도에서는 상대적으로 높은 변동성을 나타낸다.

2.2 서울 평균온도 process 추정

온도는 다른 금융자산들과 달리 일정 추세의 주기적 반복 성향이 뚜렷하다는 점을 감안하면, 프로세스의 추정을 위해서는 과거 추이 분석을 통해 미래 온도를 추정하는 방법이 적절할 것이다. 또한, 특정범위 안에서 평균회귀의 특성을 갖는다는 점을 고려하면, 기본적으로 주식보다는 이자율과 유사한 추이를 갖는다고 판단된다. 이에 따라 본 연구에서는 이자율의 평균회귀 특성을 고려한 Hull and White 모형을 기본으로, 이를 과거 온도 추이의 특성에 맞게

$$dW = [\theta(i,t) - \alpha W]dt + \sigma(W)dz \quad (1)$$

로 변형하여 서울 평균온도의 프로세스를 추정하였다. 이때, 변수 W 는 온도지수 (= 일평균기온 + 100), $\theta(i,t)/\alpha$ 는 t 시점의 예측 평균치, α 는 평균회귀속도, $\sigma(W)$ 는 변동성을 나타낸다.

2.2.1 장기평균변수, $\theta(i,t)/\alpha$

앞서 제시한 서울 일평균기온의 특성들을 고려하면 온도의 장기평균을 의미하는 $\theta(i,t)/\alpha$ 는 다음과 같이 3개의 영역으로 구분될 수 있다.

$$\theta(i,t)/\alpha = \hat{a} + \hat{R}(i) + \hat{g}t \quad (2)$$

장기평균수준, \hat{a} : 과거 30년 서울지역 일평균기온의 전체평균을 이용하여 추정한 장기평균수준, \hat{a} 는 112.4709이다.

계절성, $\hat{R}(i)$: 서울 평균온도는 대략 -10°C (온도지수 $W=90$)와 30°C ($W=130$)를 범위로 하여 상승과 하락을 반복하는 순환적 구조를 가지며, 이는 싸인곡선과 유사한 형태를 보인다. 이를 반영하여 계절성에 대한 식을 아래와 같이 설정했다. i 는 1월 1일을 $i=1$ 로 하고 12월 31일을 $i=365$ 로 하는 연내 일별 순서를 의미한다.

$$\hat{R}(i) = \hat{b} \sin\left(\frac{2\pi}{365}i + c\right) \quad (3)$$

상승추세, gt : 지구온난화 및 도심개발의 영향으로 서울 일평균기온은 장기적인 상승추세를 보이고 있다. 전년대비 상승폭이 절대적 수치상으로는 미미한 수준이나 이 같은 추세가 일시적 현상이 아닌 장기적 추세라는 점을 감안하면 이를 온도 프로세스에 반영시키는 것이 합리적이라 판단된다. 과거 30년 서울지역 일평균기온을 이용해 추정된 일별 상승추세, g 는 0.00015이다.

위의 세가지 특성을 종합하면 온도 프로세스는 다음의 형식으로 표현될 수 있다.

$$dW = \left[a + b \sin\left(\frac{2\pi}{365}i + c\right) + gt - \alpha W \right] dt + \sigma(W) dz \quad (4)$$

그러나 Domier, F. and Queruel, M.의 연구에 의하면, 장기평균인 $\theta(i,t)/\alpha$ 가 일정하지 않고 시간에 따라 변하는 경우, 온도가 평균회귀의 성향을 유지하기 위해서는 위의 식에 $d(\theta/\alpha)/dt$ 가 추가되어야 한다. 따라서 온도 프로세스는 다음과 같이 변형된다.

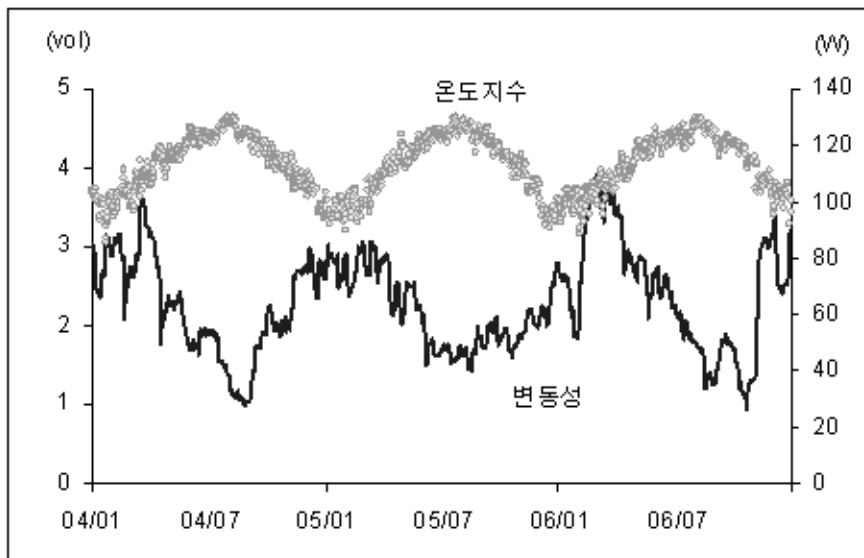
$$\begin{aligned} dW &= \left[\frac{d(\theta/\alpha)}{dt} + a + b \sin\left(\frac{2\pi}{365}i + c\right) + gt - \alpha W \right] dt + \sigma(W) dz \\ &= \left[\left\{ \frac{b}{\alpha} \frac{2\pi}{365} \cos\left(\frac{2\pi}{365}i + c\right) + \frac{g}{\alpha} \right\} + a \right. \\ &\quad \left. + b \sin\left(\frac{2\pi}{365}i + c\right) + gt - \alpha W \right] dt + \sigma(W) dz \end{aligned} \quad (5)$$

2.2.2 변동성, $\sigma(W)$

서울 일평균기온의 추이를 살펴보면, 온도 변동 폭이 여름에 비해 겨울에 훨씬 큰 이분산성을 가진다는 것을 알 수 있다. 즉, 온도가 높을 때는 낮은 변동성을, 온도가 낮을 때는 높은 변동성을 가진다. 이 같은 온도와 변동성의 반비례 성질을 이용하여 일별 변동성을 추정하는 방식으로 접근하면 $\sigma(W)$ 는 다음과 같이 추정될 수 있다.

$$\sigma(W) = \frac{\sigma_{LV}}{m \cdot W^2} \quad \sigma_{LV} : \text{장기변동성 (과거 30년)} = 2.3256 \quad (6)$$

<그림4> 일평균기온과 변동성의 상관관계



일평균기온에 100을 더한 온도지수와 일별 변동성 간 역의 상관관계를 나타내는 그림으로, 일별 변동성은 일평균온도의 전일대비 증감 수치를 기준으로 하여 기준일 이전 30일 동안의 표준편차로 계산하였음.

2.2.3 모수 추정

일평균기온의 평균회귀, 계절성, 상승추세, 이분산성을 감안하여 추정한 서울 일평균온도의 프로세스를 $\Delta t = 1$ 일로 하여 이산화(discretize)하면 다음의 식이 된다.

$$W_{t+\Delta t} - W_t = \left[\begin{array}{l} \left\{ \frac{b}{\alpha} \frac{2\pi}{365} \cos\left(\frac{2\pi}{365}i+c\right) + \frac{g}{\alpha} \right\} \\ + a + b \times \sin\left(\frac{2\pi}{365}i+c\right) + g \cdot t - \alpha W_t \end{array} \right] \Delta t + \frac{\sigma_{LV}}{m \cdot W_t^2} \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad (7)$$

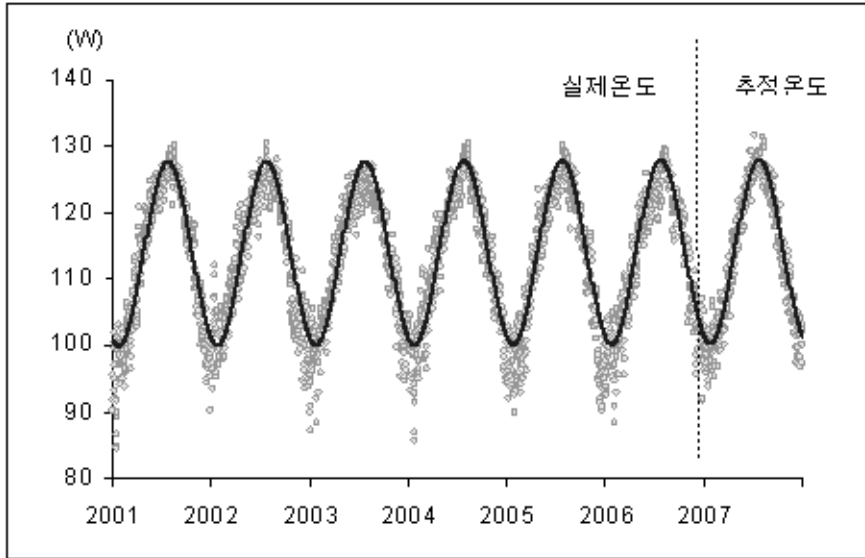
위의 프로세스를 통해 산출되는 온도 추정값과 과거 30년 서울 일평균온도 데이터 간의 편차를 최소화시키는 모수를 추정하면 이는 <표2>와 같다.

<표2> 모수 추정 : 서울 온도 프로세스

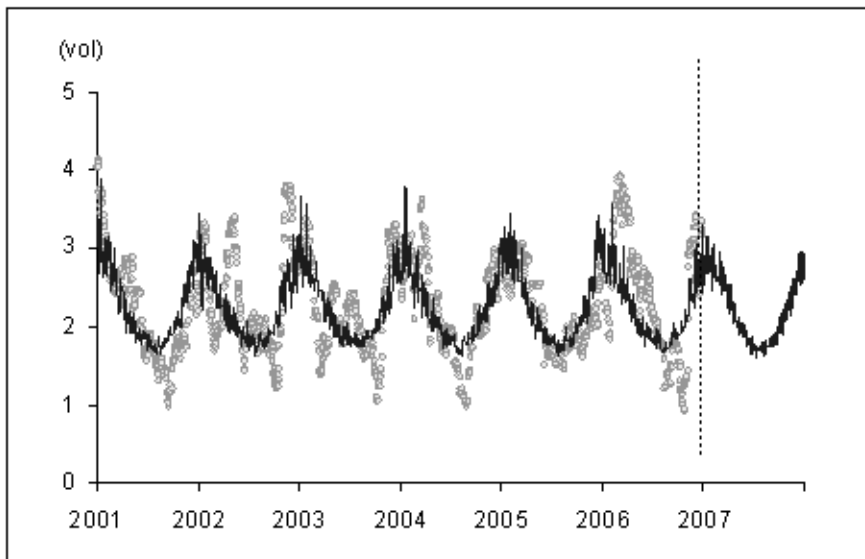
모수	추정값
b	-13.879599
c	7.477086
alpha	1.006717
m	0.000083

이때 온도의 장기평균으로 추정되는 $\frac{d\left(\theta(i,t)/\alpha\right)}{dt} + \theta(i,t)$ 는 실제 과거 온도지수 W 에 대해 89.7%의 설명력을 갖는다.

<그림5> 서울 일평균온도 추이 및 추정



<그림6> 서울 일평균온도 변동성 추이 및 추정



<그림5> 2001년 1월 1일~2006년 12월 31일의 실제온도와 2007년 1월 1일~12월 31일의 추정온도를 나타내는 그림으로, 실선은 장기평균 값임. <그림6> 2001년 1월 1일~2006년 12월 31일의 일평균온도 증감의 일별 변동성을 나타내는 그림으로, 실선은 추정 변동성 값임.

제 3 장 Market price of risk 추정

3.1 측도 변경 및 MPR 추정 방법

지금까지 살펴본 온도 프로세스는 실제 온도 데이터를 바탕으로 한 실질확률 측도(physical probability measure)에 기초한 것이다. 그러나 온도 파생상품의 경우 기초자산이 시장에서 거래되지 않는 불완전시장으로, 위의 프로세스를 파생상품 기초자산으로서의 온도지수 프로세스로 활용하기 위해서는 측도변경(measure change)이 필요하다. 즉, 시장위험가격(market price of risk, MPR)을 이용하여 위험중립확률(risk neutral probability)로 변형하는 과정이 추가되어야 한다. 특히 온도 파생상품의 경우, 대부분의 투자 목적이 영업상의 변동성을 최소화하는데 있다고 가정하면, 파생상품의 가격을 결정하는데 있어 투자자들의 위험회피(risk aversion) 성향을 파악하고 MPR을 추정하는 것이 매우 중요한 역할을 할 것이라 판단된다.

위험중립확률 측도하의 온도 프로세스 :

$$dW = \left[\frac{d\theta(i,t)/\alpha}{dt} + \theta(i,t) - \alpha W - \lambda \left(\frac{\sigma_{LV}}{mW^2} \right) \right] dt + \frac{\sigma_{LV}}{mW^2} dz^* \quad (8)$$

단, dz^* 는 위험중립 하에서의 Brownian motion을 나타낸다.

참고로, 기존 연구들의 경우 불완전시장(incomplete market)에서의 날씨 파생상품 가치를 추정하기 위해 다음과 같은 방법을 이용하고 있다. 첫 번째는 MPR을 0으로 가정하는 방법이다. 즉, 날씨 위험의 가격을 $\lambda_\beta = \frac{\mu - r}{\sigma}$ 라고 할 때, 옵션의 할인율은 $\mu = r + \lambda_\beta \sigma$ 가 되지만, λ_β 이 시장위험 λ_m 과 상관관계가 없기 때문에

$\lambda_\beta = \rho \lambda_m = 0$ 이고, 따라서 옵션 가치 평가시에도 무위험이자율로 할인할 수 있다. Hull(2001)의 제안을 인용하고 있다 (이준행, 2002). 또 다른 방법은 Lucas 모형에 기초한 것으로, 순수교환경제(pure exchange economy) 하에서 두 개의 상태변수, 생산과 날씨를 가정하고, 효용의 현재가치는 $e^{-\rho t} E[U(c_t, t)] = e^{-\rho t} E\left[\frac{c^{1-\gamma}}{(1-\gamma)}\right]$

와 같이 (γ 는 상대적 위험회피도, c_t 는 소비), 그리고 t 시점에서의 날씨 파생상품

가격은 $V_t = E_t\left[e^{-\rho t} \left(\frac{U_d(d_T)X_T}{U_d(d_t)}\right)\right] = e^{-\rho t} d_t^{-\gamma} E_t[d_T^\gamma X_T]$ 와 같이 추정하는 방법

이다 (X_T 는 만기 payoff, d_t 는 배당, equilibrium하에서 $c_t = d_t$) (Richards, Manfredo, and Sanders, 2004). 그러나, 이 같은 이론들은 여러 가지 가정에 의존하기 때문에 현실의 금융시장에서 가격결정에 활용되는 데는 한계가 있다고 판단된다. 이에 따라 본 연구에서는 투자자들의 위험 회피 성향을 가장 잘 반영한다고 판단되는 방법으로, 실제 날씨 관련 상품의 시장가격에 내재되어 있는 MPR을 추정하는 방식을 시도하고자 한다.

우리나라에서는 날씨 파생상품이 아직 거래되고 있지 않기 때문에 우리나라 투자자들의 날씨 위험 회피 성향을 반영하는 MPR을 파생상품 시장가격으로부터

직접 산출하는 것은 불가능하다. 이에 대한 대안으로는 1) 국내에서 거래되고 있는 날씨 관련 보험상품을 이용하는 방법과 2) 해외에서 거래되고 있는 날씨 관련 파생상품을 이용하는 방법을 생각해 볼 수 있다. 그러나 첫 번째 방법의 경우, 전통적으로 보험상품은 발생빈도가 낮고 손실액이 큰 사건에 대한 위험 관리 수단이라는 점에서 파생상품과 근본적인 차이가 있다. 또한 최근 도입된 상품으로 날씨 파생상품과 비교적 유사한 구조를 갖는 정액형 날씨 보험상품의 경우에도 시장 인식의 부족과 까다로운 가입조건 등으로 거래실적이 부진한 것으로 알려져 있어 시장의 위험회피도를 충분히 반영하는 MPR을 추정하기에는 적절하지 않은 것으로 판단된다. 이에 따라 본 연구에서는 해외 날씨 파생상품을 이용한 MPR 추정 방법을 시행하였다.

3.2 해외 날씨 파생상품을 이용한 MPR 추정

해외 날씨 파생상품으로부터 MPR을 추정할 때 신뢰도 높은 MPR을 산출하기 위해서는 1) 시장에서 충분한 수요와 공급이 형성된 상품, 그리고 2) 서울지역과 비슷한 날씨 구조 및 도시 특성을 가진 지역 상품이 적절할 것으로 판단된다. 이를 감안하여 날씨 파생상품이 가장 잘 발달된 CME에서 거래되고 있으며 미청산계약수(open interest)가 상대적으로 높은 시카고 및 뉴욕 HDD 선물에 대한 콜옵션(options on futures)을 추정 대상으로 선택하였다. 참고로, HDD 선물에 대한 옵션 중에서도 계절별 스트립(seasonal strip)의 유동성이 더 높은 편이나, 계산의 편의를 위해 상품 구조가 가장 간단한 월별 HDD 선물에 대한 콜옵션을 이용하였다.

일반적으로 내재 MPR 추정에는, 역공학(reverse engineering)을 이용하여 관련

시장 시계열 데이터들로부터 자산의 가격결정커널(pricing kernel)을 찾아내고 그 안에서 위험회피도를 추론하는 방법 등이 있다 (Chernov, 2003; Jackwerth, 2004). 그러나 본 연구에서는, 1) 서울지역 온도 프로세스의 추정과 같은 방법으로 시카고 및 뉴욕에 대한 온도 프로세스를 직접 추정하고, 2) 임의의 MPR을 대입하여 옵션 가격을 추정한 뒤, 3) 추정된 옵션 가격과 시장 옵션 가격의 괴리를 최소화시키는 MPR을 역산출하는 방식을 택하였다.

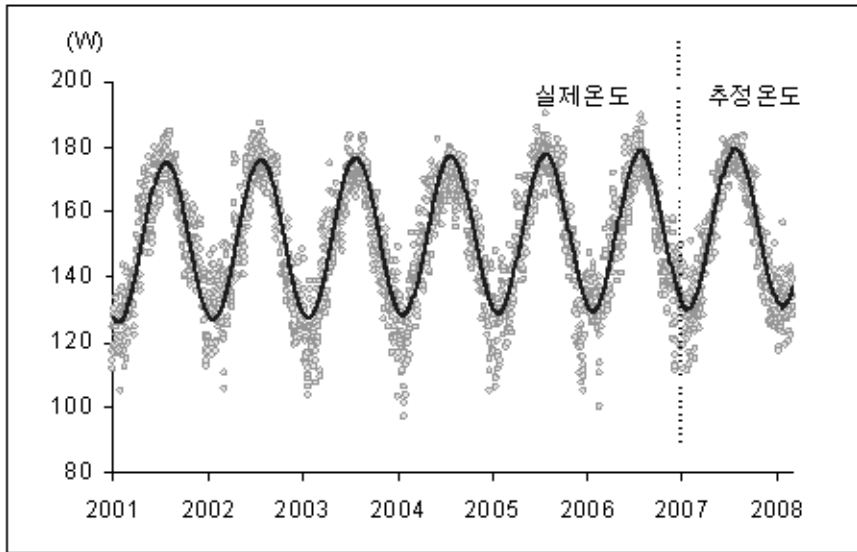
3.2.1 시카고 및 뉴욕 온도 프로세스 추정

온도 프로세스 추정 시 사용한 온도는 실제 CME에서 기준으로 삼고 있는 시카고 O'Hare International Airport의 일평균기온($^{\circ}\text{F}$)과 뉴욕 Laguardia Airport 일평균기온($^{\circ}\text{F}$)으로 각각 2001년 1월 1일~2006년 12월 31일의 과거 6년간 데이터를 이용하였다. 또한 계산의 편의를 위해 일평균기온에 100을 더한 값을 온도지수 W 로 사용하였다. 통계적 분석에 따르면, 시카고 및 뉴욕 일평균기온 역시 평균회귀, 계절성, 상승추세, 이분산성의 특성을 가진다. 또한 과거 데이터로부터 추정한 a , g , σ_{LV} 는 시카고의 경우 각각 150.6342, 0.00183, 6.4109이며, 뉴욕의 경우는 각각 156.3836, 0.00190, 5.5562이다. 이에 따라 시카고 및 뉴욕 온도에 대해 각각 온도 프로세스 식(7)로 산출되는 온도 추정값과 과거 6년 일평균기온 데이터 간의 편차를 최소화시키는 모수 값을 추정하면 이는 <표3>과 같다.

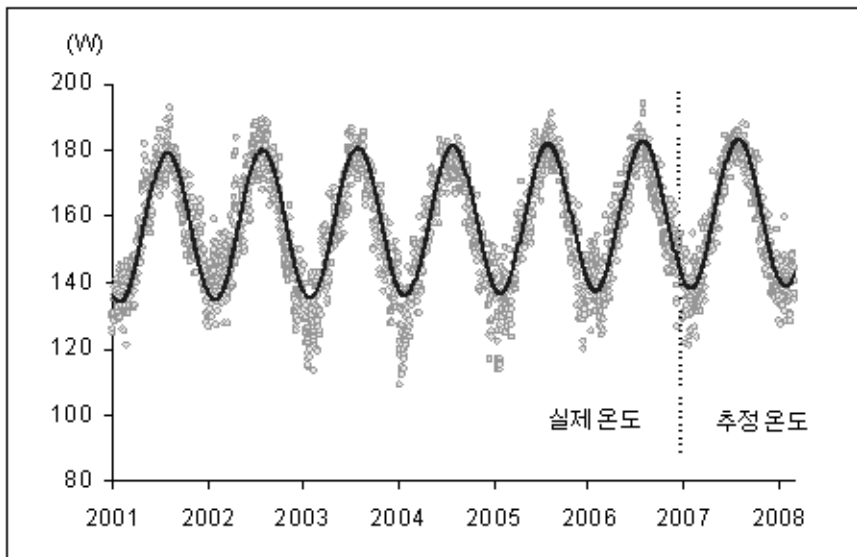
<표3> 모수 추정 : 시카고 및 뉴욕 온도 프로세스

모수	시카고	뉴욕
b	-24.254567	-22.382652
c	7.484529	7.400769
alpha	1.011061	1.011804
m	0.000050	0.000045

<그림7> 시카고 일평균온도 추이 및 추정

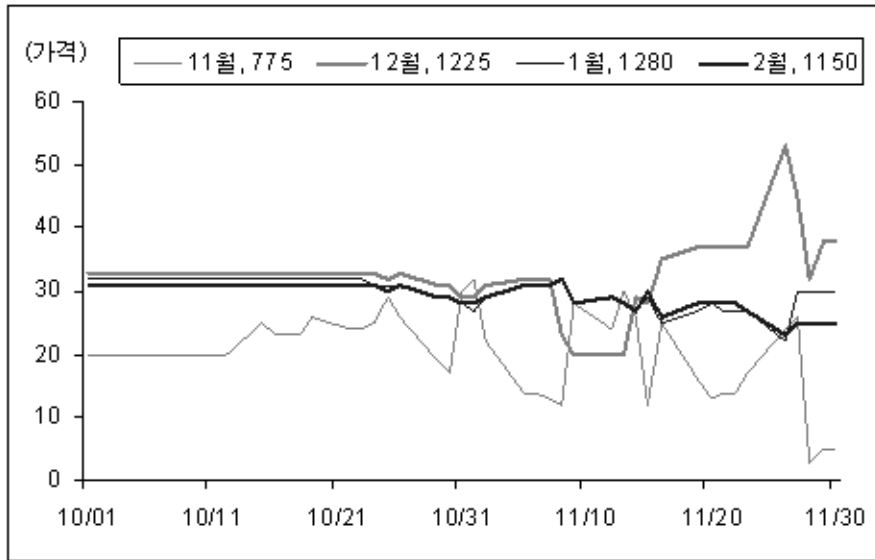


<그림8> 뉴욕 일평균온도 추이 및 추정

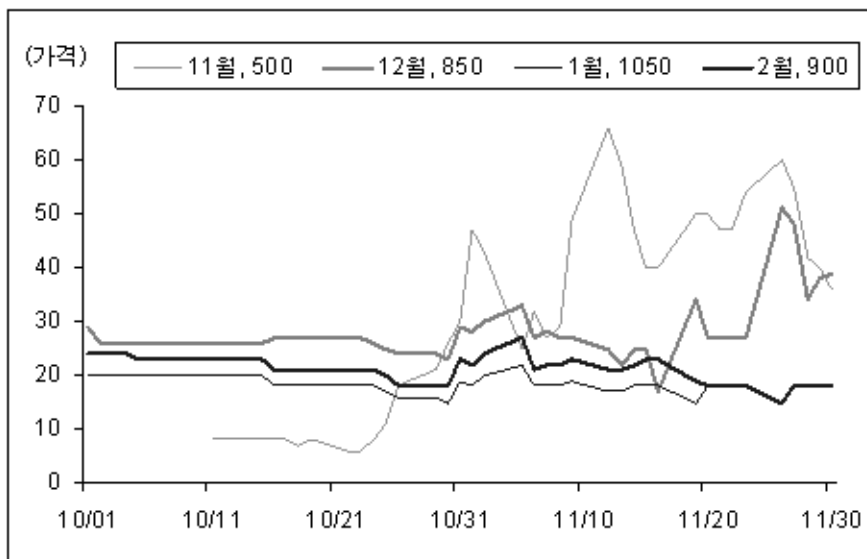


2001년 1월 1일~2006년 12월 31일의 실제온도와 2007년 1월 1일~2007년 12월 31일의 추정온도를 나타내는 그림으로, 추정온도는 식(8)의 ε 에 난수를 대입하여 변동성을 포함한 값이며 실선은 장기평균 값임.

<그림9> 시카고 HDD 선물에 대한 콜옵션 가격 추이



<그림10> 뉴욕 HDD 선물에 대한 콜옵션 가격 추이



07년 10월 1일~07년 11월 30일의 일별 증가 기준이며, 범례에는 선물 및 옵션의 해당월, 옵션 행사가격을 표시하였음. 대략 10월 중순부터 HDD 옵션에 대한 시장 관심이 시작되고 있으며, 11월 실제 온도가 옵션 가치에 직접적으로 반영되는 11월물 가격 변동이 두드러짐.

3.2.2 옵션 가격 및 MPR 추정

시카고 및 뉴욕의 온도 프로세스와 HDD 선물에 대한 콜옵션의 시장가격을 이용하여 시장 내재 MPR은 다음 ①~④와 같이 추정할 수 있다. 참고로, HDD 상품에 대한 시장의 본격적인 관심이 대략 10월 중순경부터 시작된다는 점을 감안하여 MPR 추정 구간은 2007년 10월 1일~11월 30일로 설정하였으며, 추정에 사용하는 콜옵션은 동 기간 중 안정적 시장가격 흐름을 유지하는 상품으로 제한하였다. 시카고의 경우 07년 12월물 (행사가격 1225), 08년 1월물 (1280), 2월물 (1150)이며, 뉴욕은 07년 12월물 (850), 08년 1월물 (1050), 2월물 (900) 등이 포함되었다.

- ① M번의 시뮬레이션을 실시한다고 가정할 때, “임의”의 MPR 값을 식(9)에 대입한 뒤 M개의 온도지수 시계열 데이터를 생성한다.
- ② 생성된 M개의 온도 시계열 데이터로부터 다음의 식을 이용하여 각각 일별 HDD를 추정하고, 월별 (12월, 1월, 2월) 누적 HDD 값을 M개씩 산출한다.

$$HDD = \max(0, 165 - W) \quad (9)$$

$$Cum \ HDD = \sum_{j=1}^T \max(0, 165 - W_j) \quad (10)$$

- ③ M개의 누적 HDD 값으로부터 월별 M개의 HDD 콜옵션 가격 시계열 데이터를 산출한 뒤, M개를 평균하여 월별 1개씩의 HDD 콜옵션 추정가격 시계열 데이터를 생성한다. 본 연구에서는 콜옵션 가격의 시계열 구간을 2007년 10월 1일~11월 30일로 하였다 (t=1~45, 거래일 기준).
- ④ HDD 콜옵션 추정가격 시계열 데이터와 HDD 선물에 대한 콜옵션 시장가격 시계열 데이터 사이 괴리가 최소화되는 “최적”의 MPR을 다음 식과 같이 역산출한다. 이때 해당월 또는 행사가격이 다른 다수의 상품을 이용하

면 가격이 지나치게 고평가, 또는 저평가 되어 있는 계약으로부터 비정상적인 MPR을 얻을 가능성을 줄이고 보다 신뢰도 높은 MPR을 산출할 수 있다. 본 연구에서는 시카고와 뉴욕에 대해 각각 3개의 상품을 이용하였다 ($i=1\sim 3$). 참고로, 샘플로 사용된 시카고 및 뉴욕 HDD 선물에 대한 콜옵션의 경우 선물과 옵션의 만기는 각각 동일하다. 시카고 및 뉴욕 HDD 선물에 대한 옵션 가격에 내재된 MPR은 다음 <표4>와 같다.

$$\min_{\{\lambda\}} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^I \left(\frac{\text{Expected price}_{i,j} - \text{Market price}_{i,j}}{\text{Market price}_{i,j}} \right)^2 \quad (11)$$

<표4> 시장 내재 market price of risk

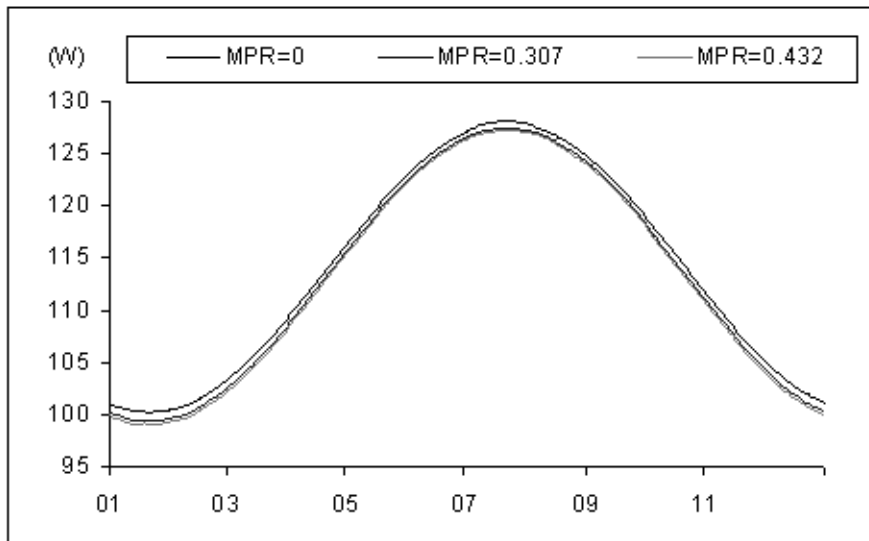
	시카고	뉴욕
07/10/01~07/10/31	0.33092	0.44572
07/10/01~07/11/30	0.32002	0.43885
07/11/01~07/11/30	0.30697	0.43215

시계열 데이터 구간은 다음 이유를 근거로 설정함. <10월 1일~10월 31일> 실제온도 변동에 따른 가격의 일시적 충격 가능성이 적은 구간, <10월 1일~11월 30일> 샘플 데이터 개수를 증가시켜 일부 데이터의 비정상적 움직임에 따른 오류를 최소화 할 수 있는 구간, <11월 1일~11월 30일> 본격적인 시장 관심으로 진정한 시장가격이 형성되어 있다고 판단되는 구간.

시카고 및 뉴욕 시장 내재 MPR은 각각 0.307~0.331, 0.432~0.446 수준으로 추정되었으며, 이중 2007년 11월 1일~11월 30일 구간의 MPR을 이용하여 서울지역 온도 프로세스 추이 변화를 비교하면 <그림11>과 같다. 실질확률측도 하에서의 추이와 비교할 때, 위험중립확률 하에서의 일별 온도지수는 평균적으로 약 0.682 (시카고 MPR 적용시) 및 0.960 (뉴욕 MPR 적용시) 하락하는 영향이 있는 것으로 나타났다. 그러나 여기서 한가지 주목해야 할 점은, 미국 내에서도 시장가격에 내

재되어 있는 날씨 위험 MPR이 도시 간에 다소 차이를 보인다는 사실이다. 나아가 우리나라와 미국을 비교하면 국민성, 날씨와 관련된 경험들, 경제수준, 시장환경 등 여러 가지 요인들에 있어 더 큰 차이가 존재하기 때문에 미국 상품에서 추정된 MPR을 우리나라 상품 가격 추정에 그대로 적용하는 데는 무리가 있다고 판단된다. 따라서 본 연구에서는 시카고 및 뉴욕 HDD 선물에 대한 콜옵션 가격에서 산출된 MPR을 기준으로 서울지역 HDD/CDD 옵션 가격을 추정함과 동시에, MPR 수치를 상하로 조정하면서 이에 따른 옵션 가격의 민감도 분석을 실시하여 MPR의 중요도를 살펴보고 MPR 변화에 따른 옵션 가격의 가능 범위를 제시하였다 (제 5 장).

<그림11> 실질확률측도 및 위험중립확률측도 하의 온도지수 비교



온도 프로세스를 이용하여 추정된 서울지역 2007년 1월 1일~12월 31일 온도지수로, MPR 반영에 따른 추이 변화를 가시적으로 비교하기 위해 장기평균 및 리스크프리미엄만 포함하였음. MPR=0은 실질확률측도 하, MPR=0.307 및 0.432는 시카고와 뉴욕의 시장내재 MPR 수치를 이용하여 위험중립확률 하의 추이를 추정한 것임.

제 4 장 온도 옵션 가격 결정 모형

4.1 HDD/CDD 지수

본 연구에서는 해외 온도 파생상품 시장에서 가장 활발하게 통용되고 있는 HDD/CDD 지수 개념을 도입하고자 하는데, 그 이유는 다음과 같다. 파생상품 시장의 유동성 문제를 고려할 때 지나치게 다양한 상품의 도입은 오히려 수요 분산에 따른 시장의 위축을 불러올 수 있다. 따라서, 시장초기에는 소수의 주력상품으로 시장성을 확보하는 것이 우선시되어야 한다고 판단되며, 해외시장에서 이미 검증된 HDD/CDD 상품이 우리나라 날씨 파생상품의 시장초기 주력상품으로서의 역할을 할 수 있을 것이라 예상된다.

HDD는 난방도일(Heating Degree Days), CDD는 냉방도일(Cooling Degree Days)을 의미하며, 기준온도를 18도($W = 118$)로 가정하면, 일별 HDD/CDD는 다음과 같이 산출된다.

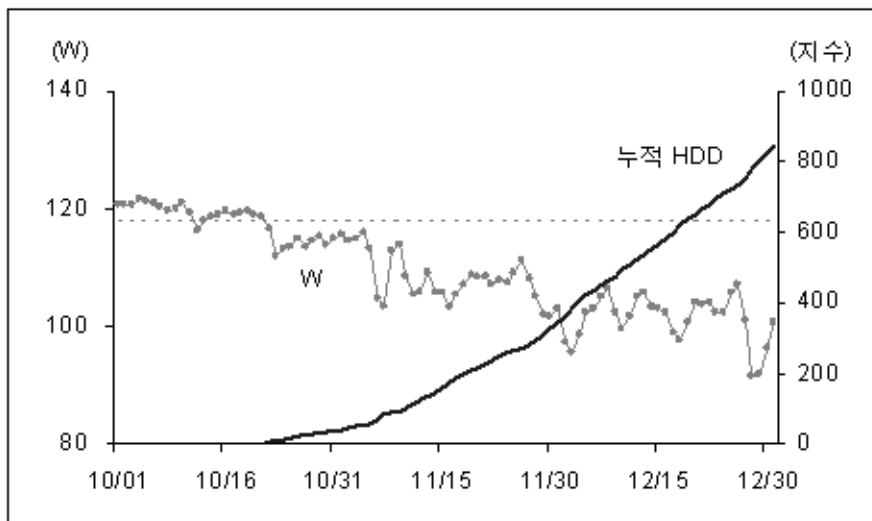
$$HDD = \max(0, 118 - W) \quad (12)$$

$$CDD = \max(0, W - 118) \quad (13)$$

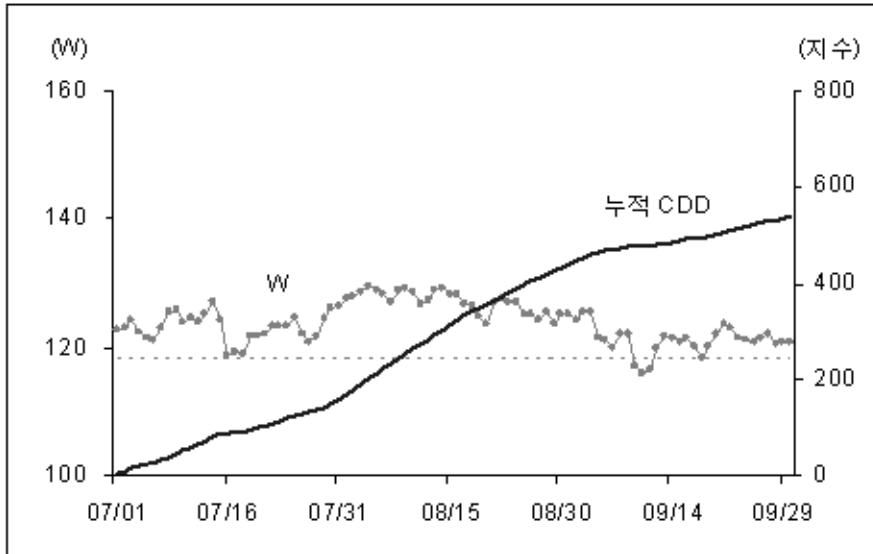
4.2 HDD/CDD 옵션 가격 결정 모형

온도지수 W 를 기초자산으로 하는 HDD/CDD 옵션을 각각 $H(W,t)$, $C(W,t)$ 라고 하면, European 콜/풋옵션의 가치는 식(15~18)과 같이 추정될 수 있다.

<그림12> HDD 지수 및 누적 HDD 예



<그림13> CDD 지수 및 누적 CDD 예



누적 HDD의 경우, 실제 온도지수가 기준 온도지수인 118(점선)보다 낮은 경우, 두 지수의 차이가 누적되고, 누적 CDD의 경우, 실제 온도지수가 기준 온도지수보다 높은 경우, 두 지수의 차이가 누적됨.

European 콜옵션 :

$$H^{BC}(W, t) = PV \left[\max \left\{ 0, \sum_{t=1}^N \max(0, 118 - W_t) - X \right\} \right] \quad (14)$$

$$C^{BC}(W, t) = PV \left[\max \left\{ 0, \sum_{t=1}^N \max(0, W_t - 118) - X \right\} \right] \quad (15)$$

European 풋옵션 :

$$H^{BP}(W, t) = PV \left[\max \left\{ 0, X - \sum_{t=1}^N \max(0, 118 - W_t) \right\} \right] \quad (16)$$

$$C^{BP}(W, t) = PV \left[\max \left\{ 0, X - \sum_{i=1}^N \max(0, W_i - 118) \right\} \right] \quad (17)$$

4.2.1 편미분방정식 추정

만약 온도 옵션이 일반적인 plain-vanilla 옵션 형태를 취한다면 옵션의 가치는 온도지수(W)와 시간(t)에 의해 결정되는 one-factor model, $C(W, t)$ 로 추정될 수 있을 것이다. 그러나 본 연구에서 추정하는 HDD/CDD 옵션의 경우, 가격을 결정짓는 기초자산이 HDD/CDD 지수의 누적 값을 갖는다는 점에서 일반 plain-vanilla 옵션과 차이가 있다. CDD 콜옵션을 예로 할 때, 이 같은 차이를 고려하여 새로운 상태변수(state variable), I , 를 추가하면 옵션은 아래와 같은 two-factor model, $C(W, I, t)$ 로 변형된다.

$$C^{BC}(W, t) = PV \left[\max \left\{ 0, \sum_{i=1}^N \max(0, W_i - 118) - X \right\} \right] \quad (18)$$

State variable, I 추가 : $I(t) = \int_0^t f(W, \tau) d\tau \quad (19)$

$$f(W, t) = \max(0, W_t - 118) \quad (20)$$

$$\rightarrow dI = f(W, t) dt \quad (21)$$

$$A(W, t) = \frac{d\left(\frac{\theta(i, t)}{\alpha}\right)}{dt} + \theta(i, t) - \alpha \cdot W - \lambda \cdot \left(\frac{\sigma_{LV}}{m \cdot W^2}\right), \quad B(W, t) = \frac{\sigma_{LV}}{m \cdot W^2},$$

$f(W, t) = \max(0, W_t - 118)$ 라 할 때 Taylor expansion과 Ito's Lemma를 이용하면, 다음의 식이 성립하게 된다.

(22)

$$\begin{aligned} dC(W, I, t) &= \frac{\partial C}{\partial t} dt + \frac{\partial C}{\partial W} dW + \frac{\partial C}{\partial I} dI + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial t^2} (dt)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial W^2} (dW)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial I^2} (dI)^2 + \frac{\partial^2 C}{\partial t \partial W} (dt)(dW) + \frac{\partial^2 C}{\partial t \partial I} (dt)(dI) + \frac{\partial^2 C}{\partial W \partial I} (dW)(dI) + \dots \\ &= \frac{\partial C}{\partial t} dt + \frac{\partial C}{\partial W} (A(W, t)dt + B(W, t)dz^*) + \frac{\partial C}{\partial I} (f(W, t)dt) \\ &\quad + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial W^2} (A(W, t)dt + B(W, t)dz^*)^2 \\ &= \left(\frac{\partial C}{\partial t} + A(W, t) \cdot \frac{\partial C}{\partial W} + f(W, t) \cdot \frac{\partial C}{\partial I} + \frac{B(W, t)^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial W^2} \right) dt + B(W, t) \cdot \frac{\partial C}{\partial W} dz^* \end{aligned}$$

위의 식에 무차익거래조건(no arbitrage condition), $E^Q\left(\frac{dC}{C}\right) = rdt$, 을 적용하면, 온도지수(W), 상태변수(I), 시간(t)에 의해 가격이 결정되는 옵션의 편미분방정식(Partial Differential Equation, PDE)은 다음과 같이 산출된다.

Two-factor model : $C(W, I, t)$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + A(W, t) \cdot \frac{\partial C}{\partial W} + f(W, t) \cdot \frac{\partial C}{\partial I} + \frac{B(W, t)^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial W^2} - r \cdot C = 0 \quad (23)$$

4.2.2 유한차분법 이용 옵션 가격 추정

본 연구에서는 HDD/CDD 옵션 가격 추정 방법 중 첫 번째로, 유한차분법 (Finite Difference Method, FDM)의 하나인 Alternating Direction Implicit Method(ADI)를 제시하고자 한다. ADI는 explicit의 단점으로 지적되는 안정성 문제와 implicit의 단점인 속도 문제가 보완되어 two-factor model에 효율적으로 적용되는 것으로 알려져 있다. 특히, 앞서 추정된 HDD/CDD 옵션 PDE의 경우, two-factor model임에도 불구하고 새로 추가된 상태변수, I ,의 미분값, dI ,가 표류항(drift term)으로만 구성되어 있기 때문에 다른 변수와의 교차항(cross term)이 발생하지 않으며, 따라서 ADI의 적용이 더욱 용이하다.

먼저, 만기가 T 인 CDD 옵션의 가격을 추정하는데 있어, W 와 I 가 각각 0부터 W_{\max} , 0부터 I_{\max} 까지 움직인다고 가정하고, T 를 K 개로, W_{\max} 를 L 개로, I_{\max} 를 J 개로 나누어 동일한 간격(δt , δW , δI)의 3차원 격자(grid)를 설정하면, 격자 위의 각 점은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta t = \frac{T}{K}, \quad \delta W = \frac{W_{\max}}{L}, \quad \delta I = \frac{I_{\max}}{J} \quad (24)$$

$$\rightarrow C_{i,j}^k = C(l \cdot \delta W, j \cdot \delta I, T - k \cdot \delta t) \quad (25)$$

또한 각 변수에 대한 $C_{i,j}^k$ 의 편미분은 다음과 같이 근사값으로 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial C}{\partial t}(W, I, t) \approx \frac{C_{i,j}^k - C_{i,j}^{k+1}}{\delta t} \quad (26)$$

$$\frac{\partial C}{\partial W}(W, I, t) \approx \frac{C_{i+1,j}^k - C_{i-1,j}^k}{2\delta W}, \quad \frac{\partial^2 C}{\partial W^2}(W, I, t) \approx \frac{C_{i+1,j}^k - 2C_{i,j}^k + C_{i-1,j}^k}{\delta W^2} \quad (27,28)$$

$$\frac{\partial C}{\partial I}(W, I, t) \approx \frac{C_{i,j+1}^k - C_{i,j}^k}{\delta I} \quad \text{or} \quad \frac{C_{i,j}^k - C_{i,j-1}^k}{\delta I} \quad (29)$$

Alternating Direction Implicit Method :

ADI는 $\left(k + \frac{1}{2}\right)$ 시점을 도입하여 $\left(k \rightarrow k + \frac{1}{2}\right)$ 의 경우 한가지 변수에는 implicit, 다른 한가지 변수에는 explicit 방식을 취하고, $\left(k + \frac{1}{2} \rightarrow k + 1\right)$ 의 경우에는 각각 반대의 방식을 적용하는 방법이다. 앞서 추정된 PDE와 위의 근사식을 이용하면 다음과 같이 옵션의 관계식을 유도할 수 있다. 참고로, 변수, I ,에 대한 편미분은 위와 같이 두 가지 방법으로 표현될 수 있는데, I 가 시간에 따라 변하지 않거나 증가하는 (non-decreasing) 성질을 갖는다는 점을 고려하면 explicit 방법에서는 첫 번째 식을, implicit 방법에서는 두 번째 식을 이용해야 할 것이다.

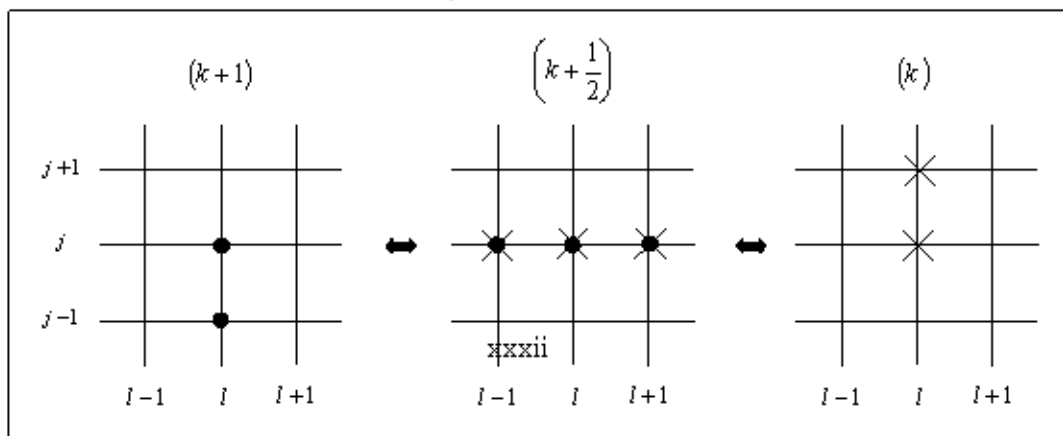
① $k \rightarrow k + \frac{1}{2}$: W (implicit), I (explicit) (30)

$$\begin{aligned} \frac{C_{i,j}^k - C_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\delta t} + A_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} \cdot \frac{C_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - C_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{2\delta W} + \frac{\left(B_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}\right)^2}{2} \cdot \frac{C_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2C_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + C_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\delta W^2} \\ + f_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} \cdot \frac{C_{i,j+1}^k - C_{i,j}^k}{\delta l} - r \cdot C_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} = 0 \end{aligned}$$

② $k + \frac{1}{2} \rightarrow k + 1$: W (explicit), I (implicit) (31)

$$\begin{aligned} \frac{C_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - C_{i,j}^{k+1}}{\frac{1}{2}\delta t} + A_{i,j}^{k+1} \cdot \frac{C_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - C_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{2\delta W} + \frac{\left(B_{i,j}^{k+1}\right)^2}{2} \cdot \frac{C_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2C_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + C_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\delta W^2} \\ + f_{i,j}^{k+1} \cdot \frac{C_{i,j+1}^{k+\frac{1}{2}} - C_{i,j-1}^{k+\frac{1}{2}}}{\delta l} - r \cdot C_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} = 0 \end{aligned}$$

<그림14> ADI 방법을 이용한 옵션의 관계식



격자에 x 로 표시된 점은 ①의 관계식을, \bullet 로 표시된 점은 ②의 관계식을 나타냄.

이와 같은 관계식을 이용하여 옵션의 가치를 추정하기 위해서는 만기 payoff와 경계조건 (boundary condition)을 알아야 한다. 즉, $t = T$ 시점의 경우 (i, j) 모든 점들, $t = T - k \cdot \Delta t$ ($k \neq 0$) 시점의 경우, 경계에 있는 $(0, j)$, (L, j) , $(i, 0)$, (i, J) 점들에 대한 값들이 주어져야 한다. 그러나 온도 옵션의 경우 기초자산인 온도가 시장에서 거래되는 자산이 아니기 때문에, 다른 거래자산들의 옵션과 달리 경계조건을 직접적으로 구현하는 것이 불가능하다. 즉, 주가, S ,에 대한 콜옵션의 경우, k 시점에서 S_{\max} 시의 경계조건을 $S_{\max} - Xe(-r \cdot k \Delta t)$ 라고 설정하는 것이 가능하지만, HDD/CDD 콜옵션의 경우 k 시점에서 W_{\max} 시의 경계조건을 $W_{\max} - Xe(-r \cdot k \Delta t)$ 또는 $I_{\max} - Xe(-r \cdot k \Delta t)$ 라고 설정하는 것이 불가능하다.

따라서 현재로서는 FDM을 이용하여 HDD/CDD 옵션의 가치를 추정하는 것이 어려운 상황이다. 그러나, 향후 우리나라에서도 날씨 파생상품 시장이 형성되어 HDD/CDD 지수에 대한 선물(futures)이 거래될 경우 추정하고자 하는 옵션과 동일한 조건의 선물을 이용하여 경계조건을 설정할 수 있으며, 이 경우 ADI 방법을 이용해 옵션의 가치를 추정하는 것이 가능해질 것이다. 즉, k 시점에서 W_{\max} 시의 경

계조조건은 선물가격 F 를 이용, $F(W_{\max}, I, t) - Xe(-r \cdot k \Delta t)$ 와 같이 설정할 수 있을 것이다. 따라서 본 연구에서는 향후 날씨 파생상품 시장이 형성된 이후 적용될 수 있는 FDM의 ADI 경우는 위와 같이 그 방법만을 제시하고, 실제 옵션 가치의 추정에는 다음의 시뮬레이션 방법을 이용하였다.

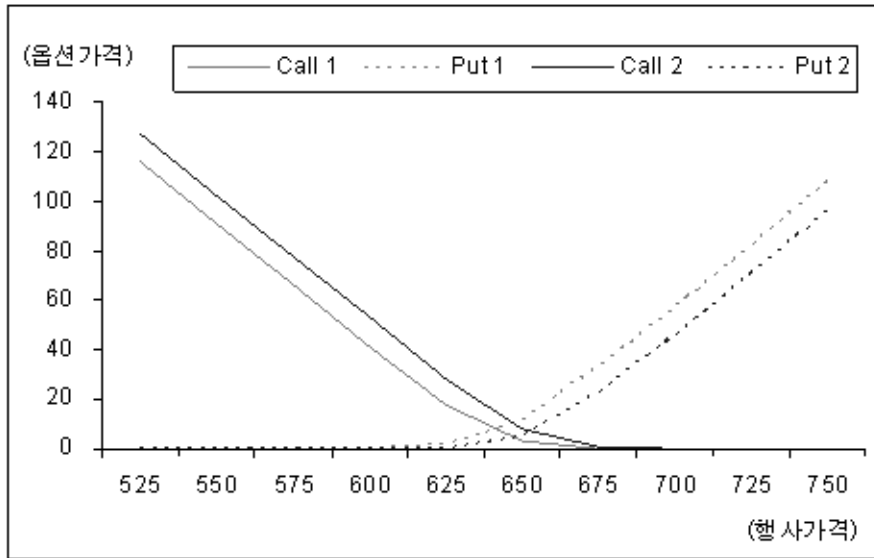
4.2.3 몬테카를로 시뮬레이션 이용 옵션 가격 추정

위험중립확률측도 하의 온도 프로세스를 이용, ε 에 평균 0, 표준편차 1인 난수를 대입하여 서울지역 온도 프로세스를 추정하고 이를 바탕으로 HDD/CDD 및 누적 HDD/CDD를 산출하는 방식으로 몬테카를로 시뮬레이션 (Monte Carlo Simulation)을 실시한 결과 <08년 1월 HDD 옵션> 가격과 <08년 8월 CDD 옵션> 가격은 <그림15> 및 <그림16>과 같이 추정되었다. 이때 MPR은 시카고 및 뉴욕 HDD 선물에 대한 콜옵션 가격에서 산출된 0.30897 및 0.43215, 이자율은 91일 CD금리 5.45%를 가정하였으며, 시뮬레이션의 횟수는 10,000번으로 제한하였다.

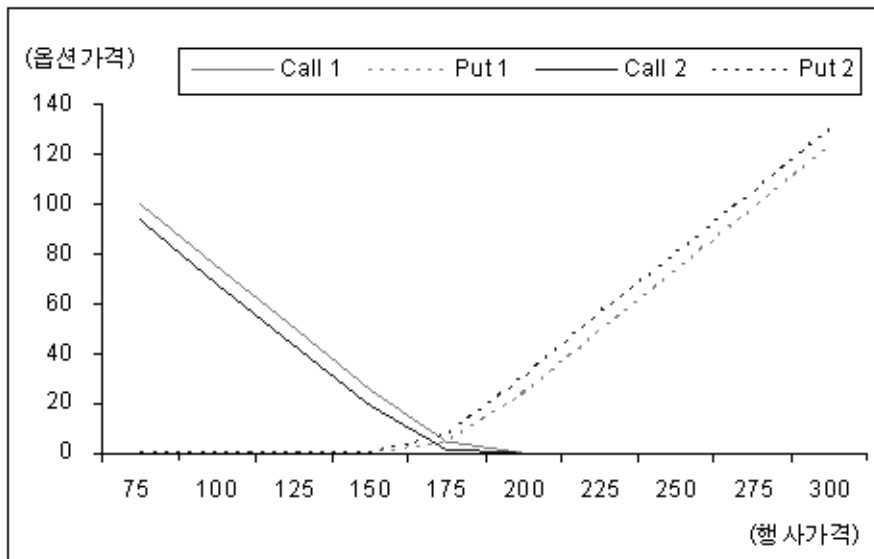
(32)

$$W_{t+1} = W_t + \left[\begin{array}{l} \left\{ \frac{-13.8796}{1.0067} \cdot \frac{2\pi}{365} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{365} \cdot i + 7.4771\right) + \frac{0.00015}{1.0067} \right\} \\ + 112.4709 - 13.8795 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{365} \cdot i + 7.4771\right) + 0.00015 \cdot t \\ - 1.0067 \cdot W_t - \lambda \cdot \frac{2.3256}{0.000083 \cdot W^2} \end{array} \right] \cdot 1 \\ + \frac{2.3256}{0.000083 \cdot W^2} \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{1}$$

<그림15> HDD 콜옵션 및 풋옵션 가격 추이



<그림16> CDD 콜옵션 및 풋옵션 가격 추이



Call1과 Put1은 시카고 옵션으로 추정된 MPR=0.30697을, Call2와 Put2는 뉴욕 옵션으로 추정된 MPR=0.43215를 기준으로 옵션 가격을 추정한 것임. HDD에서 옵션가격 차이가 더 크게 벌어지는 이유는, 겨울 온도의 변동성이 더 높아 MPR에 따른 영향을 많이 받기 때문임.

제 5 장 MPR에 대한 옵션 가격 민감도 분석

날씨 파생상품의 주요 투자 목적이 영업상의 변동성을 줄이는데 있다고 가정하면, 파생상품 가격을 결정하는데 있어 시장위험가격(market price of risk, MPR)의 역할은 매우 크다고 할 수 있다. 그러나 우리나라에서는 아직 날씨 파생상품이 거래되고 있지 않아 날씨 위험에 대한 시장 내재 MPR을 직접적으로 추정하는 것이 불가능한 상황이며, 이에 따라 앞서 미국 CME에서 거래되는 날씨 파생상품을 이용하여 내재 MPR를 추정해 보았다. 그러나, 미국 안에서도 도시에 따라 MPR에 유의미한 차이가 발생하는 것을 확인하였으며, 나아가 국가간 위험 회피도의 차이를 고려할 때 미국의 MPR을 우리나라 파생상품에 그대로 적용하는 데는 무리가 있다고 판단되었다.

이를 감안하여, 본 연구에서는 미국 상품을 통해 산출된 내재 MPR을 기본 수준으로 하여 상하 0.05씩 변동을 주면서 MPR에 따른 옵션 가격의 민감도 분석을 실시, MPR이 옵션 가격에 미치는 영향력을 점검함과 동시에 MPR 변화에 따른 옵션 가격의 범위를 추정하였다. 0.00~0.60의 MPR 범위에서 서울지역 2008년 1월 HDD 옵션과 2008년 8월 CDD 옵션 가격의 민감도 결과는 다음과 같다.

<표5> 민감도 분석 : 08년 1월 HDD 콜옵션

		행사가격						
		525	550	575	600	625	650	675
MPR	0.00	87.89	63.18	38.46	15.48	2.33	0.08	0.00
	0.05	92.49	67.69	42.90	19.46	3.50	0.16	0.00
	0.10	96.63	71.93	47.57	23.06	5.40	0.37	0.00
	0.15	101.15	76.53	51.87	27.51	7.76	0.62	0.01
	0.20	105.61	80.85	56.25	31.76	10.27	1.15	0.03
	0.25	110.57	85.62	61.34	36.24	13.75	1.93	0.06
	0.30	114.64	90.08	65.38	40.80	17.32	3.07	0.14
	0.35	119.45	95.02	70.04	45.34	21.09	4.61	0.30
	0.40	123.94	99.46	75.05	49.96	25.53	6.90	0.59
	0.45	128.83	103.81	79.30	54.75	29.94	9.40	1.04
	0.50	133.33	108.81	83.69	59.04	34.68	12.55	1.82
	0.55	138.42	113.39	88.71	64.30	38.85	16.49	2.75
0.60	143.14	118.35	93.50	68.65	44.58	20.17	4.45	
증감 (%)								
0.00	→ 0.05	5.2	7.1	11.6	25.7	50.3	104.1	253.6
0.05	→ 0.10	4.5	6.3	10.9	18.5	54.2	134.9	55.0
0.10	→ 0.15	4.7	6.4	9.0	19.3	43.9	66.4	348.4
0.15	→ 0.20	4.4	5.7	8.4	15.4	32.4	86.3	95.7
0.20	→ 0.25	4.7	5.9	9.0	14.1	33.9	68.4	115.8
0.25	→ 0.30	3.7	5.2	6.6	12.6	26.0	58.7	137.1
0.30	→ 0.35	4.2	5.5	7.1	11.1	21.8	50.2	114.0
0.35	→ 0.40	3.8	4.7	7.2	10.2	21.0	49.6	99.6
0.40	→ 0.45	3.9	4.4	5.7	9.6	17.3	36.3	74.5
0.45	→ 0.50	3.5	4.8	5.5	7.8	15.8	33.5	75.4
0.50	→ 0.55	3.8	4.2	6.0	8.9	12.0	31.4	51.3
0.55	→ 0.60	3.4	4.4	5.4	6.8	14.8	22.3	61.6

<표6> 민감도 분석 : 08년 1월 HDD 풋옵션

		행사가격						
		600	625	650	675	700	725	750
MPR	0.00	1.64	13.46	36.08	60.48	85.73	110.33	134.97
	0.05	1.02	10.34	31.54	56.40	81.09	105.64	130.42
	0.10	0.51	7.56	27.31	51.95	76.32	101.03	125.90
	0.15	0.30	5.22	23.28	47.53	71.96	96.78	121.65
	0.20	0.16	3.64	19.33	42.60	67.64	92.28	117.16
	0.25	0.07	2.37	15.59	38.20	63.06	87.94	112.62
	0.30	0.03	1.30	11.98	33.98	58.07	83.20	107.70
	0.35	0.01	0.86	8.87	29.64	54.09	78.59	103.43
	0.40	0.01	0.44	6.69	24.84	49.20	74.20	98.69
	0.45	0.00	0.23	4.46	20.91	44.74	69.45	94.14
	0.50	0.00	0.11	2.99	16.91	40.01	64.51	89.27
	0.55	0.00	0.06	1.75	13.07	35.37	59.74	84.69
	0.60	0.00	0.02	1.11	10.23	30.58	55.09	79.84
증감(%)								
0.00	→ 0.05	-38.3	-23.2	-12.6	-6.7	-5.4	-4.3	-3.4
0.05	→ 0.10	-49.6	-26.9	-13.4	-7.9	-5.9	-4.4	-3.5
0.10	→ 0.15	-41.4	-31.0	-14.8	-8.5	-5.7	-4.2	-3.4
0.15	→ 0.20	-46.6	-30.3	-16.9	-10.4	-6.0	-4.7	-3.7
0.20	→ 0.25	-55.5	-34.7	-19.4	-10.3	-6.8	-4.7	-3.9
0.25	→ 0.30	-51.4	-45.4	-23.1	-11.0	-7.9	-5.4	-4.4
0.30	→ 0.35	-64.2	-33.6	-25.9	-12.8	-6.9	-5.5	-4.0
0.35	→ 0.40	-46.8	-49.1	-24.6	-16.2	-9.0	-5.6	-4.6
0.40	→ 0.45	-60.6	-46.6	-33.4	-15.8	-9.1	-6.4	-4.6
0.45	→ 0.50	-77.2	-55.2	-32.9	-19.1	-10.6	-7.1	-5.2
0.50	→ 0.55	-100.0	-47.4	-41.5	-22.7	-11.6	-7.4	-5.1
0.55	→ 0.60	n/a	-59.6	-36.7	-21.7	-13.5	-7.8	-5.7

<표7> 민감도 분석 : 08년 8월 CDD 콜옵션

		행사가격						
		75	100	125	150	175	200	225
MPR	0.00	117.17	92.39	67.65	42.92	17.98	1.39	0.00
	0.05	114.43	89.74	64.78	40.16	15.72	0.88	0.00
	0.10	111.90	86.94	62.18	37.42	13.03	0.51	0.00
	0.15	109.05	83.97	59.13	34.54	10.42	0.28	0.00
	0.20	106.11	81.27	56.48	31.90	8.48	0.13	0.00
	0.25	103.47	78.40	53.75	29.03	6.41	0.06	0.00
	0.30	100.31	75.67	51.00	26.23	4.70	0.03	0.00
	0.35	97.59	72.87	48.10	23.50	3.40	0.02	0.00
	0.40	94.80	70.07	45.30	20.72	2.26	0.00	0.00
	0.45	92.12	67.42	42.51	17.82	1.44	0.00	0.00
	0.50	89.15	64.61	39.72	15.36	0.85	0.00	0.00
	0.55	86.44	61.57	37.08	12.76	0.52	0.00	0.00
	0.60	83.74	58.94	34.10	10.33	0.28	0.00	0.00
증감 (%)								
0.00	→ 0.05	-2.3	-2.9	-4.2	-6.4	-12.6	-36.6	-76.2
0.05	→ 0.10	-2.2	-3.1	-4.0	-6.8	-17.1	-42.1	-100.0
0.10	→ 0.15	-2.5	-3.4	-4.9	-7.7	-20.1	-45.5	n/a
0.15	→ 0.20	-2.7	-3.2	-4.5	-7.6	-18.6	-53.6	n/a
0.20	→ 0.25	-2.5	-3.5	-4.8	-9.0	-24.4	-53.1	n/a
0.25	→ 0.30	-3.1	-3.5	-5.1	-9.7	-26.7	-54.7	n/a
0.30	→ 0.35	-2.7	-3.7	-5.7	-10.4	-27.7	-44.7	n/a
0.35	→ 0.40	-2.9	-3.8	-5.8	-11.8	-33.3	-81.6	n/a
0.40	→ 0.45	-2.8	-3.8	-6.1	-14.0	-36.6	-53.6	n/a
0.45	→ 0.50	-3.2	-4.2	-6.6	-13.8	-40.6	-88.4	n/a
0.50	→ 0.55	-3.0	-4.7	-6.6	-16.9	-38.5	47.0	n/a
0.55	→ 0.60	-3.1	-4.3	-8.0	-19.1	-46.8	-100.0	n/a

<표8> 민감도 분석 : 08년 8월 CDD 풋옵션

		행사가격						
		150	175	200	225	250	275	300
MPR	0.00	0.00	0.14	8.23	31.57	56.21	81.28	105.95
	0.05	0.00	0.28	10.20	34.21	59.03	83.70	108.50
	0.10	0.00	0.52	12.95	36.97	61.88	86.50	111.42
	0.15	0.00	0.89	15.25	39.54	64.55	89.38	114.21
	0.20	0.00	1.43	17.89	42.52	67.27	92.04	116.89
	0.25	0.01	2.23	20.61	45.40	70.11	94.98	119.65
	0.30	0.02	3.34	23.47	48.11	72.73	97.55	122.38
	0.35	0.04	4.66	26.09	50.88	75.75	100.50	125.29
	0.40	0.10	6.42	28.81	53.65	78.51	103.14	127.90
	0.45	0.16	8.40	31.56	56.59	81.37	106.19	130.76
	0.50	0.32	10.60	34.50	59.26	84.09	108.92	133.68
	0.55	0.60	13.16	37.51	62.11	86.93	111.67	136.49
	0.60	1.05	15.69	40.37	64.83	89.84	114.61	139.34
증감 (%)								
0.00 → 0.05	n/a	97.9	23.9	8.4	5.0	3.0	2.4	
0.05 → 0.10	n/a	84.1	26.9	8.1	4.8	3.3	2.7	
0.10 → 0.15	128.0	69.7	17.8	7.0	4.3	3.3	2.5	
0.15 → 0.20	559.3	61.1	17.3	7.5	4.2	3.0	2.3	
0.20 → 0.25	222.7	56.0	15.2	6.8	4.2	3.2	2.4	
0.25 → 0.30	115.5	49.7	13.9	6.0	3.7	2.7	2.3	
0.30 → 0.35	143.1	39.6	11.2	5.7	4.2	3.0	2.4	
0.35 → 0.40	160.2	37.8	10.4	5.5	3.6	2.6	2.1	
0.40 → 0.45	68.0	30.9	9.5	5.5	3.6	3.0	2.2	
0.45 → 0.50	98.3	26.2	9.3	4.7	3.3	2.6	2.2	
0.50 → 0.55	85.0	24.2	8.7	4.8	3.4	2.5	2.1	
0.55 → 0.60	75.2	19.2	7.6	4.4	3.3	2.6	2.1	

민감도 분석 결과, MPR 변동에 따른 옵션 가격의 민감도는 상당히 큰 것으로 나타났다. 제 3 장에서 분석한 바에 따르면, 실질확률측도 하에서의 온도지수와 위험중립확률 하에서의 온도지수는 일별로 평균 0.682 (MPR=0.30697 가정시) 및 0.960 (MPR=0.43215 가정시) 정도의 미미한 차이를 보였다. 그러나, HDD/CDD 옵션의 경우 일별 지수의 누적 형태를 취하기 때문에 옵션 가격은 MPR 변동에 따라 상당히 큰 폭으로 움직이는 결과가 나오게 되며, 따라서 HDD/CDD 옵션 가격 추정에 있어 MPR 역할이 상당히 중요함을 확인할 수 있다. 옵션 형태별 민감도는 아래와 같다.

- **HDD 콜옵션** : MPR 상승에 따라 옵션 가격도 상승하나 상승폭은 점차 줄어들어 민감도가 감소하는 경향을 보였다. 또한 행사가격이 높을수록 옵션 가격은 하락하면서 MPR의 변동에는 더욱 민감하게 반응하였다.
- **HDD 풋옵션** : MPR 상승에 따라 옵션 가격은 하락하였으며 하락폭도 점차 커져 민감도가 증가하는 경향을 보였다. 또한 행사가격이 높을수록 옵션 가격은 상승하면서 MPR의 변동에는 덜 민감하게 반응하였다.
- **CDD 콜옵션** : MPR 상승에 따라 옵션 가격은 하락하였으며 하락폭도 점차 커져 민감도가 증가하는 경향을 보였다. 행사가격이 높을수록 옵션 가격은 하락하면서 MPR의 변동에 더욱 민감하게 반응하였다.
- **CDD 풋옵션** : MPR 상승에 따라 옵션 가격도 상승하나 상승폭은 점차 줄어들어 민감도가 감소하는 경향을 보였으며, 행사가격이 높을수록 옵션 가격은 상승하면서 MPR의 변동에는 덜 민감하게 반응하였다.

제 6 장 결 론

6.1 연구결과 요약

6.1.1 가격 결정 모형의 문제점

본 연구에서는 서울지역 일평균운도의 프로세스를 추정하고 미국 시카고 및 뉴욕 HDD 선물에 대한 콜옵션 가격에 내재되어 있는 시장위험가격(market price of risk, MPR)을 이용하여 서울지역 HDD/CDD 옵션 가격을 산출하였다. 또한, 옵션 가격 산출 방법으로는 Alternating Direction Implicit Method (ADI)와 Monte-Carlo Simulation Method (MCS)를 제시하였으며, 이 같은 과정에서 두 가지 문제점이 발견되었다. 첫째, HDD/CDD 옵션의 경우 기초자산이 시장에서 거래되는 자산이 아니기 때문에 현재로서는 경계조건(boundary conditions)을 직접적으로 설정하는 것이 어려우며, 따라서 ADI를 적용하여 옵션가격을 추정하는 것이 불가능한 것으로 나타났다. 둘째, 시카고 및 뉴욕 HDD 선물에 대한 옵션을 이용하여 내재 MPR을 산출하였으나 두 지역의 MPR도 다소 차이를 보였으며, 나아가 국가간 위험회피도의 차이도 고려해야 하는 과제가 남아있다. 특히, 민감도 분석에서는 MPR 변화에 따른 옵션 가격의 변동폭이 무시할 수 없는 수준으로 나타났기 때문에, 보다 정확한 MPR의 추정이 요구된다.

6.1.2 개선방향

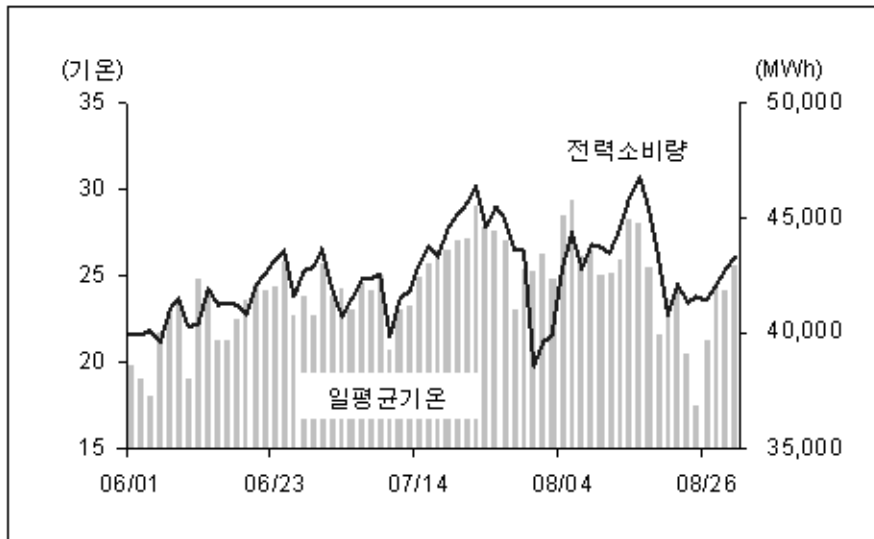
앞서 언급된 문제점들은 다음과 같은 방법으로 개선해 나갈 수 있을 것으로 예상된다. 첫째, ADI 문제의 경우, 향후 우리나라에서도 날씨 파생상품 시장이 형성되고 HDD/CDD 지수에 대한 선물(futures)이 거래되면 기초자산, 만기 등이 동일한 선물 계약의 가격을 이용하여 FDM의 경계조건을 설정할 수 있게 되며, 이 경우 ADI를 이용한 옵션 가격 추정이 가능해질 것이다. 둘째, MPR 문제의 경우, 역시 우리나라에 날씨 파생상품이 도입되면 해외 파생상품이 아닌 우리나라 상품을 통해 시장에 내재된 MPR을 추정하는 것이 가능해진다. 이는 우리나라 투자자들의 날씨위험 회피도를 내포하는 직접적인 지표가 될 수 있으며, 이를 이용하면 가격추정의 신뢰도가 보다 높아질 수 있을 것이다.

6.2 날씨 파생상품의 유용성

날씨 파생상품 시장이 형성되면 이는 다음과 같은 목적으로 활용될 수 있다. 우선, 날씨 파생상품은 날씨에 따라 수익에 영향을 받는 기업들의 이익 변동 관리 수단이 될 수 있을 것이다. 지금까지는 날씨와 관련한 손실을 피할 수 없는 재해로 간주하거나 보험을 통해 보상받는 방법을 이용하여 왔으나, 장기적인 이익 안정화를 위해서는 환율, 금리, 유가, 원자재 가격 변동 등과 관련한 위험을 관리하는 것과 같이 날씨의 변동에 대해서도 보다 적극적인 관리가 필요할 것으로 판단되며 이는 날씨 파생상품을 통해 가능할 것이다. 전력업체를 예로 들면, <그림17>에서 볼 수 있듯이 일평균기온과 전력소비량은 매우 높은 상관관계를 가지고 있으

며, 따라서 전력매출은 온도 변화에 따라 상당한 영향을 받게 된다. 이러한 경우, 관련 업체들은 온도 변동성에 따른 위험을 관리하여 이익을 안정화시키는 수단으로 날씨 파생상품을 이용할 수 있을 것이다.

<그림17> 여름 일평균 기온 변화와 일평균 전력소비량 상관관계



2005년 6월 1일~8월 31일 서울지역 일평균기온 및 평균 전력소비량(MWh/시간) 데이터로, 상업용 전력소비량이 주말에 급격히 감소하는 주말효과를 제거하기 위해 주중 데이터만 포함하였음. 여름 일평균기온과 전력소비량의 상관관계는 0.695로 나타남.

또한 날씨 파생상품은 날씨 변동과 관련된 기업들의 이익 안정화 목적 뿐만 아니라 포트폴리오 매니저들의 위험 관리 수단으로도 활용될 수 있다. 예를 들어, 포트폴리오상 날씨 변동에 민감한 주식들을 보유하고 있는 경우, 날씨 파생상품을 통해 관련된 위험을 헷지할 수 있을 것이다. 이와 함께 날씨 관련 주식을 매매하는 대신 날씨 파생상품을 통해 직접 날씨 변동과 관련한 위험에 투자하여 차익을 추구하는 것도 가능하다.

6.3 낱씨 파생상품의 한계

90년대 말 낱씨 파생상품을 도입한 미국 및 일본 등 선진시장의 경우 이미 시장이 상당한 발전을 거쳐 안정적인 궤도선상에 올라섰지만, 우리나라의 경우는 아직까지 다음과 같이 극복해야 할 과제가 남아있다. 첫째, 현재 우리나라 금융시장은 ‘열거주의’ 방식을 채택하고 있어 낱씨 파생상품의 거래가 불가능한 상황이다. 이에 따라 낱씨와 관련된 금융상품은 일부 보험에 국한되어 있으며 낱씨 보험 역시 가입 조건이 매우 까다로워 그 거래 실적이 미진한 상황이다. 2009년부터는 자본시장통합법의 시행으로 낱씨 파생상품의 거래가 가능해지지만, 그 동안의 규제에 따라 아직 낱씨 위험의 관리에 대한 사회적 인식이 높지 않고 관련 연구도 부족한 상황임을 감안할 때 거래 허용 이후에도 충분한 유동성을 갖춘 본격적인 시장이 형성되기까지는 다소 시간이 소요될 것으로 보인다. 둘째, 이미 낱씨 파생상품이 활발하게 거래되고 있는 해외시장의 경우를 보면, 에너지업체가 낱씨 파생상품의 대표적 수요자 역할을 하고 있다. 그러나 우리나라의 경우, 에너지부문에 있어 아직까지는 완전한 자율경쟁체제가 아니기 때문에 관련업체로서는 낱씨 위험 관리에 대한 동기가 크지 않을 것으로 보인다. 이를 감안하면, 낱씨 파생상품 시장의 성공적인 도입을 위해서는 금융시장 내 제도적인 개선과 시장 참여자들의 낱씨 파생상품 가치에 대한 인식이 함께 진행되어야 할 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- 이준행, "날씨옵션상품의 가격결정에 대한 연구 : CDD/HDD 지수 옵션을 중심으로", 한국증권학회 (2002)
- 한국금융연구원, "국제금융이슈: 일본, 기후파생금융상품 판매 호조", 국제금융 이 슈 15권 6호 (2006)
- Alaton, Peter, Boualem Djehiche, and David Stillberger, "On Modeling and Pricing Weather Derivatives", *Applied Mathematical Finance*, 9, 1-20 (2002)
- Cao, Melanie and Jason Wei, "Weather Derivatives Valuation and Market Price of Weather Risk", *The Journal of Futures Markets*, Vol. 24, No. 11, 1065-1089 (2004)
- Chernov, Mikhail, "Empirical Reverse Engineering of the Pricing Kernel", *Journal of Econometrics*, 116 (2003) 329-364
- Dornier, F. and Queruel, M. (2000), "Weather Derivatives Pricing : Caution to the Wind," *Weather Risk Special Report 2000, Energy & Power Risk Management/Risk Magazine*
- Geman, Helyette and Marie-Pascale Leonardi, "Alternative Approaches to Weather Derivatives Pricing", *Managerial Finance*, Volume 31 (November 6 2005)
- J. Richards, Timothy, Mark R. Manfredo, and Dwight R. Sanders, "Pricing Weather Derivatives", *American Journal of Agricultural Economics*, 86(4) (November 2004): 1005-1017
- Jackwerth, Jens Carsten, "Option-Implied Risk-Neutral Distributions and Risk Aversion", *The Research Foundation of AIMR*, ISBN 0-943205-66-2 (March 31 2004)