

옵션가격에 내재된 위험중립확률의 추정방법의 개선  
Improvement of Estimating method of risk neutral probability density  
implicit in option prices

2009년 4월

최병욱

요 약

본 연구에서는 옵션가격에 내재된 위험중립확률을 추정하는 Shimo(1993)의 방법에 대해 몇 가지 개선사항을 제시한다. 아울러 이 방법을 적용하여 우리나라 KOSPI 200 주가지수옵션 시장에서 위험중립확률을 추출하고 이것의 형태가 역사적으로 어떻게 변화되어 왔는지를 살펴보고자 한다.

본 연구는 기존의 연구와 다음의 측면에서 차별화된다. 첫째, 거래빈도가 많은 외가격과 등가격옵션의 가격을 최대한 반영하고 거래가 많지 않은 심내가격(deep ITM) 옵션의 가격을 상대적으로 적게 반영하기 위하여 거래량의 제곱근을 가중치로 사용하여 옵션의 내재변동성 함수와 이에 따른 위험중립확률을 추정하였다. 거래가 많은 옵션일수록 그 옵션의 가격에 시장에 대한 투자자들의 기대감이 충분히 더 많이 반영되어 있을 것이기 때문이다. 둘째, 옵션의 내재변동성을 행사가격의 함수로 도출하기 위해 비선형 최소제곱근사(least squares fitting)를 사용해야 하는데, 이러한 문제의 고질적인 특성인 헤의 불안정성을 극복하기 위하여 본 연구에서는 새로운 알고리즘을 적용해 보았다. 마지막으로 본 연구에서는 KOSPI 200 주가지수 옵션가격으로부터 추출된 위험중립확률분포가 2002년 이후 주식시장의 부침에 따라 어떻게 변화되었는지를 고찰하였다.

---

\* 건국대학교 경영대학 부교수

서울시 광진구 화양동 1번지, 02-450-4206, 이메일:bwchoi@konkuk.ac.kr

## I. 서론

주가지수 선물은 가격에는 미래 현물가격의 움직임에 대한 투자자의 기대가 반영되어 있다. 선물가격이 상승한다면 미래의 현물가격이 상승할 것이라는 믿음이 투자자들 사이에 널리 퍼져 있는 것이며, 반면 선물가격이 하락한다면 그 반대의 믿음을 갖고 있는 것이다. 주가지수선물의 가격은 만기일에 대해 하나의 시장가격만 나타나므로 미래의 주가 움직임에 대한 일차원적인 정보만을 제공하고 있다. 하지만 주가지수옵션은 다양한 행사가격별로 옵션이 거래되므로 선물에 비해 미래의 주가 움직임에 대해 다차원적인 정보를 제시한다고 볼 수 있다. 예를 들어 설명해 보자. KOSPI 200 주가지수 옵션시장의 경우 행사가격이 2.5 포인트 간격으로 대략 30여개의 옵션이 거래되고 있는데 만약 미래의 주가가 상승할 것이라고 투자자들이 예상한다면 현재의 주가지수와 주가지수 선물은 물론 주가지수 콜옵션의 프리미엄도 증가할 것이다. 하지만 옵션의 경우 행사가격별로 옵션가격의 증가폭은 다르게 나타난다. 내가격 옵션의 가격이 가장 크게 증가하는 반면, 외가격옵션의 가격은 가장 적게 움직일 것이다. 물론 증가율은 등가격 옵션에서 가장 크게 나타난다. 행사가격의 차이에 따른 옵션 시장가격의 움직임은, 매시기마다 독특하게 움직이는데 이러한 특성은 결국 미래 주가의 움직임에 대한 시장의 기대감을 반영한 것이므로, 역으로 시장의 움직임을 파악하려면 옵션의 행사가격별 가격변화 양상을 면밀히 관측하면 가능할 것이다.

Breeden and Litzenberger (1978)의 연구는 이 분야의 선도적 연구이다. 옵션가치를 행사가격으로 두 번 미분하면 미래주가의 위험중립확률분포(risk neutral probability density; RND)를 구할 수 있다는 사실을 밝힌 최초의 연구이다. 이러한 위험중립확률분포를 상태가격밀도(state-price probability density; SPD), 확률할인요인(stochastic discount factor), 또는 가격커널(pricing kernel)등 다양한 이름으로 부르고 있는데, 이를 통해 위험 중립 하에서 미래 주가의 분포를 알 수 있다는 점에서 이것이 시장에 대해 매우 귀중한 정보를 담고 있다고 볼 수 있다. RND를 추정하는 방법은 Ait-Sahalia and Lo (1998)가 지적했듯이 네가지 방법으로 구분해 볼 수 있다. 첫 번째 방법은 RND의 확률분포를 모수적 함수형태로 규정하는 방법이다. Jarrow and Rudd (1982), Shimko (1993), Longstaff (1995)의 연구가 여기에 해당한다. 두 번째 방법은 RND를 직접 정의하기 보다는 기초자산의 확률과정(stochastic process)을 정의하는 것이다. 예를 들어 Goldenberg (1991)는 기하브라운운동 이외의 확산모형의 적분형태를, Heston (1993)은 확률변동성모형을, Bates (2000)는 점프확률변동성모형으로 정의한다. 세 번째 방법은 RND를 블랙-숄츠의 대수정규분포 등의 확률분포로 정의하는 것이다. 다만 확률분포의 모수는 기초자산이 이러한 확률분포를 따를 경우 옵션가격결정모형에 의해 도출된 이론가격과 옵션의 이론가격과 시장가격 사이의 오차를 최소화하는 방식으로 계산할 수 있다. Rubinstein (1994), Jackwerth and Rubinstein (1996) 등의 연구가 이에 해당된다. 마지막으로 Ait-Sahalia and Lo (1998)의 비모수적방법을 들 수 있다. 이 방법은 RND 또는 기초자산의 확률모형에 어떠한 모수적 형태를 가정하지 않고 RND를 추정하는 방법이다.

위의 방법 중에서 Ait-Sahalia and Lo (1998)의 비모수적 방법을 적용하여 RND를 추정하려면 다양한 행사가격 별로 만기가 서로 다른 옵션의 시장가치를 이용해야 하는데 KOSPI 200 주가지수옵션의 경우 최근월물의 옵션에 거래가 편중되어 있어 우리나라의 경

우에 사용하기 힘든 방법이다. 본 연구에서는 모수적 방법 중에서도 내재변동성함수를 행사가격의 2차함수식으로 가정하여 추정한 Shimko(1993)의 방법을 토대로 이를 개선한 방법을 제시하고자 한다. 이를 위하여 먼저 모수적방법을 적용하여 RND를 추정하는 과정에서 나타날 수 있는 문제를 정리해 보겠다.

첫째, 옵션의 내재변동성을 행사가격의 함수로 최소제곱법을 이용하여 보간하는데 있어서 동일한 행사가격에 대해 서로 상이한 내재변동성 데이터들이 존재하는 경우 이 데이터를 어떠한 비중으로 다루어야 하는가에 관한 문제이다. 단순한 예로서 블랙-숄즈공식을 이용하여 계산된 동일한 행사가격을 가진 콜과 풋의 내재변동성이 서로 다르게 나타나는 경우가 이에 해당된다. 이러한 문제를 극복하기 위하여 Nakamura and Shiratsuka (1999)는 RND를 추정할 때 거래량이 많지 않은 내가격옵션의 가격은 제외한 채, 콜옵션의 일부 등가격 및 외가격 옵션들만의 가격으로 RND의 우측 부분의 분포를 추정하고, 풋옵션의 일부 등가격 및 외가격옵션들의 가격만으로 RND의 좌측 부분을 각각 추정한 후 이들 두개를 결합하여 전체 RND를 추정하는 방법을 제안하고 있다. 일반적으로 내가격옵션의 경우 거래가 많지 않아 시장가격이 적정하게 성립하지 않는 경우가 있기 때문에 굳이 사용하지 않아도 추정 결과에 영향을 주지 않을 것이라는 판단 때문이다. 하지만 이 방법은 거래가 빈번한 일부 등가격 옵션의 데이터들이 추정에서 제외되는 등 데이터 손실이 발생한다는 점이 단점으로 지적될 수 있다. 이를 극복하기 위한 대안으로서 Bliss and Panigirtzoglou (2002)는 옵션의 베가(vega)를 비선형 최소제곱법의 가중치로 사용하고 있다. 옵션의 베가는 변동성에 대한 옵션의 민감도를 나타내는데 베가가 클수록 옵션의 가치가 변동성의 움직임에 매우 민감하게 반응할 수 있기 때문에 이러한 옵션들에 더 많은 가중치를 두고, 상대적으로 민감하지 않은 옵션들에게는 가중치를 적게 준다는 취지이다.

둘째, 다소 기술적인 문제에 해당한다고 볼 수 있지만 잘못 접근했을 경우 결과에 매우 치명적인 영향을 줄 수 있다. RND를 추정하기 위한 방법 중에서 모수적 방법을 적용할 경우 RND 또는 기초자산의 확률과정을 추정해야 하는데 이 문제는 제약식이 있는 비선형계획법(non-linear programming; NLP)의 형태가 된다. 그런데 일반적으로 NLP 문제의 해를 찾는 작업은 단순치가 않다. 해를 찾는 여러 알고리즘 중 어떤 방법을 사용하는가에 따라 글로벌해(global solution) 대신 로컬해(local solution)를 찾을 수 있고 또한 초기조건을 어떻게 설정하는가에 따라 해가 달라지는 경우가 많다. 따라서 NLP를 풀 경우 적절한 해법과 소프트웨어를 적용하여 접근하는 것이 매우 중요하다.

본 논문의 구체적 목적은 바로 앞서 지적한 문제점을 해결하고자 하는 것인데, 본 논문에서는 다음과 같은 접근법을 제시한다. 첫째, 거래빈도가 많은 외가격과 등가격옵션의 가격을 최대한 반영하고 거래가 한산한 내가격 옵션의 가격을 상대적으로 적게 반영하기 위해서는 모수를 추정할 때 일일거래량을 감안하여 가중치를 부여하되, 그 가중치를 선형의 형태보다는 일일거래량의 제곱근으로 설정하는 것이다. 거래량의 경우 행사가격을 달리하는 30개 정도의 옵션계약에서 그 수치가 천차만별인데 그 비율이 100배 이상 되는 경우가 비일비재하다. 이 경우 거래량에 단순비례하여 가중치를 두어 내재변동성 함수를 근사할 경우 특정 옵션계약만을 극단적으로 고려한 근사가 될 확률이 높다. 따라서 이를 적절히 중화시켜 주어야 하는데 이러한 목적으로 제곱근 함수는 적절한 대안이 될 수 있다. 본문에는 최소제곱보간의 가중치로서 옵션의 베가, 거래량, 거래량의 제곱근등을 설정해 본 후 각각의 특성이 어떻게 다르게 나타나는지를 살펴볼 것이다. 둘째, 모수를 추정하는 근사문제에서 해의 불안정성을 극복하기 위하여 본 연구에서는 좀더 새로운 알고리즘을 적용해 보고자 한다.

본 연구의 또다른 목적은 KOSPI 200 주가지수 옵션가격으로부터 추출된 RND가 시장에 대해 어느 정도의 설명력이 있는지 또는 사전에 미래지수에 대해 예측력이 있는지를 고찰하는 것이다. 이를 위하여 최근 10년의 기간동안 주식시장의 부침에 따라 위험중립확률의 형태가 어떻게 변화해 왔는지를 살펴본다. 또한 뉴스의 전후에 걸쳐 위험중립확률에 어떠한 변화가 있었는지를 비교, 검토하여 위험중립확률의 분포에서 뉴스에 대한 시그널을 포착할 수 있는 지 여부를 고찰해 보고자 한다.

국내의 시장을 대상으로 RND를 추정하거나 RND의 유용성 또는 예측성을 고찰한 선행연구로서는 Kim and Kim (2003), 이인형, 이준행(2005), 김무성, 강태훈(2006a, 2006b), 신지숙, 지홍민(2005), 한재하, 김주철, 이영훈(2003), 김주철, 김삼현, 김기형(2007) 등이 있다. 이 중에서 김무성, 강태훈(2006a,2006b)과 이인형, 이준행(2005)은 공통적으로 Shimko(1993)가 제안한 바와 같이 옵션가격으로부터 블랙-숄츠 내재변동성을 계산하고 이를 행사가격에 대해서 보간한 후 다시 옵션가격으로 재변환하는 과정을 따랐으며 이렇게 추정된 옵션가로부터 RND의 추정은 Breeden and Litzenberger (1978)의 유한차분법을 이용하였다. 한편 Kim and Kim(2003)은 기초자산의 확률밀도함수가 two-lognormal mixture를 따른다는 가정에 기반하여 도출된 Bahra(1997)의 옵션가격식을 이용하여 모수적 형태의 내재확률분포를 도출하였으며 신지숙, 지홍민(2005)은 비모수적 방법으로 내재변동성과 확률분포를 추정하였다. 또한 한재하, 김주철, 이영훈(2003)은 옵션의 일일거래량을 가중치로 하여 에지워드확장의 확률분포를 추정하였으며, 김주철, 김삼현, 김기형(2007)은 블랙-숄츠의 대수정규분포를 가정하여 위험중립확률을 산출하고 있다. 마지막으로 김무성, 강태훈(2006b)은 위험중립확률과 시장과의 인과관계에 관한 연구로서, Shiratsuka(2001)의 방법론을 적용, 주식시장과 옵션시장 사이의 관계를 상관관계분석과 벡터자기회귀모형을 이용하여 그랜저 인과관계(Granger causality)를 분석하였다.

본 연구는 몇가지 측면에서 기존의 연구와 차이가 있다. 첫째, RND를 추정할 때 가장 어려운 문제가 내재변동성을 행사가격에 대해 보간하는 것인데 이때 추정된 내재변동성 회귀곡선의 형태에 따라 RND의 모습은 천차만별로 나타나게 된다. 이러한 비선형 최소제곱법의 추정문제는 난해한 NLP 문제로서 손쉽게 해가 구해지지 않는 특성을 보이는데, 본 연구에서는 이를 해결하기 위해 Fletcher-Xu Hybrid 방법을 사용한다.<sup>1)</sup> 이 방법을 사용하면 [그림 2]에서 볼 수 있듯이 매우 정확하고 빠르게 내재변동성을 행사가격의 2차함수로 보간할 수 있다. 아울러 이를 통해 도출된 RND의 형태는 매우 부드러운 형태를 취하기 때문에 왜도나 첨도 등에 대하여 기존의 확률밀도함수 보다 정확하고 유용한 정보를 제공할 수 있다. 둘째, 일일거래량을 제공근하여 구한 수치를 가중치로 하여 내재변동성을 보간하고자 한다. 이를 통하여 좀더 많은 시장 참여자의 기대감이 최대한 RND에 반영될 수 있으리라고 본다. 셋째, 내재변동성을 계산하기 위한 준비단계로서 풋-콜 패리티를 만족시키기 위한 기초자산의 현재가와 배당수익률, 그리고 무위험이자율의 대용을 추정해야 하는데 Shimko(1993)의 방법 보다는 근사효과가 높은 새로운 방법을 적용한다. 마지막으로 이렇게 도출된 RND를 토대로 RND의 형태와 시장움직임과의 관련성을 고찰하고 아울러 RND가 미래의 시장에 대해 어느 정도의 예측력이 있는지를 살펴보고자 한다. 즉, 역사적으로 주식시장에 큰 변화를 야기한 사건이 발생했을 때 사전에 RND에 어떠한 시그널이 감지되었는가를 고찰해 보는 것이다.

---

1) Fletcher (1987) 참조바람.

이러한 사례연구는 해외시장에서 대해서는 많은 연구가 보고되고 있지만 저자가 아는 한, 국내에서는 아직 보고된 바 없다.<sup>2)</sup>

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 위험중립확률을 추정하는 모형을 기술하였고 III장에서는 위험중립확률의 역사적 형태를 추정하고 그 예측력을 분석하였다. 끝으로 IV장에서는 연구결과의 활용 방안과 결론을 기술하였다.

## II. 모형

### 1. 위험중립확률

옵션의 가격으로부터 위험중립확률 또는 상태가격밀도함수를 추출할 수 있다는 사실은 Breeden-Litzenberger (1978)에 의해 밝혀졌지만 RND를 최초로 이론적으로 정립한 것은 훨씬 이전 시기인 Arrow (1964)와 Debreu (1959)에 의해서이다. Arrow-Debreu 증권은 미래의 시점에서 특정의 상태에 도달하면 1원을 지급하되, 나머지 상태에서는 아무런 수익이 없는 증권으로 정의된다. 만약 발생 가능한 모든 상태에 대해서 이 증권을 전부 보유하고 있다면 이들 보유증권 전부의 총미래가치는 확정적 금액인 1원이 되며 따라서 이들 증권 전부의 총현재가치는 만기에 1원을 지급하는 무위험채권의 현재가치와 동일하게 될 것이다. 즉, 상태집합을  $\Omega$ 라 표시하고 임의의 상태  $s \in \Omega$ 에 대한 Arrow-Debreu 증권의 가격을  $f_s$ 라 정의하면 다음 식이 성립한다.

$$\int_{s \in \Omega} f_s ds = e^{-r} \quad (1)$$

여기서  $r$ 은 1기간 동안의 무위험수익률을 나타낸다. 한편 위 식의 우변을 1로 표준화하면

$$\int_{s \in \Omega} e^r f_s ds = 1 \quad (2)$$

이 되어 좌변항은 위험중립확률(RND)을 나타내게 된다. 이러한 RND를 옵션의 가격으로 유도할 수 있음을 밝힌 것은 Breeden-Litzenberg(1978)의 업적이다. 즉 옵션의 가격을 행사가격으로 두 번 미분하면 다음 식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial^2 c(K, T)}{\partial K^2} = e^{-rT} f^*(K) \quad (3)$$

여기서  $c(\cdot)$ 은 콜옵션의 가격이고,  $K$ 는 행사가격,  $T$ 는 잔존만기,  $r$ 은 연속복리 무위험이자율이며  $f^*(\cdot)$ 는 위험중립확률분포, 즉 RND를 나타낸다.

### 2. RND의 추정방법

이제 옵션의 가격으로부터 RND를 추정하는 절차를 살펴본다. RND를 추정하는데 있어서

---

2) 해외문헌에 나타난 RND의 예측력에 대한 연구로서는 Neuhaus, H. (1995), Castren(2005), Cooper and Talbot (1999), Gemmill and Safflekos(2000), Melick and Thomas (1997), Nakamura and Shiratsuka(1999), Shiratsuka(2001), Syrdal(2001)등이 있는데 특히 각국의 중앙은행에서 많은 관심을 보이고 있는 점이 눈에 띈다.

가장 어려운 문제는 거래되지 않는 행사가격 구간에서 옵션의 적정가격을 추정하는 일이다. 행사가격과 옵션의 가격을 각각 독립변수와 종속변수로 설정한 후 spline 방법 등으로 옵션 가격식 곡선을 추정하는데 있어서 행사가격에 따라 옵션가격에 큰 차이가 있어 외가격과 내가격 옵션 모두에 있어서 오차를 최소화시키는 만족할 만한 fitting 가격곡선을 찾기가 쉽지 않다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 Shimko(1993)는 관측된 옵션의 가격을 Black-Scholes 내재변동성으로 1:1 변환시킨 후 행사가격에 대한 내재변동성 함수식을 추정하고, 거래구간 외의 옵션의 가격은 보간된 내재변동성을 이용하여 옵션가격으로 역변환시켜 추정하는 방법을 제안하고 있다. 또 Shimko 방법의 장점은 내재변동성함수를 행사가격의 2차함수로 정의하는 것 이외에 분포에 대해 어떠한 가정도 하지 않는다는 것이다. 따라서 분포의 왜도와 첨도의 변화를 좀더 분명하게 관찰할 수 있는 장점이 있다. 본 연구에서는 Shimko(1993)의 방법론을 근간으로 하되 일부 수정된 방법을 사용하는데 이를 굳이 명명하자면 “수정 Shimko 방법”이라 부를 수 있겠다.

이제 Shimko방법을 단계적으로 설명해 가면서 본 연구에서 수정한 방법론을 추가적으로 기술하는 방식을 따르겠다. 분석자료는 KOSPI200 지수옵션의 종가를 이용하며 당일 데이터는 다음과 같다.

옵션종가 관측일: 2008년 7월 16일 잔존만기 = 29일 KOSPI200 지수 = 192.48 KOSPI200 선물가 = 194.70 CD금리 = 5.54%
---

단계 1: 주가지수와 무위험수익률의 대응치 추정단계

배당이 고려된 기초자산의 현재가와 무위험이자율에 대한 대응치를 추정하기 위하여 먼저 Shimko(1993)의 방법을 적용해 본다. 풋-콜 패리티 관계식은 다음과 같다.

$$C - P = Se^{-qT} - Ke^{-rT} \tag{4}$$

여기서 C와 P는 각각 콜옵션과 풋옵션의 현재가이고, S는 주가지수의 현재가, q는 연속복리 기준 배당수익률, r과 T는 각각 무위험이자율과 잔존만기이다. 이때  $D = e^{-qT}$ ,  $B = e^{-rT}$ 라 놓으면 풋-콜 패리티식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$C - P = SD - KB \tag{5}$$

Shimko(1993)가 제안한 방법대로 콜과 풋의 종가차이를 종속변수, 행사가격을 독립변수로 하는 선형회귀분석을 수행하면  $SD=189.9944$ ,  $B=0.98106$  라는 결과를 얻게 된다. 당일부터 옵션만기일 까지 배당금이 없고 당일 CD금리가 5.54%임을 반영한다면 할인율 0.98106은 지나치게 작고 주가지수 현재가도 시장종가 194.70 보다 지나치게 작다고 판단된다.<sup>3)</sup> 따라서 본 연구에서는 할인율 B를 0.995719 ( $= \exp(-0.054 * 29/365)$ )로 먼저 고정시킨 후 선형

---

3) 물론 추정된 할인율과 주가지수의 현재가는 단지 그 수치 자체가 의미를 갖는 것이 아니고 RND를 구하기 위한 변환목적으로 사용하기 때문에 오차가 그리 심각한 문제는 아니다.

회귀식을 추정하였는데 그 결과는 SD=193.073으로 나타나 이전 분석보다는 시장 주가지수에 근접한 수치를 얻을 수 있었다. [그림 1]은 이를 나타낸 것이다. 이때 증권선물거래소에 상장된 옵션의 행사가격의 범위는 [177.5, 257.5] 이지만 당일 거래량이 극히 적어 (100계약 미만) 신뢰할 수 없는 시장가를 보이는 일부 내가격 종목은 분석에서 제외하였다.

### 단계 2: 내재변동성의 계산

이 단계에서는 옵션의 가격으로부터 내재변동성을 추정한다. 내재변동성 자료는 KOSCOM 데이터베이스로부터 쉽게 구입할 수 있지만 이 보다는 앞 단계에서 추정된 두개의 수치 SD, B를 토대로 Black-Scholes 옵션가격식을 이용하여 산출한다.<sup>4)</sup> 한편 당일 거래되는 옵션의 행사가격 범위는 [177.5, 257.5]이지만 매매거래가 활발하여 시장 유동성이 풍부한 행사가격은 외가격 또는 등가격 옵션범위인데 이러한 행사가격의 구간은 콜옵션의 경우 [185, 242.5]이고, 풋옵션의 경우 [177.5, 207.5]이므로 이 구간만을 대상으로 내재변동성을 추정한다.

### 단계 3: 내재변동성 곡선의 추정

이 단계에서는 보간법(interpolating method)을 이용하여 행사가격과 내재변동성 사이에 2차 함수를 가정한 후 최소제곱법(least squares method)을 이용하여 2차함수의 계수를 추정한다. 이 단계가 가장 난해한 단계라고 할 수 있다. 왜냐하면 추정곡선의 형태에 따라서 RND의 모습이 민감하게 변하기 때문이다. Matlab의 spline에 의한 curve fitting이나 또는 최소제곱법은 만족할만한 결과를 보여주지 못한다. 예를 들어 piecewise 다항식에 의한 spline 결과를 통해서 얻어진 옵션의 가격은 차익거래를 허용하는 등의 문제가 발생할 수 있음은 물론 도출된 RND의 형태도 정상과 같이 여러개로 나타나는 등 적절치 못한 결과를 보여주고 있다. 따라서 본 연구에서는 일반적으로 사용되는 최소제곱법의 해법인 Newton 방법보다는 Fletcher-Xu Hybrid 방법을 적용하여 변동성 추정곡선을 산출한다. Matlab을 기반으로 하는 Tomlab의 NLP 패키지에서 clsSolve 함수를 이용하여 내재변동성을 행사가격  $K$ 의 함수로 추정한 결과는 아래와 같다.<sup>5)</sup>

$$\begin{aligned} \text{내재변동성} &= a + bK + cK^2 & (6) \\ a &= 2.31225808997 \\ b &= -0.0187773357 \\ c &= 0.0000430176 \end{aligned}$$

[그림 2]의 그림 2A와 2C는 옵션으로부터 산출한 내재변동성과 그 추정곡선을 보여주고 있다. 그림에서 원형은 콜옵션을 이용하여 내재변동성을 산출한 것이고 삼각형은 풋옵션을 이

4) 여기서 Black-Scholes 옵션가격식을 사용하는 이유는 단지 내재변동성과 옵션가격식을 1:1 변환시키고자 함이지 본 모형에서 Black-Scholes 모형을 가정하는 것은 아니다. 본 연구에서는 기초자산의 확률분포에 어떠한 가정도 하지 않는다.

5) 참고로 내재변동성 추정곡선은 계수의 수치에 매우 민감하게 변화하기 때문에 소수점을 열째 자리까지 표기하였다.

용하여 내재변동성을 계산한 것이다. 행사가격이 작은 구간에서는 풋옵션이 외가격과 등가격이 되고, 행사가격이 큰 구간에서는 그 반대이므로, 풋옵션 자료는 주로 좌측에 몰려 있고, 콜옵션 자료는 우측에 약간 더 많은 몰려 있음을 알 수 있다.<sup>6)</sup> 이는 [그림 2]의 그림 2B를 통하여 확인할 수 있다. 따라서 콜과 풋 두개의 옵션 중 중복되는 행사구간에서 어떤 자료를 사용하는가에 따라서 내재변동성 곡선이 다르게 산출될 것이다. 내재변동성 곡선의 추정은 비선형 최소제곱 근사문제로서, 이를 모형으로 나타내면 다음과 같다. 즉, 옵션의 시장가격이  $N$ 개가 있다고 가정하면 최소제곱 근사문제는 다음을 만족하는 최적해  $x$ 를 찾는 것이다.

$$\min f(x) = \frac{1}{2}r(x)^T W r(x) \quad (7)$$

여기서  $x = (a, b, c)$ ,  $r(x) \in \mathbb{R}^N$ ,  $W \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 이다. 함수  $r(x)$ 는 옵션으로 산출된 내재변동성과 이를 추정하는 2차 회귀함수의 추정값의 차이이며,  $W$ 는 최적 회귀곡선을 추정하기 위한 각각의 데이터에 대한 가중치를 나타낸다. 가중치에 대해서는 여러 가지를 고려할 수 있겠지만 본 연구에서는 다음과 같은 세가지 가중치를 고려하였다.

- (i) 거래량과의 선형관계
- (ii) 거래량의 제곱근
- (iii) 옵션의 베가

[그림 2]의 그림 2A와 2C에 각각의 가중치에 대해서 최소제곱 회귀곡선을 그림을 표시하였다. [그림 2]의 2B 그림을 통하여 확인할 수 있듯이 옵션마다 일일거래량이 다르기 때문에 모든 데이터에 대해 동일한 비중을 둔다면 거래량이 많지 않은 옵션의 시장가와 유동성이 풍부하고 시장 참여자의 기대가 충분히 내재되어 있는 옵션의 시장가를 동일한 비중으로 간주해 버리는 문제가 발생한다. 이는 시장 참여자가 많은 옵션일수록 그 가격이 RND에 많이 반영될 것이므로 RND를 통해 투자자들의 시장에 대한 불편기대(unbiased expectation)를 살펴본다는 연구의 목적에 보다 더 부합하기 위해서는 거래량을 반영하는 것이 타당할 것이다. 한편 일일 거래량의 규모는 그 비율에 있어서 매우 차이가 크기 때문에 가중치를 거래량의 단순비례로 설정할 경우 거래량이 극단적으로 많은 일부 옵션에 대해서만 근사를 하게 되는 문제가 발생한다. 따라서 극단치의 거래량을 보정하기 위한 방법으로서 본 연구에서는 거래량의 제곱근을 가중치로 사용하는 방법을 채택하였다. 한편 옵션의 베가를 가중치로 사용할 경우 도출된 회귀곡선이 나머지 추정 곡선과 상이한 형태를 보이고 있다.

#### 단계 4: RND의 추정

앞에서 보간법을 사용하여 추정된 내재변동성 함수를 토대로 행사가격 대비 콜옵션 또는 풋옵션 함수로 다시 역변환한다. [그림 3]의 추정선은 이렇게 변환되어 산출된 옵션가를 나타

---

6) 일반적으로 풋옵션의 거래가 광범위한 행사가격 구간에서 빈번히 발생하나 2008년 7월 16일 당시 과거 몇주간 주가가 워낙 많이 급락하여 투자자들 사이에 주가가 반등할 수 있다는 기대감이 반영되어 풋보다는 콜옵션의 거래가 눈에 띄게 늘어나고 있다.



낸 것이다. 그림에서 확인할 수 있듯이 옵션의 추정가격선과 실제의 시장 사이에 거의 오차가 나타나지 않고 있음을 알 수 있다. 이제 적절한 행사가격 구간에서 추정된 옵션가격 자료가 주어졌으므로 Breeden and Litzenberger(1978)가 제안한 2차 유한차분법(second order finite difference method)을 이용하면 RND를 쉽게 추정할 수 있다. 이를 구체적으로 기술하면 다음과 같다. 행사가격이 총 N개가 있고 각각의 행사가격을  $K_i$ 라 놓자. 그리고 행사가격이  $K_i$ 인 콜옵션과 풋옵션의 가격을 각각  $C_i, P_i$ 라 하자. 그러면 만기에 주가지수가 구간  $[K_i, K_{i+1}]$ 에 놓일 위험중립확률  $Prob(K_i)$ 는 다음과 같이 나타난다.

먼저 콜옵션을 이용할 경우 위험중립확률은 다음과 같다.

$$Prob(K_i) = Prob(S_T \geq K_i) - Prob(S_T \geq K_{i+1}) \approx \frac{C_{i-1} - C_{i+1}}{K_{i+1} - K_{i-1}} - \frac{C_i - C_{i+2}}{K_{i+2} - K_i} \quad (8)$$

한편 풋옵션을 이용할 경우 마찬가지로 다음 식을 얻는다.<sup>7)</sup>

$$Prob(K_i) = Prob(S_T \leq K_{i+1}) - Prob(S_T \leq K_i) \approx \frac{P_{i+1} - P_i}{K_{i+2} - K_i} - \frac{P_{i+1} - P_{i+2}}{K_{i+1} - K_{i-1}} \quad (9)$$

[그림 4]는 이러한 방식으로 도출된 RND를 그림으로 나타낸 것이다. [그림 4]에는 위험중립 확률이 두개가 표시되어 있는데, 하나는 앞서 기술한 보간법에 의해 도출된 것이고 다른 하나는 변동성을 28.5%로 동일하게 설정한 후 블랙-숄즈 모형을 가정하여 도출한 RND이다. 다른 문헌에서도 모두 동일하게 보고하고 있듯이 본 연구에서도 실제 위험중립확률의 왜도는 음수로 나타나고 첨도는 대수정규분포 보다 크게 나타나고 있음을 그림은 보여주고 있다.

### III. RND의 역사적 추이

앞서 기술한 단계에 따라 옵션의 시장가를 이용하여 옵션 만기시점의 RND를 추정할 수 있는데 [그림 6]은 2002년 2월부터 2009년 4월까지 최근월물 옵션만을 이용하여 RND를 도출한 결과를 나타낸 것이다. 먼저 이 시기 우리나라 주식시장의 역사적 추이를 [그림 5]를 통하여 간단히 정리해보자. 2002년 1월 2일 우리나라의 KOSPI 200 지수는 불과 91.28포인트에 불과하였으나 이후 2003년 상반기에 70 포인트 아래로 하락하는 침체에 빠지다가 이후 2004년 연초까지 증가를 하였고, 2004년 여름까지 조정기를 거쳐 2006년 상반기까지 대체적인 증가세를 유지하였다. 2006년 상반기에 잠시 조정기를 거쳐 이후 급상승하여 2007년 10월11일에 역사상 최고점인 261.82 포인트에 달하기도 하였다. 하지만 미국발 서브프라임 모기지사태로 야기된 전세계 금융시장의 불안으로 인하여, 이후 주가는 계속 떨어져 2008년 10월에 120포인트 선까지 하락하기도 하였지만 이후 등락을 반복하는 지루한 장을 거쳐 2009년 4월 24일 현재 주가는 174.13포인트 까지 회복하고 있다.

---

7) 자세한 도출과정은 Nakamura and Shiratsuka (1999) 의 40쪽을 참조바람.

### 분석 1:

옵션가격에 내재된 위험중립확률을 통해 미래 주가에 대해 알 수 정보가 어떠한 것인지를 살펴보고자 한다. [그림 6]은 2007년 5월 31일에 잔존만기가 각각 14일(6월만기)과 42일(7월만기)로 서로 다른 두 부류의 옵션시장가를 이용하여 추정된 내재위험중립확률을 나타낸 것이다. 그림을 통해서 알 수 있듯이 두개의 위험중립확률을 토대로 계산되는 미래주가의 기대치는 이론선물가로 계산되는 수치와 동일한 것으로서, 잔존만기에 따라서 약간 다를 뿐 별 차이가 없고, 다만 두 분포의 변동성만 다르게 나타난다. 일반적으로 다른 요인은 동일하다고 가정했을 때, 잔존만기가 짧을수록 변동성이 작아지게 된다. 따라서 이러한 잔존만기효과를 제거한 채, 순수하게 실제 시장의 변동성이 얼마나 증감되었는지를 확인하기 위하여, 잔존만기를 고정하여 확률분포를 고찰하면 변동성의 변화 양상을 쉽게 파악할 수 있다. 정리하면, 위험중립확률의 1차적률(1st moment)은 선물가격이 주는 정보와 동일하다. 그러나 선물가격으로부터 얻을 수 없는 2차 이상의 적률로부터 미래의 증시에 대해 유의미한 정보를 얻을 수 있다.

### 분석 2:

이제 [그림 7]의 시기별 RND를 고찰해 보자. 2002년 3월부터 2005년 3월까지 장의 침체시기에 RND의 분포는 50에서 150 포인트에 걸쳐 있는데 반해 분포의 표준편차는 그 이후의 시기에 비해 매우 작아 RND의 형태가 육안으로 보기에도 상대적으로 매우 뽀족한 모습을 보여주고 있다. 따라서 이전 시기까지는 비록 약세장이기는 하나 시장의 변동성은 상대적으로 작게 나타난 장이었음을 보여 주고 있다. 하지만 2005년 이후 2007년 12월 까지 주가는 계속 상승하면서 RND의 분포의 표준편차는 상대적으로 증가하여 시장의 변동성이 매우 커진 상태로 진전되었음을 알 수 있다. 이후 2008년 7월 변동성이 약간 감소하였으나, 그해 11월 역사상 보기 드문 매우 큰 변동성을 보였다. 하지만 2009년 5월(만기 기준)의 위험중립확률의 형태는 2008년 7월의 형태와 유사한 모습을 보이며 변동성이 그전에 비해 많이 감소하고 있음을 알 수 있다.

### 분석 3:

특히 2007년 상반기부터 2007년 12월 사이에 시장의 변동성이 큰 폭으로 증가하였는데, 구체적으로 어떠한 과정으로 변동성이 확대되기 시작하였는지를 알아보기 위하여 우선 [그림 8]에 2007년 3월부터 월간 RND의 분포형태를 정리하여 표시하였다. [그림 8]에서 변동성의 확대는 7월과 8월 사이에 주로 이루어지는데 여기서 관측 시점은 옵션 만기월로부터 잔존만기가 14일 되는 시점이다. 참고로 옵션 8월물에 대해 잔존만기가 14일이 되는 2007년 7월 26일은 우리나라 역사상 처음으로 종합주가지수가 2,000 포인트를 달성하고 하루만에 40여 포인트가 하락한 날이다. 또한 이튿날인 7월 27일은 종합주가지수가 또다시 80여 포인트가 추가 하락하고 세계증시도 동반 급락하여 전세계 증시의 검은 금요일로 기록되는 날이다. 증시의 하락은 여기서 그치지 않고 한달도 채 지나지 않아 8월 17일에는 우리 증시 역사상 최대 포인트의 폭락을 기록하였는데 이날 하루 동안 125.9포인트가 하락하여 종합주가지수는 단숨에 1,600대로 떨어졌다. 이날 이후 미국의 서브프라임 모기지론에 대한 우려가 전 세계의 증시에 간헐적으로 반영되어 나타나기 시작했다. 하지만 아이러니컬 하게도 변동성이 그 전에 비해 뚜렷하게 확대된 상태에서도 11월까지 주가는 꾸준히 증가하였고 그해 10월 31일 한국증시 사상 최고점인 2,064.85포인트를 기록하였지만 이후 내리막길로 들어서게 되었다.

여기서 흥미로운 사실은 2007년 7월 이후(옵션만기기준으로는 8월) 일단 증가하기 시작한 변동성이 2007년도 6월 이전으로 아직까지 회복하지 못하고 있다는 사실인데 이를 미시적으로 검토하고자 7월 25일을 전후한 날짜를 대상으로 RND를 추정하여 비교해 보았다. [그림 9]는 2007년 6월 28일부터 7월 26일 까지의 옵션 증가를 대상으로 추출한 RND를 나타낸 것이다. 참고로 6월 28일의 옵션 종목은 7월이 만기인 종목이며, 나머지는 8월이 만기인 종목이다. 6월 28일 종목은 잔존만기가 14일인 옵션인데 이 때만 해도 변동성이 본격적으로 확대된 단계는 아니다. 그림에서 알 수 있듯이 7월 12일부터 이후 옵션에서 변동성이 커진 것을 알 수 있는데, 참고로 6월 29일부터 7월 13일 까지의 2주 동안은 종합주가지수가 1,743 포인트에서 1,963포인트 가지 거의 연속적으로 상승한 기간이다. 따라서 비록 이 기간 증시는 상승장이었지만 이미 변동성이 큰 폭으로 확대된 상태라서 언제든지 하락할 수 있는 불안한 상승세였음을 위험중립확률은 보여주고 있다.

#### 분석 4:

리만 브라더스 홀딩스(Lehman Brothers Holdings Inc.)는 미국 동부 시간으로 2008년 9월 15일, 약 6천억 달러(\$613 billion)에 이르는 부채를 감당하지 못해 끝내 파산하였는데, [그림 10]은 파산 직전일인 2008년 9월 12일(금요일)과 파산 직후이자 추석 연휴 직후인 2008년 9월 16일(화요일), 그리고 일주일 후인 9월25일에 최근원물 주가지수옵션의 시장가격으로부터 추출된 위험중립확률을 그린 것이다. 파산 직전 우리나라 주가지수의 연간변동성은 30% 정도를 유지하였으나 파산 직후 42%로 상승하였고, 일단 높게 형성된 변동성은 2008년 내내 이 수준 이상을 유지하게 되었다. 한편 파산 직전 위험중립확률 분포의 왜도는 0.4 정도로 오히려 양수로 나타나 많은 투자자들은 음의 점프 보다는 양의 점프에 대해 보다 많은 가능성을 두고 있었다. 양의 왜도는 당시 주가가 단기적으로 지속적으로 하락세를 보여 추석을 기점으로 상승할 것이라는 분위기가 시장에 반영된 결과로 보여진다. 결과적으로 위험중립확률의 분포에서 임의의 뉴스에 대한 시그널을 포착할 수 있다고 판단하기 보다는 위험중립확률은 단지 시장 참여자의 기대감을 온전히 반영한 결과라고 판단된다. 따라서 위험중립확률의 유용성은 미래지수의 움직임을 예측하기 보다는 시장 참여자가 시장에 대해서 어떻게 생각하는 지를 확률분포의 고차 적률로부터 다면적으로 고찰할 수 있다는 점이다.

## IV. 결 론

본 연구의 기대효과는 다음 두가지로 요약할 수 있다. 첫째, 옵션의 시장가격은 투자자들의 기대감이 반영된 것이며 따라서 옵션의 시장가격으로 도출된 위험중립확률분포는 기초자산의 미래 확률분포에 대한 다차원적인 특성을 제공한다. 물론 1차 적률은 시장선물가격이 제공하는 정보와 중복되나 고차 적률인 변동성, 왜도, 첨도는 옵션시장가로부터 유일하게 얻을 수 있는 정보이다. 이러한 정보를 적절히 가공하여 각종 노이즈를 제거할 수만 있다면 금융감독당국이나 중앙은행의 정책입안자에게는 주요한 금융지표로서의 역할 뿐 아니라 사전에 금융대란에 대처할 수 있는 조기경보수단으로도 활용될 수 있을 것이다. 둘째, 이제 자본시장통합법이 시행되어 다양한 종류의 장외파생금융상품의 활발한 거래가 예견되는바 이들 금융상품에 대한 적절한 가치평가를 하기 위해서는 기초자산의 위험중립확률에 대한 정보가 매우 중요하다. 장외 파생금융상품의 대다수가 이색옵션(exotics)임을 감안한다면 이들

파생상품의 기초자산에 대한 위험중립적 미래분포를 알고 있으면 가치평가는 매우 단순한 작업이 될 것이다. 이에 따라 투자자 사이에 거래되는 금융상품의 내재가치에 대한 적절한 평가가 수월해진다면 거래의 투명성을 높임은 물론 부수적으로 차익거래 등이 활발하게 이루어지게 되어 시장의 효율성 제고에 기여하게 될 것이다.

## 참고 문헌

- 김무성, 강태훈, (2006a), "KOSPI 200 옵션가격에 내재된 확률분포의 유용성에 관한 실증연구-헤징성과를 중심으로," 증권학회지 35권 4호, 103-142.
- 김무성, 강태훈, (2006b), "내재확률분포의 정보유용성에 관한 실증연구 - KOSPI 200 지수 옵션시장을 중심으로," 대한경영학회지 19권 5호, 1755-1779.
- 김주철, 김삼현, 김기형, (2007), "KOSPI 200 옵션을 이용한 리스크 애피타이트(risk appetite) 측정," 금융공학연구, 제6권 2호, 79-101.
- 신지숙, 지홍민, (2005) "KOSPI 200 옵션의 내재확률분포 추정 및 성과비교: 비모수적 방법을 중심으로," 선물학회 학술발표논문집.
- 이인형, 이준행, (2005), "KOSPI 200 지수의 상태가격밀도 비교 분석," 증권학회지, 제34권 2호, 153-180.
- 한재하, 김주철, 이영훈, (2003), "옵션가격을 이용한 KOSPI 200 지수의 확률분포의 추정에 관한 연구," 응용경제 5권 3호, 107-128.
- Ait-Sahalia, Y. and Lo, A. W. (1998), "Nonparametric Estimation of State-Price Densities Implicit in Financial Asset Prices," *Journal of Finance*, 53, 499-547.
- Arrow, K. J. (1964), "The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-Bearing," *Review of Economic Studies*, 31, 91-96.
- Bahra, B. (1997), "Implied Risk-Neutral Probability Density Functions from Option Prices: Theory and Application," Working Paper, Bank of England.
- Bates, D. (2000), "Post-'87 Crash Fears in the S&P 500 Futures Option Market," *Journal of Econometrics*, 94, 81-238.
- Black, F. and Scholes, M. (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81, 637-659.
- Bliss, R. and Panigirtzoglou, N. (2002), "Testing the Stability of Implied Probability Density Functions," *Journal of Banking & Finance*, 26, 381-422.
- Breeden, D. T. and Litzenberger, R. H. (1978), "Prices of State-Contingent Claims Implicit in Option Prices," *Journal of Business*, 51, 621-651.
- Castren, O. (2005), "Estimating and Analysing Currency Options Implied Risk-Neutral Density Functions For The Largest New EU Member States," Working Paper, European Central Bank.
- Cooper, N. and Talbot, J. (1999), "The Yen/Dollar Exchange Rate in 1998: Views from Options Markets," *Bank of England Quarterly Bulletin*, 39.
- Debreu, G. (1959), *Theory of Value*, Wiley New York.
- Fletcher, R. (1987), *Practical Methods of Optimization*, John Wiley and Sons: Chichester

and New York.

Gemmill, G. and Saflekos, A. (2000), "How Useful are Implied Distributions? Evidence from Stock Index Options," *Journal of Derivatives*, 7, 83–98.

Goldenberg, D. H. (1991), "A Unified Method for Pricing Options on Diffusion Processes," *Journal of Financial Economics*, 29, 3–34.

Heston, S. (1993), "A Closed Form Solution of Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options," *The Review of Financial Studies*, 6, 327–343.

Jackwerth, J. C. and Rubinstein, M. (1996), "Recovering Probability Distributions from Option Prices," *Journal of Finance*, 51, 1611–1631.

Jarrow, R. and Rudd, A. (1982), "Approximate Option Valuation for Arbitrary Stochastic Processes," *Journal of Financial Economics*, 10, 347–369.

Kim, I. and Kim, S. (2003), "On the Usefulness of Implied Risk–Neutral Distributions – Evidence from the Korean KOSPI 200 Index Options Market," *Journal of Risk*, 28, 93–110.

Longstaff, F. A. (1995), "Option Pricing and the Martingale Restriction," *Review of Financial Studies*, 8, 1091–1124.

Malz, A.M. (1997), "Estimating the Probability Distribution of the Future Exchange Rate from Option Prices," *Journal of Derivatives*, 5, 18–36.

Melick, W. R. and Thomas, C P. (1997), "Recovering an Asset's Implied PDF from Option Prices: An Application to Crude Oil during the Gulf Crisis," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 32, 91–115.

Nakamura, H. and Shiratsuka, S. (1999), "Extracting Market Expectations from Option Prices: Case Studies in Japanese Option Markets," *Monetary and Economics Studies*, 17.

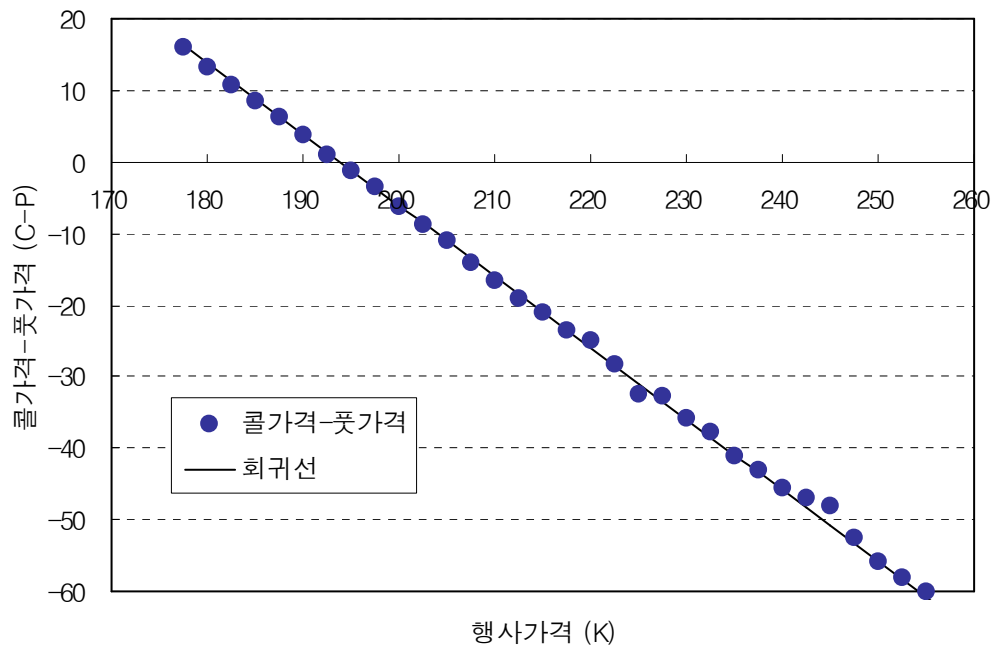
Neuhaus, H. (1995), "The Information Content of Derivatives for Monetary Policy: Implied Volatilities and Probabilities," Discussion Paper, Deutsche Bundesbank Economic Research Group, 3.

Rubinstein, M. (1994), "Implied Binomial Trees," *Journal of Finance*, 49, 771–818.

Shimko, D. (1993), "Bounds of Probability," *Risk*, 6, 33–37.

Shiratsuka, S. (2001), "Information Content of Implied Probability Distributions: Empirical Studies of Japanese Stock Price Index Options," *Monetary and Economics Studies*, *Monetary and Economics Studies*, 143–170.

Syrdal, S. A. (2002), "A Study of Implied Risk–Neutral Density Functions in the Norwegian Option Market," working paper, Norges Bank.



행사가	콜가격	풋가격	행사가	콜가격	풋가격
177.5	17.65	1.52	220	0.26	25
180	15.3	1.99	222.5	0.17	28.45
182.5	13.35	2.61	225	0.12	32.65
185	11.5	3	227.5	0.09	32.65
187.5	10.25	4	230	0.06	35.8
190	8.65	4.9	232.5	0.05	37.75
192.5	7.1	6	235	0.04	41.15
195	5.7	6.9	237.5	0.03	43
197.5	4.5	8.05	240	0.02	45.65
200	3.55	9.7	242.5	0.02	47.05
202.5	2.7	11.35	245	0.01*	48.1
205	2.11	13.15	247.5	0.02*	52.5
207.5	1.44	15.35	250	0.01*	55.7
210	1.04	17.5	252.5	0.01*	58.15
212.5	0.77	19.7	255	0.01*	60
215	0.52	21.5	257.5	0.01*	62.4
217.5	0.37	23.75			

[그림 1] (콜가격-풋가격) 과 행사가격 사이의 관계식

그림의 세로축은 동일한 행사가격을 갖는 콜가격에서 풋가격을 차감한 값을 나타내며, 가로축은 행사가격을 나타낸다. 식 (5)는 이를 추정한 회귀선이다.

$$\text{회귀식: } C - P = Se^{-qt} - Ke^{-rt}$$

여기서 C는 콜가격, P는 풋가격, S는 주가지수의 현재가, K는 행사가격이다. 또한 q는 연속복리 배당 수익률이고, r은 무위험이자율이다. 한편 그림 아래의 표는 옵션의 시장가를 정리한 것이다.

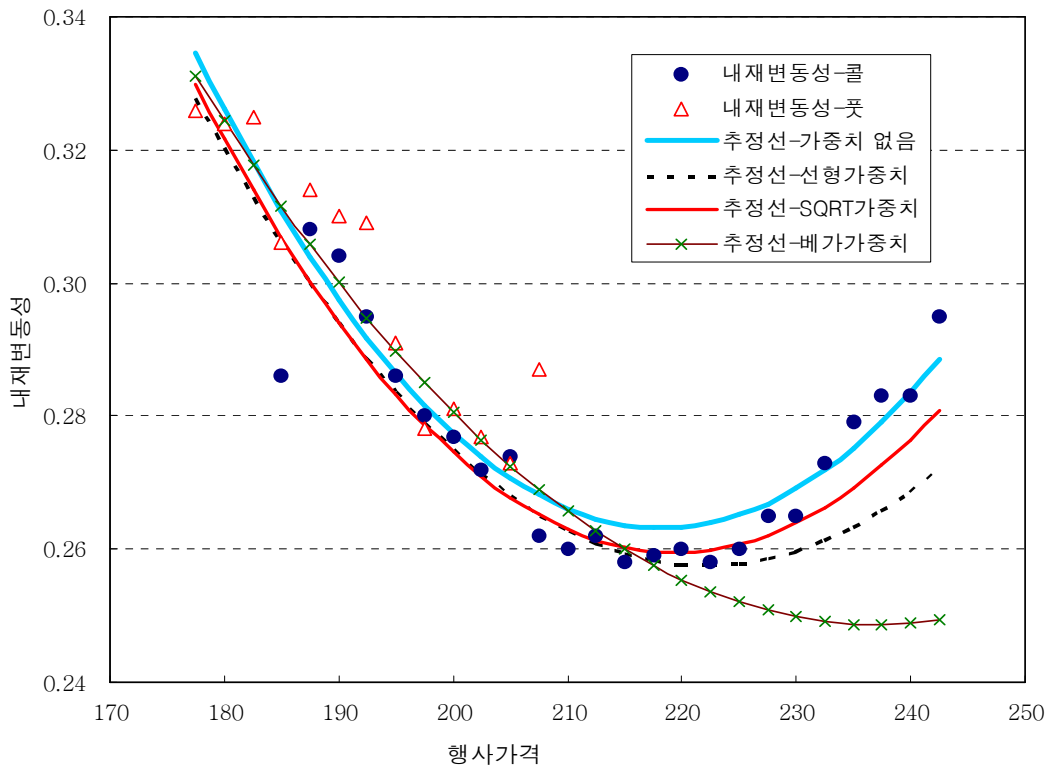


그림 2A: 내재변동성 (2008년 7월16일)

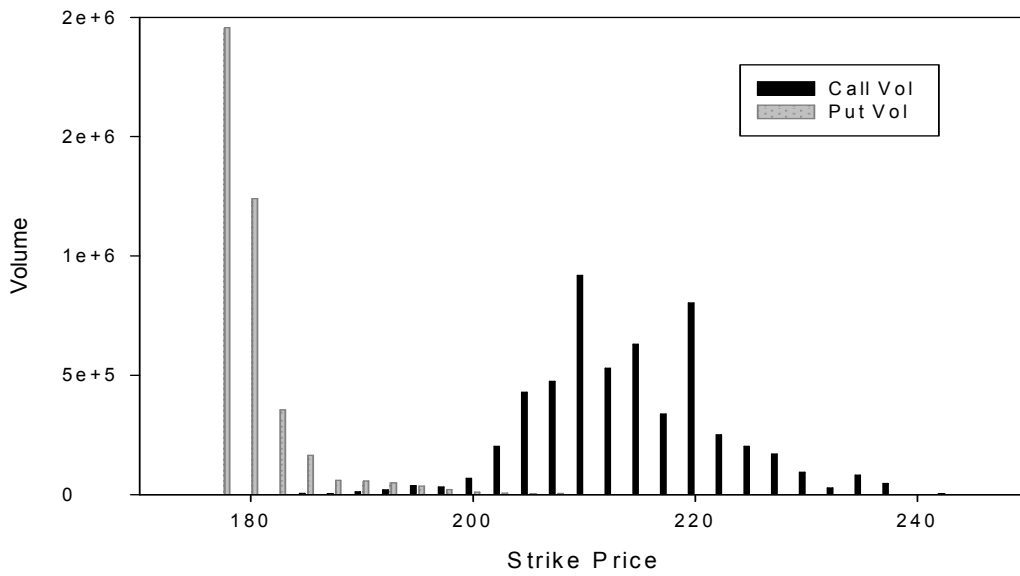


그림 2B: 옵션의 행사가격별 거래량



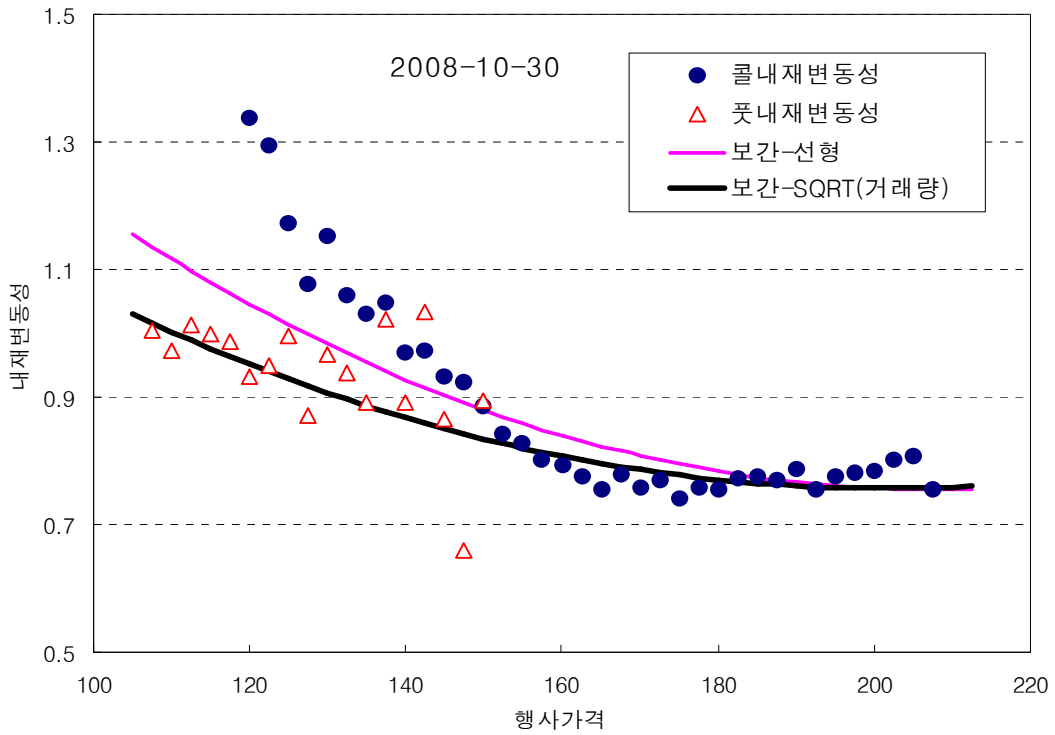
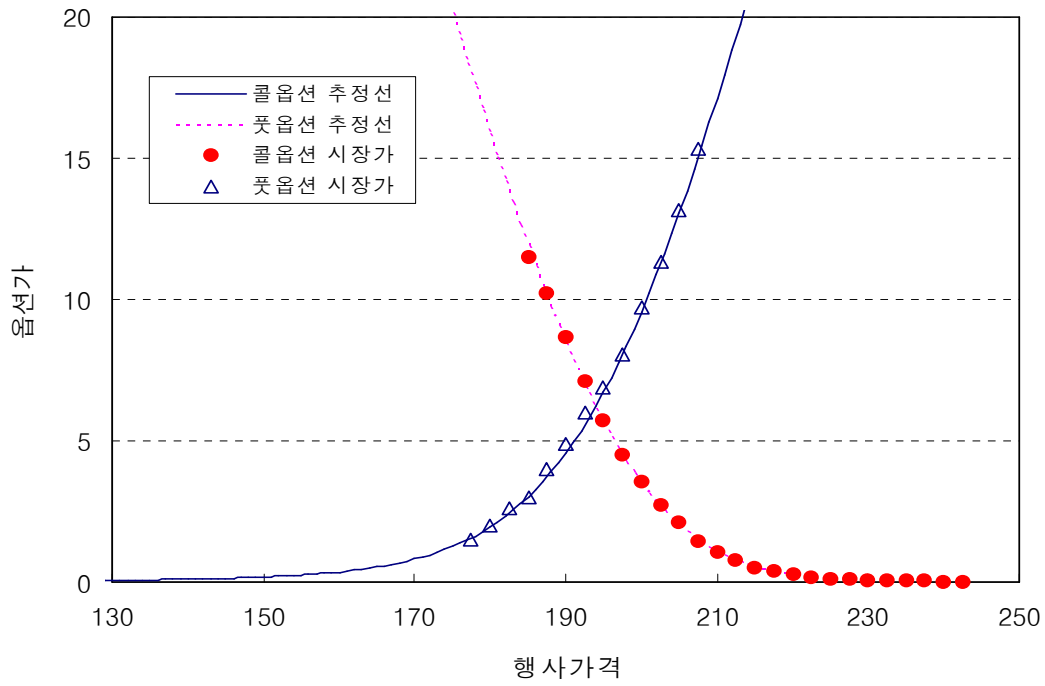


그림 2C: 옵션의 내재변동성과 보간(2008년 10월 30일)

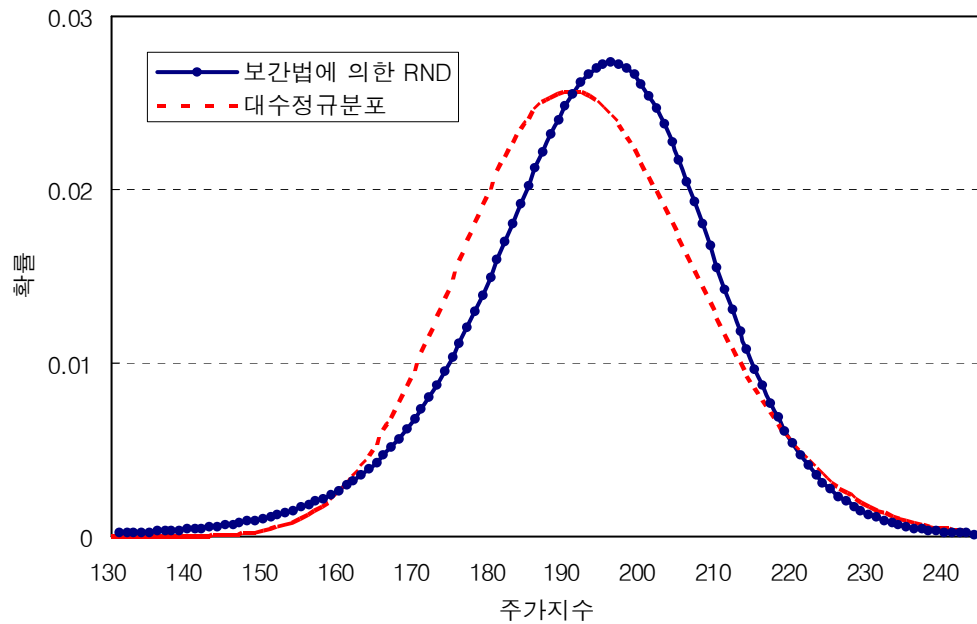
**[그림 2] 내재변동성과 추정곡선, 거래량**

그림 2A는 2008년 7월16일 최근월물 KOSPI 200 주가지수옵션의 증가자료를 이용하여 계산된 블랙-숄즈 내재변동성과 “수정 Shimko방법”을 통해 산출된 그 추정곡선을 나타낸 것이다. 가로축은 행사가격, 세로축은 내재변동성을 나타낸다. 그림에서 원형은 콜옵션을 이용하여 내재변동성을 산출한 것이고 삼각형은 풋옵션을 이용하여 내재변동성을 계산한 것이다. 그림 2B는 옵션의 일일거래량을 표시한 것이다. 그림 2C는 2008년 10월 30일의 내재변동성과 보간선을 나타낸 것이다.



[그림 3] 옵션의 시장가격과 가격추정선

그림은 2008년 7월16일 최근월물 KOSIP 200 주가지수옵션의 종가자료와 그 추정선을 나타낸 것이다. 가로축은 행사가격, 세로축은 옵션가를 나타낸다.



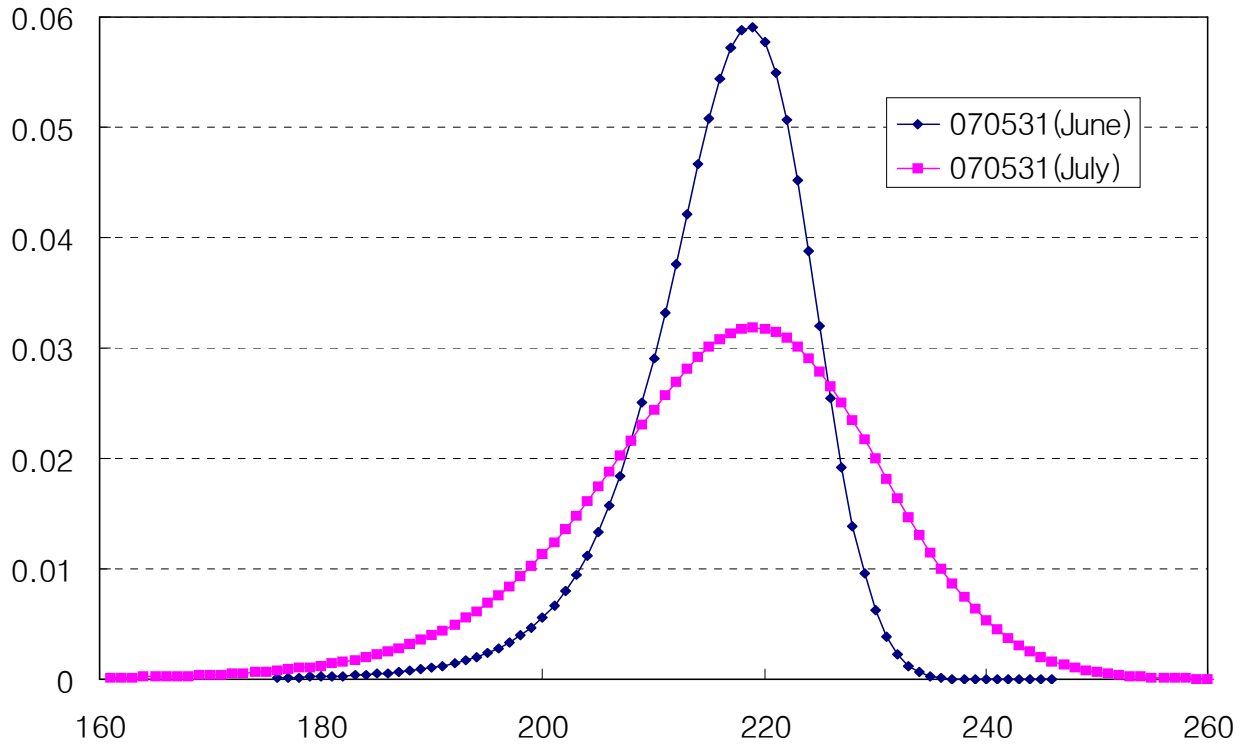
**[그림 4] 옵션가에 내재된 위험중립확률**

그림은 2008년 7월16일 최근월물 KOSIP 200 주가지수옵션의 종가자료를 이용하여 추정된 RND를 나타낸다. 즉 그림의 확률은 옵션의 만기일인 8월 13일 시점의 주가지수별 위험중립확률을 나타낸다. 참고로 점선은 28.5% 변동성의 블랙-숄즈 모형을 가정했을 경우의 RND인데 그림을 통해 알 수 있듯이 대수정규분포를 따른다. 옵션종가를 통해 유도된 RND의 좌측 꼬리가 두터울 뿐 아니라 중간 봉우리도 높게 형성되어 있어 첨도는 대수정규분포보다 크고 왜도는 음수로 나타난다.



[그림 5] KOSPI 200 주가지수의 일별 추이 (2002.3.9 - 2009.4.24)

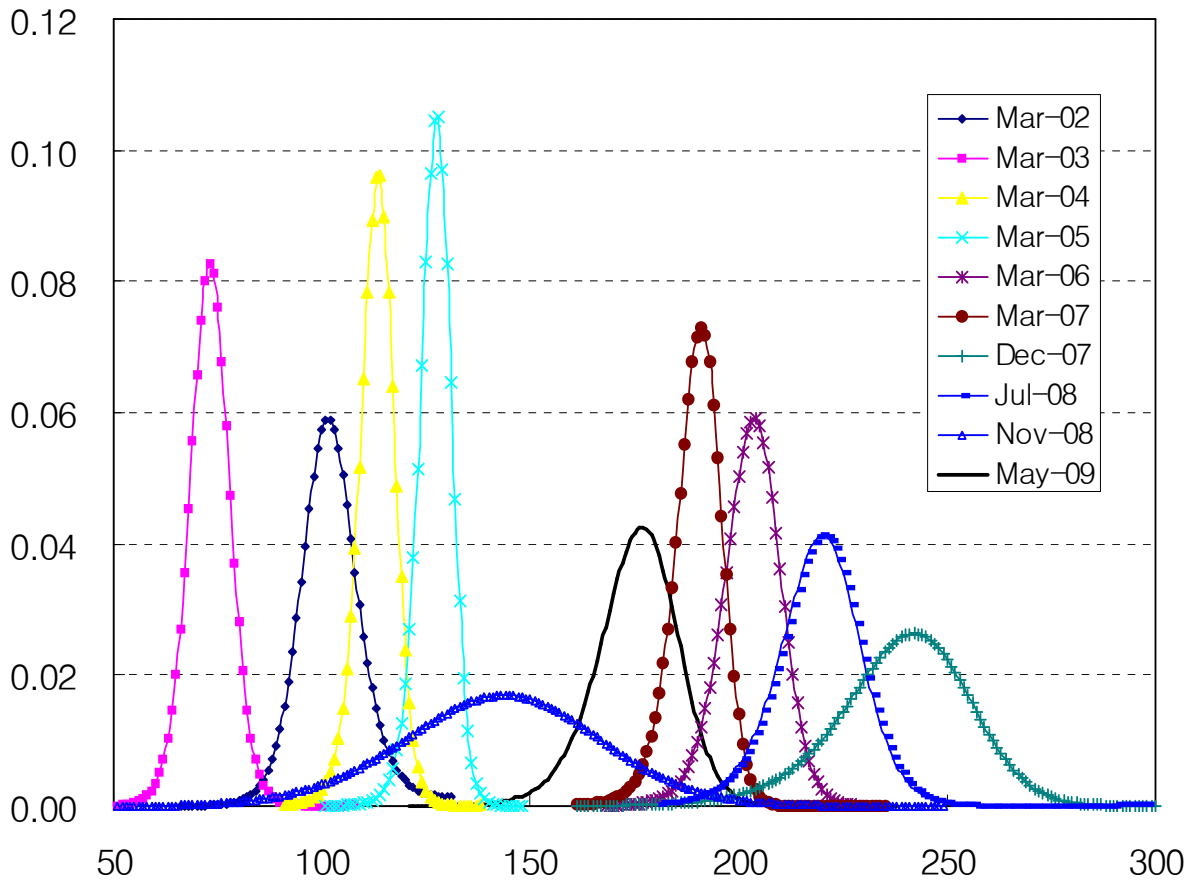
2007년 5월의 위험중립 확률



[그림 6] 2007년 5월의 위험중립 확률: 만기가 다른 두 경우

위의 그림은 2007년 5월 31일에 잔존만기가 각각 14일(6월 만기)과 42일(7월 만기)로 서로 다른 두 부류의 옵션시장가를 이용하여 추정된 내재위험중립 확률을 나타낸 것이다. 참고로 이날 KOSPI 200 주가지수의 증가는 216.45 포인트이다.

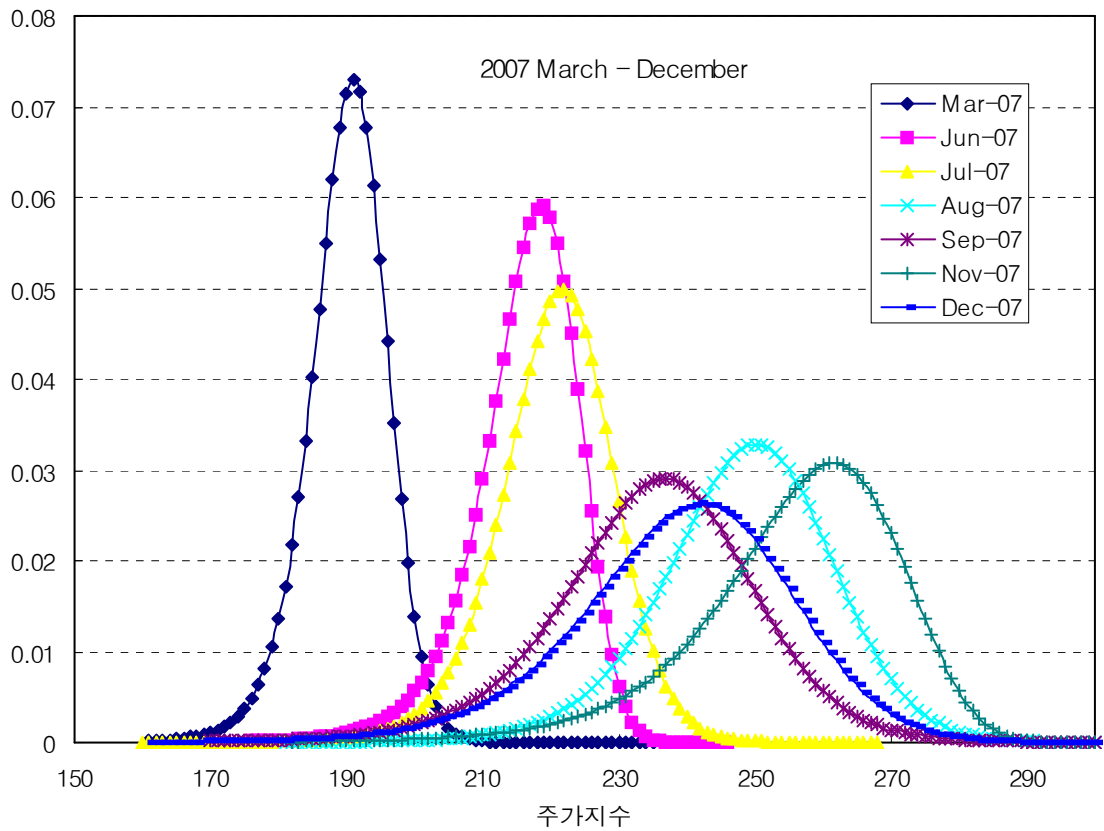
Implied Risk-neutral probability (만기=14일)



옵션만기월	관측일자	주가지수	CD91	표준편차	왜도	첨도	연간변동성
2002 Mar	02.2.28	102.62	4.45%	0.081	-0.954	3.867	0.41
2003 Mar	03.2.27	73.80	4.53%	0.072	0.004	4.397	0.37
2004 Mar	04.2.26	113.44	4.00%	0.042	-0.890	6.802	0.22
2005 Mar	05.2.24	127.81	3.57%	0.034	-0.955	8.666	0.17
2006 Mar	06.2.23	176.18	4.26%	0.042	0.292	3.457	0.22
2007 Mar	07.2.22	189.72	4.94%	0.033	-0.492	6.495	0.17
2007 Dec	07.11.29	238.68	5.58%	0.072	-0.062	3.769	0.37
2008 July	08.6.26	219.12	5.22%	0.050	-0.062	4.521	0.26
2008 Oct	08.9.25	193.87	5.80%	0.079	-0.154	4.546	0.4
2008 Nov	08.10.30	144.42	6.07%	0.178	-0.473	4.032	0.91
2009 May	09.4.30	176.00	2.41%	0.058	-0.331	4.120	0.3

[그림 7] 시기별 위험중립확률의 변화

그림은 본 논문에서 기술한 방법을 적용하여 KOSPI 200 주가지수 옵션의 시장가로부터 도출된 위험 중립확률을 표시한 것이다. 옵션 가격의 관측일은 해당 만기일의 만기일부터 잔존만기가 14일 되는 날 짜이다. 예를 들어 "Nov-08"은 옵션만기가 2008년 11월인 것을 의미하며, 그림에 표시된 위험중립확률은 이 날짜로부터 잔존만기가 14일 되는 날인 2008년 10월 30일에 관측된 옵션의 시장중가로 부터 추정된 것이다.



만기월	2007 March	2007 June	2007 July	2007 August	2007 Sept	2007 Nov	2007 Dec
관측일자	07.2.22	07.5.31	07.6.28	07.7.26	07.8.30	07.10.26	07.11.29
KOSPI200	189.72	216.45	222.6	248.75	234.22	255.65	238.68
CD91	4.94%	5.06%	5.01%	5.08%	5.28%	5.35%	5.58%
잔존만기	14	14	14	14	14	14	14
표준편차	0.033	0.039	0.041	0.054	0.068	0.062	0.072
왜도	-0.492	-0.246	-0.029	0.140	0.297	-0.317	-0.062
첨도	6.495	4.823	4.612	3.630	3.609	4.030	3.769
연간변동성	17%	20%	21%	28%	35%	31%	37%

[그림 8] 2007년 3월 - 12월의 RND

그림은 옵션 만기기준으로 2007년 2월 부터 2007년 11월 까지 잔존만기가 14일인 최근원물 KOSPI 200 옵션의 시장가격으로 추출한 위험중립확률분포이다.

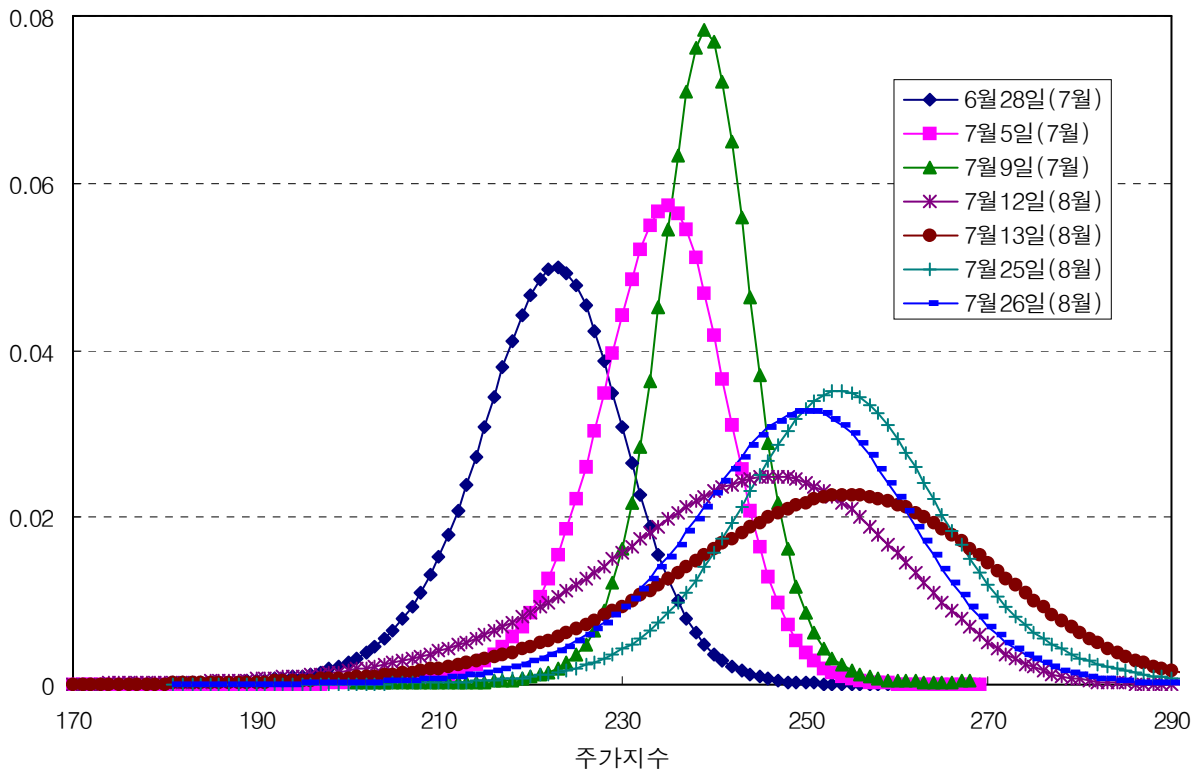


그림 9A: 위험중립확률 (2007년 6월 28일 - 7월 26일)

6월 28일부터 7월 3일까지 3일에 대한 옵션의 만기월은 2007년 7월이며, 나머지 4개에 대한 옵션의 만기월은 8월이다.

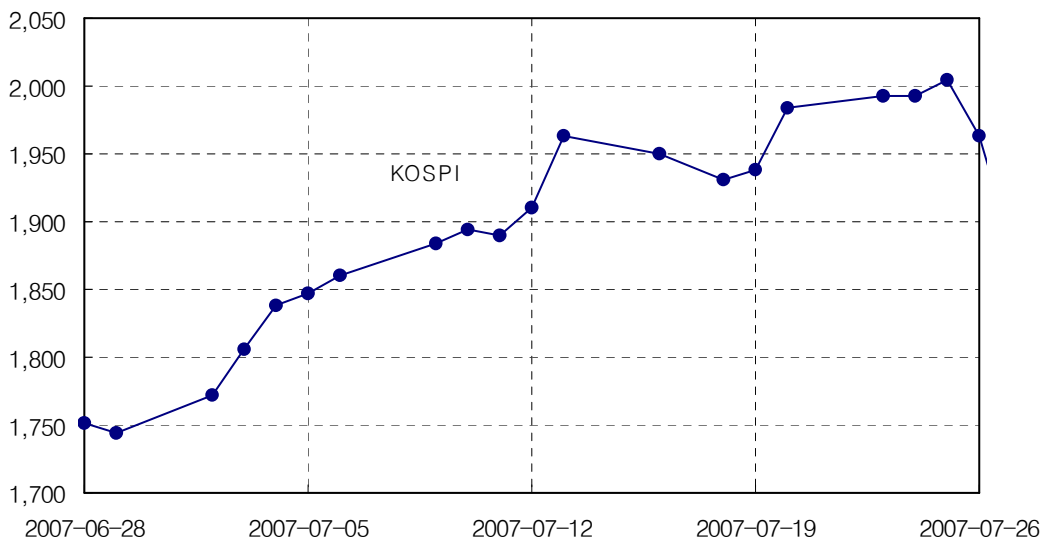
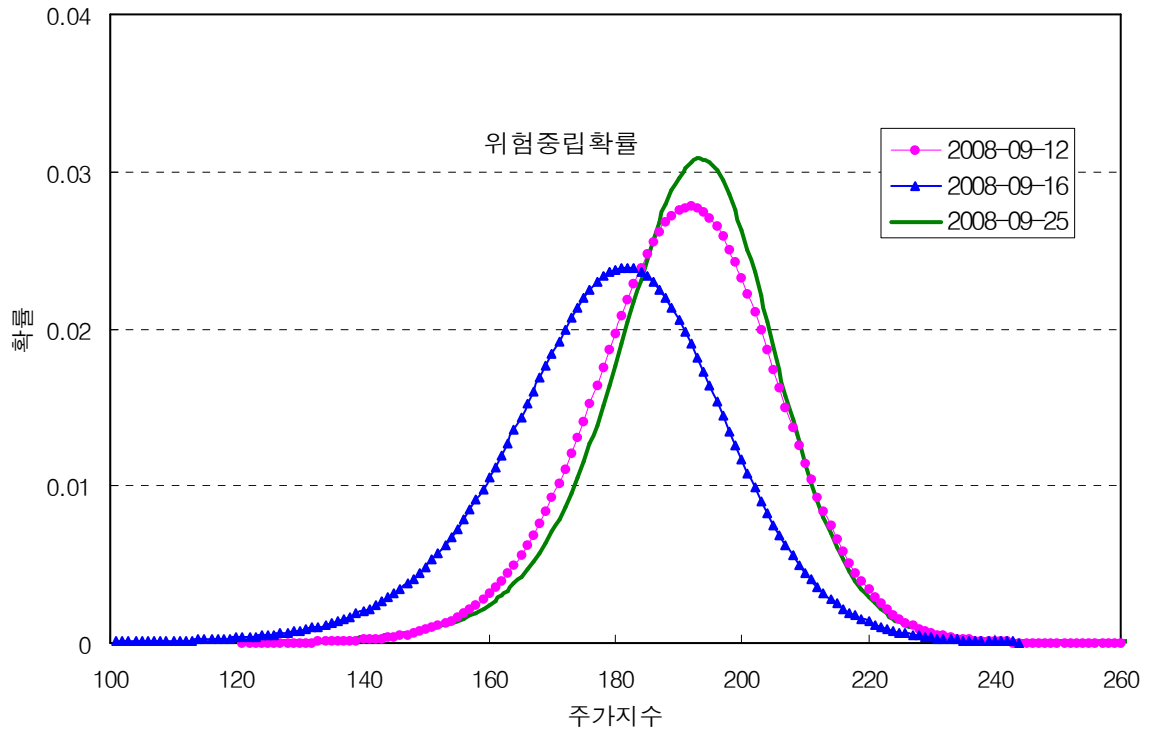


그림 9B: KOSPI 일일 추이

[그림 9] 2007년 6월 28일 - 7월 26일 사이의 위험중립확률과 주간지수





관측일자	2008.9.12	2008.9.16	2008.9.25
KOSPI 지수	189.9	179.0	193.87
CD91 금리	5.79%	5.79%	5.80%
잔존만기	27	23	14
표준편차	0.082	0.106	0.079
왜도	0.402	0.008	-0.154
첨도	3.135	3.833	4.546
연간변동성	30%	42%	40%

**[그림 10] 리만브라더스 파산전후의 위험중립확률**

그림은 리만브라더스가 파산직전인 2008년 9월12일과 직후인 9월16일 그리고 일주일 후인 9월 25일의 최근 원물 옵션시장가로부터 위험중립확률을 추출하여 나타낸 것이다.