

An Empirical Study on the Statistics Properties of Time Dependency using High-Frequency Data of KOSPI and KOSPI200 Futures

Cheoljun Eom*

Pusan National University, Pusan, Korea

Daesung Jung**

Pusan National University, Pusan, Korea

Seunghwan Kim***

Pohang University of Science and Technology, Pohang, Korea

Abstract

We investigate the scaling behavior of the Korean financial market, this study examines the statistical properties of KOSPI and KOSPI200 Futures using methods including probability density function, cumulative distribution function, autocorrelation function, and conditional probability across time scales. This study confirms a few time dependent features of financial market: (1) the center part of the return distribution aggregating to that of Gaussian distribution, (2) the tail parts deviating from the Gaussian and the Levy distribution, (3) a short range correlation for returns and a long range correlation for absolute returns, and (4) volatility clustering.

Keywords: Scaling behaviors, Probability distribution function, Cumulative distribution function, Autocorrelation function, Volatility clustering

* Division of Business Administration, Pusan National University, Busan 609-735, Republic of Korea, Shunter@pusan.ac.kr

** Division of Business Administration, Pusan National University, Busan 609-735, Republic of Korea, Dusilman@pusan.ac.kr

** NCSL, Department of Physics, Pohang University of Science and Technology, Pohang, 790-784, Republic of Korea, Swan@postech.ac.kr

KOSPI와 KOSPI200 선물지수의 고빈도 자료를 이용한 시간의존성의 통계적 속성 연구

엄 철 준 (부산대학교)*

정 대 성 (부산대학교)**

김 승 환 (포항공과대학교)***

< 요약 >

본 연구의 목적은 한국 금융시장의 고빈도 자료를 이용한 시계열 속성 연구의 일환으로 검증결과에 영향을 미칠 수 있는 수익률 측정기간단위에 따른 통계적 속성의 변화를 관찰하였다. 검증 대상은 한국 금융 시장을 대표하는 KOSPI와 KOSPI200 선물지수를 사용하였으며, 동일한 검증기간 2000년 5월 22일부터 2008년 4월 30일을 설정한 후, 수익률 측정기간단위를 변화에 따른 분포의 통계적 속성에 대한 분석을 실시하였다. 검증 결과를 살펴보면, 첫째, 수익률 측정기간단위를 증가시킴에 따라서 수익률 분포의 중심부분을 나타내는 첨도는 지수적인 감소를 보였으며, 수익률이 0인 지점의 확률은 점차 정규분포와 가까워졌다. 둘째, 분포의 꼬리 부분의 결과를 살펴보면, 분포의 꼬리는 Levy 영역과 정규영역에서 벗어났다. 수익률 측정기간단위가 증가시킴에 따라서 분포의 꼬리는 점점 얇아짐을 보였다. 셋째, 수익률과 변동성의 자기상관관계의 검증결과에서도 수익률 측정기간단위의 변화에 종속적인 구조를 가짐을 확인하였다. 결과를 정리해보면, 연구자의 필요에 의해서 결정되어지는 수익률 측정기간단위는 검증결과에 유의적인 영향을 준다는 것을 실증적으로 확인하였다. 이러한 금융시계열자료의 통계적 성질변화는 수익률의 시간종속적인 구조에 기인한 것으로 시간속성의 영향요소에 대한 연구의 필요성을 시사한다.

핵심 단어 : Scaling behaviors, 확률밀도함수, 누적밀도함수, 자기상관함수, 변동성군
집현상

* 부산시 금정구 장전동 산30번지, 부산대학교 경영학부 부교수, 609-735 shunter@pusan.ac.kr

** 부산시 금정구 장전동 산30번지, 부산대학교 경영학부, 609-735 dusilman@pusan.ac.kr

*** 경상북도 포항시 남구 효자동 산31번지, 포항공과대학교 물리학과 교수, 790-784,
swan@postech.ac.kr

1. 서론

금융상품의 통계적 성질을 모델화한 연구는 Bachelier (1900)에 의해서 최초로 제안되었으며, 주식수익률이 랜덤워크에 대한 제안은 위험을 결정하는 주요 변수가 될 뿐만 아니라 포트폴리오 이론과 Black-Scholes 옵션가격결정모형과 같은 주요 이론들이 성립되었다. 이후 Mandelbrot (1963)가 면화수익률을 통한 검증한 결과에 의해서 새로운 분포인 안정과레시안 분포를 제안 하였으며, 수익률 측정기간단위를 일별에서 월별로 증가시킴에 따라서 분포꼬리의 속성이 변화한다는 것을 관찰하였다. 즉, 수익률의 분포가 독립적이지 못하고 시간함수에 종속적인 구조를 가진다는 것을 실증하였다. 이는 개별 연구자에 의해서 설정된 시간에 관련된 수익률 측정기간단위에 의해서 검증결과에 심각한 영향을 미칠 수 있다는 것을 시사한다. 이 후의 수익률 측정기간단위 변화에 따른 연구를 살펴보면, Wang (2001), Matteo (2002), Yang (2007), 양재숙 (2006), 이경윤 (2007) 등이 홍콩, 유럽, 한국 시장 등에 대한 연구가 있다. 특히, 수익률의 시간 종속구조를 고려한 체계적 연구는 Mantegna와 Stanley (1995)에 의하여 이루어졌다고 할 수 있다. 그들은 S&P500을 이용하여 수익률 측정기간단위를 변화시킴에 따라서 분포의 중심부분 속성과 통계적 모델의 결과가 달라짐을 실증적으로 증명함으로써 시간영향요인의 중요성을 피력하였다.

본 논문에서는 시계열 속성 연구의 일환으로 검증결과에 영향을 미칠 수 있는 수익률 측정기간단위에 따른 통계적 속성의 변화에 주목하였다. 한국 금융시장의 고빈도 자료를 이용하여 수익률 측정기간단위에 따른 통계적 속성의 변화를 정규분포와 안정과레시안 분포를 비교기준으로 사용하여서 비교 분석하였다. 검증 대상은 한국 금융 시장을 대표하는 KOSPI와 KOSPI200 선물지수를 사용하였으며, 동일한 검증기간 2000년 5월 22일부터 2008년 4월 30일을 설정한 후, 수익률 측정기간단위를 변화에 따른 시계열의 분포적 속성과 자기상관함수, 변동성의 조건부확률에 대해서 체계적 검증을 통한 연구결과를 제시할 것이다. 본 연구가 이론적 측면에서 수익률 측정기간단위 연구의 중요성은 연구 초기의 설정된 관심 수익률 측정기간단위에 결과에 따라 유의적 영향을 미치는 시간 요인에 대한 연구과제에 대한 제시라고 할 수 있다. 실무적인 측면에서는 특정 수익률 측정기간단위에서 관찰되는 분포(정규분포 등)에 의해서 가정되어져 만들어진 시장예측모델과 위험관리 모형들이 과대 또는 과소 추정할 수 있다는 점을 지적하는 연구가 될 것이다. 또한, KOSPI와 KOSPI200주가지수 선물에 대한 고빈도영역과 저빈도 영역간의 통계적 속성에 대한 비교분석을 통하여 한국 금융 시장을 이해하는 데 기여하는 점이 있다고 생각되어진다.

본 연구의 구성은 서론에 이어 2장에서는 통계적 속성을 알아본다. 3장에서 실증에 필

요한 자료 및 검증과정을 설명하고 4장에서는 실증적 결과에 대해서 논의할 것이고 마지막 장에서는 관찰결과를 요약·정리하고 시사점을 제시한다.

2. 통계적 속성

논문에 들어가기에 앞서 금융 상품에서 공통적으로 관찰되어지는 통계적 속성을 소개한다. 다른 시장과 다른 금융 상품에서 공통적으로 관찰되어지는 속성을 Cont (2001)는 정형화된 사실(Stylized Fact)¹⁾라 분류하여 기술하였으며, 본 연구에서는 다음과 같은 수익률의 분포적 속성, 자기상관함수, 변동성에 관련된 속성에 초점을 두어 수익률 측정기간단위에 따른 변화에 대해 검증을 한다.

2.1 두터운 꼬리 (heavy tails)

분포의 꼬리 지수는 꼬리의 얼마나 두터운지의 척도를 제공한다. 분포의 꼬리 지수가 낮아질수록 분포의 꼬리는 두터운 꼬리를 가지게 된다. 반면에, 꼬리가 높아질수록 꼬리는 얇아진다. 금융 시계열의 분포에 대해서 꼬리지수 $\alpha \approx 3$ 을 가지는 멱급수법칙을 따른다고 알려져 있다. 멱급수 법칙은 가격변동의 분포가 가지는 분포는 정규분포에서 기대되어지는 변화보다 큰 값을 가질 확률이 상대적으로 크다는 것을 의미한다. 수익률은 정규 분포에서 예상되어지는 것보다 훨씬 자주 발생하며 수익률 분포의 꼬리를 두텁게 한다. 즉, 확률 변수 X 의 확률 밀도함수(probability density function :PDF)에 대해서 멱급수법칙을 사용하였으며 확률밀도함수의 꼬리 지수(α)는 다음과 같이 정의하였다.

$$P(x) = CX^{-\alpha} \quad (1)$$

분포 꼬리를 추정하기 위해서 누적 밀도 함수 (cumulative density function : CDF)

1) 정형화된 사실, 일반적으로 널리 알려진 사실, stylized fact의 용어에 대해서는 이하 정형화된 사실로 사용한다. Cont (2001)의 연구에서 언급되어진 다른 통계적 속성은 다음과 같다. 1. 수익/손실 비대칭: 증가와 증가지수에서 큰 하락이 관찰된다. 그러나 상승과는 같지 않다. 2. 간헐성: 어떤 시간척도에서, 수익률은 변이성의 높은 수준을 나타낸다. 이것은 다양한 종류의 변동성 측정치의 시계열에서 불규칙적으로 신호의 존재에 의해서 측정된다. 3. 조건부 두꺼운 꼬리: (GARCH-종류 모델에서) 변동성 군집에 대해서 수익률이 조정 국면에 들어선 후에, 잔차 분포에는 아직 두꺼운 꼬리가 존재한다. 그러나 꼬리는 수익률의 비조건부 분포에서보다 덜 두껍다. 4. 레버리지 효과: 수익률의 비선형 의존성의 다른 척도로 사용되어지며, 자산의 변동성의 대부분 측정은 자산 수익률과 음의 관계이다. 5. 거래량/변동성 관계: 거래량이 변동성의 모든 측정방법과 관계한다. 6. 시간척도에서 비대칭성: 수익률 측정기간단위가 증가함에 따라서 변동성의 예측이 잘 된다.

를 다음과 같이 정의하였다.

$$\int Cx^{-\alpha} = \frac{c}{1-\alpha}x^{-(1+\alpha)} \quad (2)$$

여기에서 α 는 분포로부터 나온 멱급수 법칙으로 부터 나온 지수이다. c 는 상수이다.

2.2 집합적 정규성 (Aggregational Normality)

수익률 분포는 수익률 측정기간단위가 증가함으로써, 분포가 정규 분포의 성격과 같아진다는 성질은 중심극한정리로부터 잘 정의되어진다. 통계적으로 독립적이고 동일분포를 가지는 확률변수들 $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$ 과 상수 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 가 존재하면 확률변수 Y 가 정규 분포를 따른다.

$$\frac{Z_1, Z_2, \dots, Z_n}{a_n} + b_n \xrightarrow{d} Y, \text{ as } n \rightarrow \infty \quad (3)$$

여기에서 \xrightarrow{d} 는 분포수렴을 나타낸다. 즉, 독립적이고 동일분포를 가지는 확률변수들의 합에 대한 유일한 극한분포라 할 수 있다. 확률변수 Z_i 가 유한한 분산을 갖는다는 조건을 붙인다면 확률변수 Y 는 정규분포를 따르게 된다.

2.3. 자기상관관계

금융시장에서 수익률의 움직임이 자기상관관계를 가지지 못한다는 것은 정형화된 사실 중 하나이다. 시계열자료들이 무작위하게 움직인다는 것은 각 시점에서 일어나는 수익률이 그 이전의 변화와 독립적이라는 것을 의미한다. 이러한 두 기간의 수익률의 관계를 자기상관이라고 하며, 그 정도를 측정하는 척도로 자기상관함수²⁾를 사용하며

2) $C_\alpha(\tau) = \text{corr}(|s(t+\tau, \Delta t)|^\alpha, |s(t, \Delta t)|^\alpha)$ 과 같은 방법에서, 수익률의 다양한 급수 자기 상관함수에 대해서 연구가 가능하다. α 가 1인 수익률의 절대 값의 자기상관관계 함수이며, 시간(lag)의 함수로써 느리게 감소한다. Liu(1997)와 Cont(2001)의 연구 결과에서 자산 수익률의 (선형)자기상관관계는 미시구조효과가 작동하기 시작하는 매우 작은 일중 시간 척도($\tau \geq 15$)를 제외하고는 비유의적으로 나타난다. 지수 $\beta \in [0.2, 0.4]$ 을 가진 $C_\alpha(\tau) \sim \frac{A}{\tau^\beta}$ 의 멱급수 법칙을 가짐은 장기 의존성(long range dependence)의 신호로써 해석되어진다. α 의 다양한 값에 대해서 C_α 의 감소에 대한 연구를 하였다. 그의 결과를 살펴보면 주어진 시차(τ)에 대해서 이 상관관계는 $\alpha=1$ 에 대해서 가장 클 때, 변동성은

다음과 같이 정의한다.

$$C(\tau) = \frac{Cov(S_t - \bar{S}_t)(S_{t-\tau} - \bar{S}_{t-\tau})}{\sigma_t \sigma_{t-\tau}} \quad (4)$$

여기에서, τ 는 시차 (lag)를, \bar{S} 는 평균을 나타내며, Cov 는 공분산을 나타낸다.

2.4. 변동성 군집현상

변동성 군집현상은 값이 큰 (적은)의 변동성이 발생하면, 그 다음에도 값이 큰(적은)변동성이 서로 군집을 이루는 현상을 말한다. 즉, 지수와 주식의 변동성은 자기 상관 함수가 양이고 느리게 감소하며 ARCH효과이다. 금융시장의 변동성은 시간에 걸쳐서 변하는 것이 일반적으로 변동성이 커진다는 것은 정보의 흐름과도 관련이 있다. 지속성은 수익률의 절대 값으로 추정할 수 있으며, 수익률의 진폭에 대해서 예측 가능성의 정도를 나타낸다.

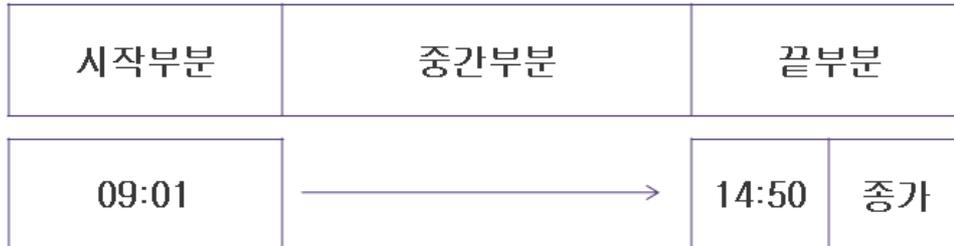
3. 실증설계

3.1 자료 및 분석기간

본 논문에 이용되는 자료는 2000년 5월 22일부터 2008년 4월 30일까지의 기간 동안의 총 검증일 1,939일(9년)을 KOSPI와 KOSPI200 선물에 동일한 검증기간을 설정한다. 자료는 한국증권선물거래소 (KRX)에서 제공된 자료이다. 연구대상 지수에 대해서 알아보면, KOSPI는 1980년 1월 4일을 100으로 하는 시가총액식 (상장주식수 가중)지수이다. KOSPI200 선물은 유가증권시장본부에 상장된 주권 200종목의 시가총액 기준으로 산출된 KOSPI200 지수를 기초로 하는 지수선물상품이다. KOSPI200 선물은 주가 지수를 거래대상으로 하고 있어 최종결제방법은 현금결제를 채택하고 있다. KOSPI200 선물은 매월 둘째 목요일이 결제일(공휴일인 경우 순차적으로 앞당김)이다. 평일 거래시간은 오전 9시 부터 오후 3시 15분까지이며 최종거래일에는 오전 9시부터 오후 2시 50분까지 거래가 이루어진다. KOSPI200 선물은 상정되어 있는 4개의 선물종목들 중 가장 만기가 가까운 근월물 선물계약을 대상으로 만들어진 연결 선물지수를

수익률의 다른 먹급수보다 예측가능성이 높다. τ 가 증가함으로써 $C_\alpha(\tau)$ 의 감소는 먹급수 법칙에 의해서 잘 나타내어진다.

<일중 시장지수 가격정보의 조정 거래시간>



사용하였다. 각 거래일별로 실제로 기록되어지는 거래시간이 다름에 따라서 야기 되는 문제점을 해결하기 위해서 동일한 기준³⁾을 정하고 설정된 기준으로부터 다음과 같은 조정 작업을 실시하였다. 자료의 주요 조정부분은 종가 부분만을 조정 작업을 거쳤다. 조정된 거래시간의 정의는 시가(9시 1분)와 종가(14시 50분)의 자료와 14시 50분 이후의 일중에서 가장 마지막 자료를 종가로 설정하였다.

3.2 수익률 측정기간단위의 설계

수익률 측정기간단위⁴⁾는 가격(또는 지수) 수익률로 전환할 때의 수익률 측정기간단위를 의미한다. 수익률 측정기간단위는 연구의 기본적인 과정에서 결정되는 중요한 시간 함수이다.

본 논문에 사용되는 로그 수익률은 다음과 같이 정의한다.

$$S_t = \ln(P_{t+\Delta t}) - \ln(P_t) \tag{5}$$

여기에서, P_t : 지수 또는 가격
 Δt : 수익률 측정기간단위
 S_t : 수익률

본 연구에서는 수집 가능한 1분 자료를 사용하여 원자료의 형태에서 결정되는 일별, 주별, 월별 등의 수익률 측정기간단위이외의 결과에 대해서도 살펴볼 수 있는 수익률

3) 엄철준, 이윤구 (2004)의 연구의 조정기준을 참고하여서 일중 조정시간을 선택하였다. 본 연구에서 분포 중심부분 속성의 관찰을 위하여 조정기준을 수정하여 설정하였다. 전처리 과정에서 14시 50분 이후는 접속매매로 인하여 가격의 변화가 없는 관측치를 제거하기 위해서 15시가 아닌 14시 50분으로 조정하였다.

4) 수익률 측정기간단위에 대해서는 time scale, time scale of return, time interval of return등과 같이 여러 가지 용어로 사용되어지고 있다. 본 논문에서는 다음과 같이 사용한다. 국문으로 수익률 측정기간단위로, 영문으로는 time scale을, 기호로는 Δt 로 사용한다.

측정기간단위의 결정 방법을 사용한다.

유형 1. $\Delta t = 1, 3, 10, 32, 100, 316, 1000$

유형 2. $\Delta t = 1:1:10000$

사용된 수익률 측정기간단위를 살펴보면, 유형 1은 수익률 측정기간단위를 Δt 로 정의를 하고 1분부터 1000분까지 범위에서 로그리듬하게 동일한 범위간격을 가지게 수익률 측정기간단위를 설정한다. 다시 말해서 10에 대한 가수를 0에서 부터 일정하게 0.5씩 증가하여 3까지 증가 시켜 $\Delta 10^0=1$ 분, $\Delta 10^{0.5}=3$ 분, $\Delta 10^1=10$ 분, $\Delta 10^{1.5}=32$ 분, $\Delta 10^2=100$ 분, $\Delta 10^{2.5}=316$ 분, $\Delta 10^3=1000$ 분과 같이 7가지의 수익률 측정기간단위⁵⁾를 생성한다. 이 방법은 거래를 연구자의 주관적 결정부분을 최소화 할 수 있으며, 거래를 하기 위한 최소의 단위로 생각되어지는 1분 단위와 일중 범위를 벗어나는 1,000분(약 3일)까지의 다양한 수익률 측정기간단위를 포함하여 통계적 변화를 관찰할 수 있다. 각 자료의 수는 $\Delta t=1$ 분일 때, 680,589에서 최대 관측치를 가지게 되고 $\Delta t=1,000$ 분일 때, 최소인 680개까지 감소한다.

4. 실증결과

본 장에서는 동일한 검증기간(2000.05.22~2008.04.30)에 대한 KOSPI와 KOSPI 200 선물 수익률에 대하여 수익률 측정기간단위 변화에 따른 통계적 속성의 영향정도를 실증적으로 검증한 결과를 제시한다. 본 논문은 새로운 모델을 제시하기 보다는 수익률 측정기간단위가 변화함에 따라서 통계적 속성의 변화를 실증적으로 관찰하는 데 주목하였다. 실증결과의 구성은, 첫째, 수익률 측정기간단위의 변화에 따른 수익률의 분포 변화를 분포의 중심부분과 꼬리부분으로 나누어 관찰한 결과를 제시한다. 둘째, 수익률 측정기간단위의 증가에 따른 자기상관관계의 변화를 관찰한다. 셋째, 수익률 측정기간단위에 따른 변동성의 조건부확률의 변화를 관찰한 검증결과를 제시한다.

5) $S_t = \ln(P_{t+\Delta t}) - \ln(P_t)$ 로 전환할 때 반영되는 수익률 측정기간단위를 의미하며, $\Delta t=1, 3, 10, 32, 100, 316, 1000$ 로 증가시켜서 만든 수익률 자료는 1분에 대해서 680,589개 ,3분에 대해서 136,117개 ,10분에 대해서 68,058개, 32분에 대해서 22,686개, 100분에 대해서 11,343개, 316분에 대해서 1,890개, 1000분에 대해서 680개의 수익률 자료가 생성되게 된다.

4.1 수익률 측정기간단위별 확률분포

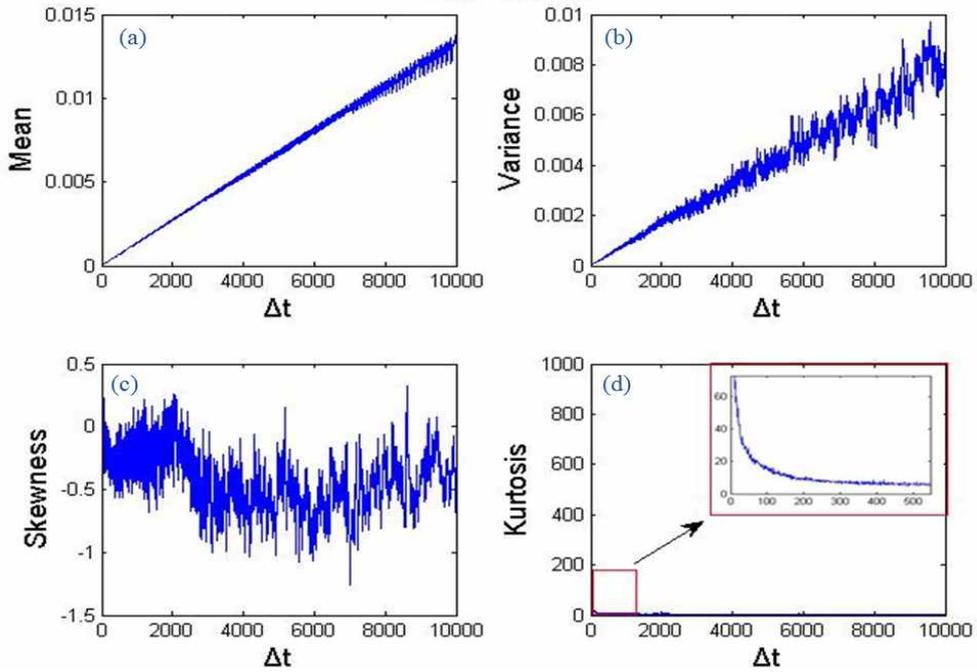
분포에 대한 결과에 앞서 수익률 측정기간단위의 변화에 따른 기술통계량을 살펴본 후, 분포의 중심부분과 꼬리부분으로 검증결과를 제시한다.<그림1>은 KOSPI에 대한 결과를, <그림2>는 KOSPI200 선물에 대한 결과를 나타낸다. 동일한 검증기간에 대해서 1분부터 10,000분(약 1달)으로 수익률 측정기간단위를 증가시켜 살펴본 기술통계량의 변화를 나타낸다. X축은 수익률 측정기간단위를 나타내며, Y축은 (a) 평균, (b) 분산, (c) 왜도, (d) 첨도를 나타낸다. 또한, (d) 첨도에 대해서는 1분부터 600분의 수익률 측정기간단위의 결과를 확대하여 제시하였다. <표1>은 KOSPI에 대한 결과를, <표2>는 KOSPI200 선물에 대한 결과를 나타낸다. 표는 수익률 측정기간단위 유형 1에 해당하는 기술 통계량에 대해서 결과를 정리한 것이다.

<그림1>은 수익률 측정기간단위의 변화에 따른 KOSPI의 기술통계량의 변화에 대한 결과부터 간략히 살펴보자. 검증결과에서 수익률 측정기간단위가 증가시킴에 따라서 평균 측정치는 상승 추이를 가지고 있다는 것을 관찰할 수 있다. <표1>에서 평균 측정치는 0.000001($\Delta t=1$)에서 0.001362($\Delta=1,000$)로 증가하는 것을 알 수 있다. 둘째, 분산 측정치는 수익률 측정기간단위에 따라 증가하는 형태를 가진다. 셋째, 왜도 측정치는 수익률 측정기간단위의 변화에 일관적인 추세를 가지지 못하였다. 넷째, 첨도는 수익률 측정기간단위의 증가에 따라서 지수적인 감소를 가져오는 것을 우측 상단에 확대되어진 것을 확인할 수 있다. KOSPI200 선물에 대한 수익률 측정기간단위의 변화에 따른 결과를 <그림2>와 <표2>에서 살펴보면, 수익률 측정기간단위가 증가시킴에 따라서 평균측정치와 분산측정치는 수익률측정기간단위가 증가에 따라서 증가하는 추이를 가지며, 첨도측정치는 지수적 감소가 관찰되었다.⁶⁾ 왜도측정치는 일관적인 추이를 가지지 않는 것이 관찰되었다.

수익률 측정기간 단위를 변화시킴에 따라서 KOSPI와 KOSPI200 선물의 기술통계량을 살펴본 결과, 평균측정치와 분산측정치는 측정기간단위가 증가할수록 측정치가 증가하는 추이를 가지며, 첨도측정치는 수익률 측정기간단위가 증가함에 따라서 지수적 감소가 관찰하였다. 왜도측정치는 일정한 추이가 관찰되지 않는다. 단지, 수익률 측정기간단위가 증가할수록 음의 값을 가지는 것이 관찰된다. 이상의 검증결과를 통하여 수익률 측정기간단위의 변화에 따라서 평균, 분산과 첨도와 같은 통계적 속성이 시간 함수에 종속적 구조를 가짐이 관찰되어졌다.

6) Cont (1997)의 검증결과와 같은 패턴을 보인다. 그는 5분 단위로 수익률 측정기간단위를 증가시켜 첨도의 변화를 관찰한 결과 S&P500 지수에서도 지수적인 감소한다는 것을 관찰하였다.

<그림 1> 수익률 측정기간단위별 KOSPI 기술통계량 변화



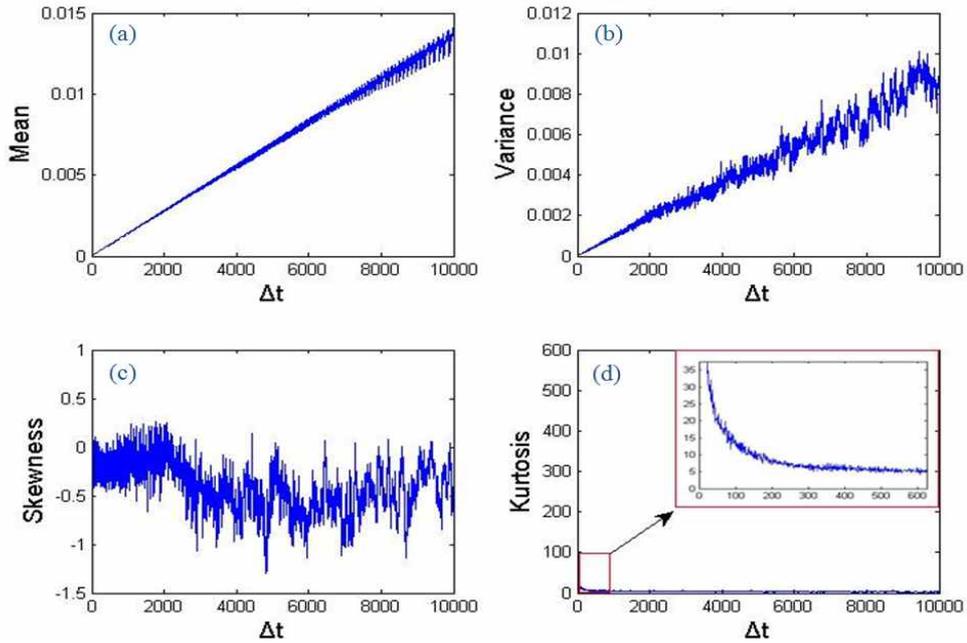
주 : KOSPI에 대해서 동일한 검증기간에 대해서 X축은 수익률 측정기간단위 1분부터 10,000분까지의 변화를, Y축은 각각의 수익률 측정기간에 해당하는 (a) 평균, (b) 분산, (c) 왜도, (d)첨도의 추정치를 나타낸다.

<표 1> 수익률 측정기간단위별 KOSPI 기술통계량

	관측수	평균	분산	왜도	첨도
1분	680,589	0.0000	0.0000	-0.3790	831.6603
3분	136,117	0.0000	0.0000	-0.0771	224.6514
10분	68,058	0.0000	0.0000	-0.0187	79.2771
32분	22,686	0.0000	0.0000	0.0427	33.6892
100분	11,343	0.0001	0.0001	0.0370	15.7374
316분	1,890	0.0004	0.0003	-0.2854	7.3963
1000분	680	0.0014	0.0009	-0.2581	4.8539

주 : KOSPI의 수익률 측정기간단위 $\Delta t=1,3,10,32,100,316,1000$ 에 대한 기술통계량에 대한 추정치를 나타낸다. 1열: 수익률 측정기간단위, 2열: 수익률 측정기간단위에 따른 수익률의 관측수, 3열: 평균, 4열: 분산, 5열: 왜도, 6열: 첨도(정규분포는 3)를 나타내며, 각 추정치에 대해서는 소수점 4자리까지 나타낸다.

<그림 2> 수익률 측정기간단위별 KOSPI200 선물 기술통계량 변화



주 : KOSPI200 선물에 대해서 동일한 검증기간에 대해서 X축은 수익률 측정기간단위 1분부터 10,000분까지의 변화를, Y축은 각각의 수익률 측정기간에 해당하는 (a) 평균, (b) 분산, (c) 왜도, (d)첨도의 추정치를 나타낸다.

<표 2> 수익률 측정기간단위별 KOSPI200 선물 기술통계량

	관측수	평균	분산	왜도	첨도
1분	680,589	0.0000	0.0000	0.4262	535.1093
3분	226,863	0.0000	0.0000	0.1886	214.0332
10분	68,058	0.0000	0.0000	-0.0176	66.1698
32분	21,268	0.0000	0.0000	-0.0240	30.9432
100분	6,805	0.0001	0.0001	-0.0642	14.1591
316분	2,153	0.0004	0.0003	-0.1736	7.0720
1000분	680	0.0014	0.0010	-0.1396	4.5712

주 : KOSPI200 선물의 수익률 측정기간단위 $\Delta t=1,3,10,32,100,316,1000$ 에 대한 기술통계량에 대한 추정치를 나타낸다. 1열: 수익률 측정기간단위, 2열: 수익률 측정기간단위에 따른 수익률의 관측수, 3열: 평균, 4열: 분산, 5열: 왜도, 6열: 첨도(정규분포는 3)를 나타내며, 각 추정치에 대해서는 소수점 4자리까지 나타낸다.

4.1.1 수익률 분포 중심 부분의 비교

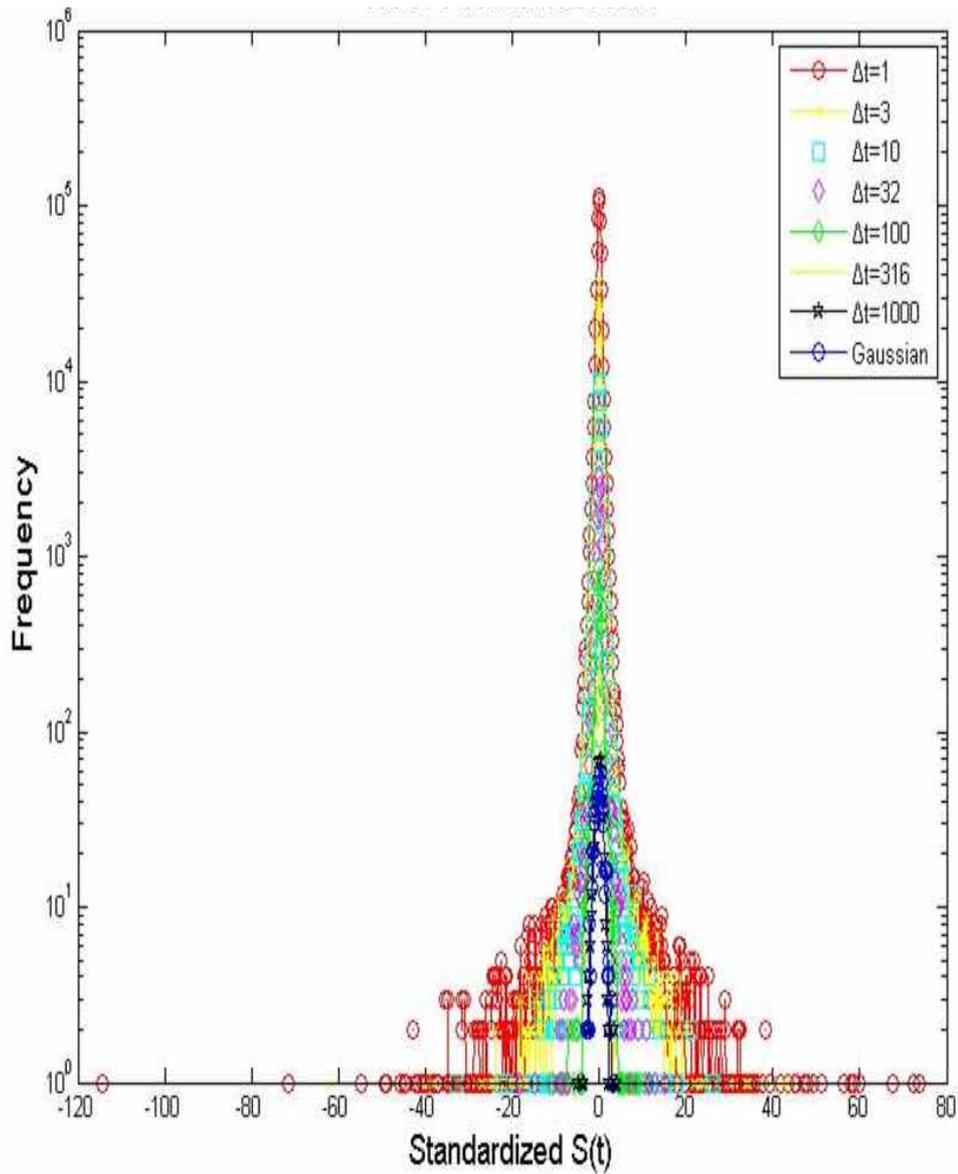
앞 절에서 살펴본 시간 종속적 구조를 분포의 중심부분에 관하여 두 가지 접근방법을 사용하였다. 검증결과는 KOSPI 지수의 빈도분포에 대해서 <그림3>에서 제시하며, KOSPI200 선물의 빈도분포에 대해서는 <그림4>에서 검증결과를 제시하였다. 그림에서 제시한 결과는 검증기간 동일한 검증기간을 사용하여 수익률 측정기간단위 유형1에 대해서 생성된 수익률 자료 7가지를 사용한다. <표1>과 <표2>의 2열을 참고하면, 수익률 측정기간단위에 따라서 사용되는 관측수는 최소 수익률 측정기간단위인 1분의 680,589개에서 최대 수익률 측정기간단위인 1,000분의 680개를 사용하여서 빈도분포를 도시화한다. 그림에서 횡축은 표준화된 수익률을, 종축은 수익률의 빈도를 나타낸다. 수익률 측정기간단위별 빈도분포에 대해서 설명을 추가해보면, 비교를 위한 정규 분포(파란색)는 분포들 중 가장 안쪽에 위치하며, 최소 수익률기간측정단위인 1분에 대한 빈도분포(빨간색)는 8가지의 분포 중 가장 외각부분에 위치하고 있으며, 최대 수익률 측정기간단위인 1,000분에 대한 분포는 중앙부분의 검은색에 해당하는 분포이다.

수익률 측정기간단위에 따른 KOSPI 수익률 분포의 중심부분 실증결과를 <그림3>에서 살펴보면, 수익률의 분포는 첫째, 분포의 모양은 대칭적이며, 둘째, 수익률 분포 꼬리부분에 대해서 왼쪽꼬리가 오른쪽꼬리보다 길다는 것을 알 수 있다. 셋째, 수익률 측정기간단위가 1분에서 1,000분으로 증가할수록 분포의 중심은 감소하는 추이를 보인다는 것을 알 수 있다. 즉, 분포의 중심부분에 있어서 고빈도(1분)에서 저 빈도(1,000분)로 증가할수록 분포의 중심부분이 점근적 감소하며 정규 분포에 가까워짐이 관찰되어진다. <그림4>에서 KOSPI200 선물의 분포적 속성을 살펴보면, 분포의 형태는 KOSPI와 같이 대칭적이며, 수익률 측정기간단위가 증가할수록 정규분포와 분포적 형태가 유사해지는 것이 관찰되어진다. 즉, 수익률분포의 형태는 시간함수임을 알 수 있다.

수익률 측정기간단위에 따른 분포의 중심부분의 변화를 세밀하게 관찰하기 위해서 Mantegna와 Stanley (1994)에 의해서 제안된 방법⁷⁾을 사용한다. 각각의 수익률 측정기간단위에 0에 해당하는 확률의 점은 분포의 중심부분을 의미하는 대용치(proxy)로 사용하여, 이들의 수익률 측정기간단위에 따른 변화는 분포의 속성 변화를 관찰하는

7) Mantegna (1994)는 TLF(Truncated Levy flight)을 소개하면서 정규영역과 TLF의 영역의 교차(crossover)함을 보이기 위해서 제안한 방법이며 분포의 변화를 수익률 측정기간단위에 따른 새롭게 제안되어진 방법이다. 수익률이 0이 되는 지점을 선택은 시계열 자료의 집합에 크기가 수익률 측정기간단위가 증가할수록 자료의 관측수가 적어지게 됨에 따라서 잡음(noise)을 최소화하는 지점으로 제안되어졌다.

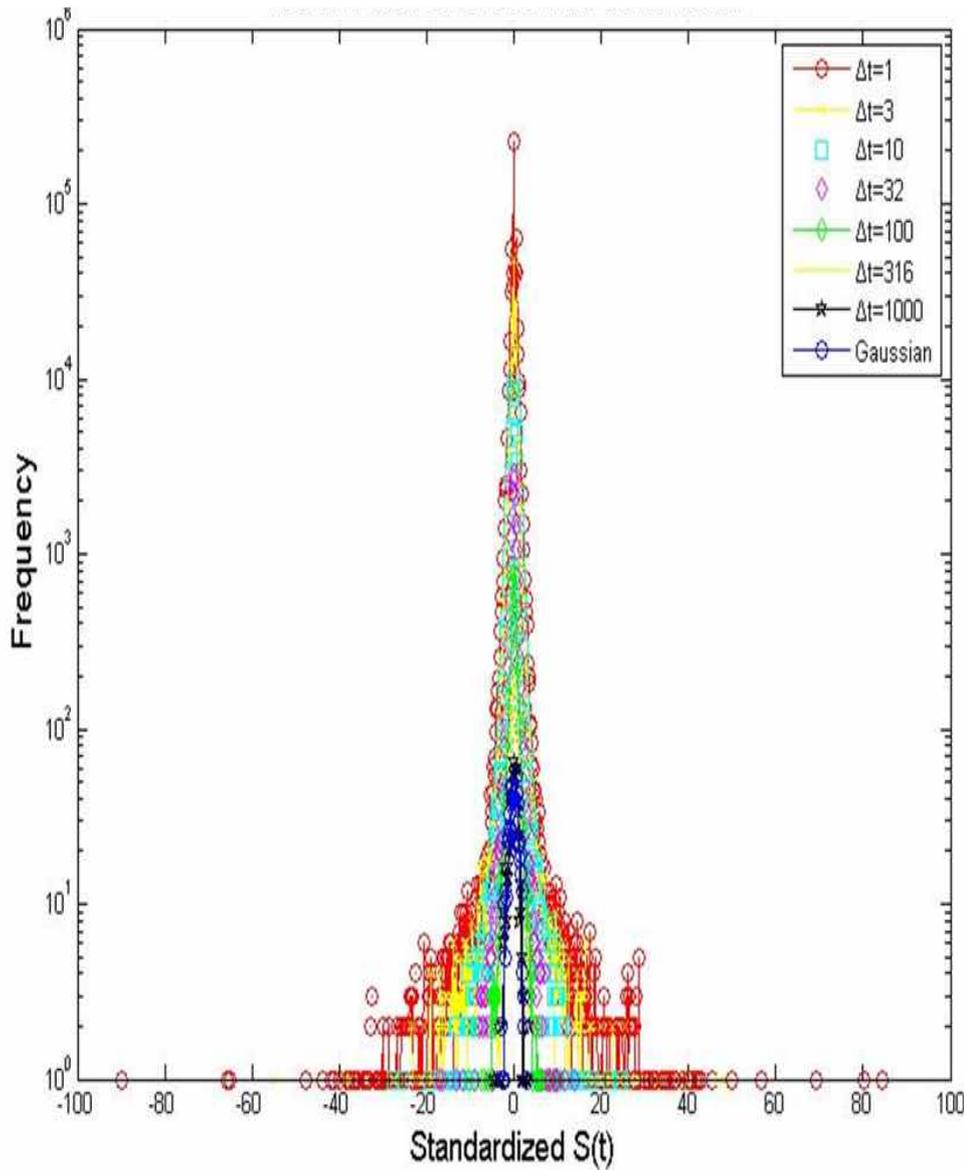
<그림 3> 수익률 측정기간단위별 KOSPI 분포의 변화



<그림 3>은 KOSPI에 대해서 수익률 측정기간단위 $\Delta t=1,3,10,32,100,316,1000$ 의 수익률자료를 사용하여 나타낸다. X축은 표준화된 수익률을, Y축은 \log_{10} 을 취한 빈도를 나타낸다. 동일한 검증기간에 대한 각 수익률 측정기간단위는 그림에서 도시되어지는 것은 다음과 같다.

- | | | |
|-------------------|---------------------|---------------|
| 1분: 빨간색(실선+ 동그라미) | 3분: 노란색(실선+ 별) | 10분: 하늘색(사각형) |
| 32분: 자주색(다이아몬드) | 100분: 녹색(실선+ 다이아몬드) | 316분: 노란색(실선) |
| 1000분: 검은색(실선+ 별) | 정규: 파랑색(실선+ 다이아몬드) | |

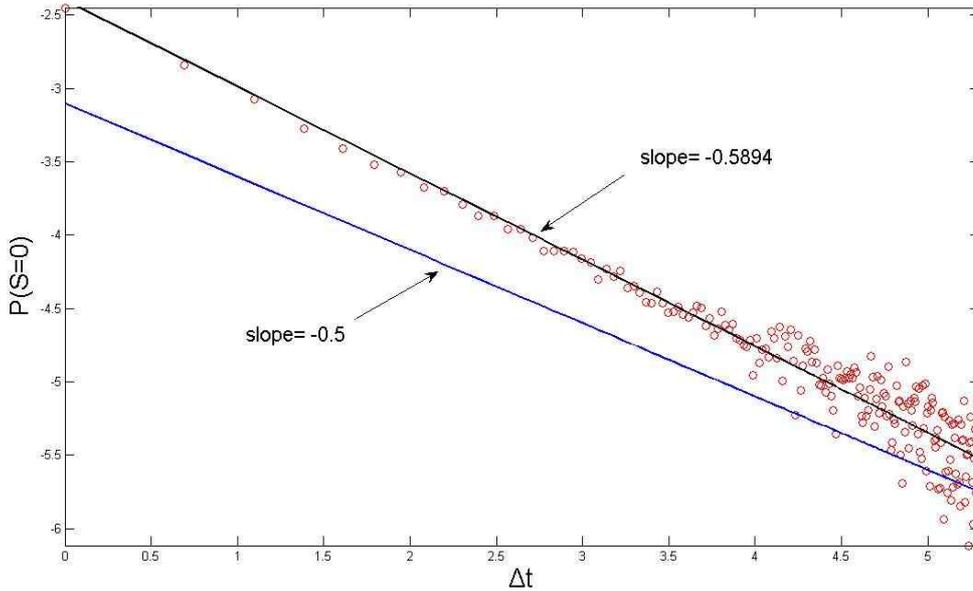
<그림 4> 수익률 측정기간단위별 KOSPI200 선물 분포의 변화



<그림 4>는 KOSPI200 선물에 수익률 측정기간단위 $\Delta t=1,3,10,32,100,316,1000$ 의 수익률자료를 사용하여 나타낸다. X축은 표준화된 수익률을, Y축은 \log_{10} 을 취한 빈도를 나타낸다. 동일한 검증기간에 대한 각 수익률 측정기간단위는 그림에서 도시되어지는 것은 다음과 같다.

1분: 빨간색(실선+ 동그라미)	3분: 노란색(실선+ 별)	10분: 하늘색(사각형)
32분: 자주색(다이아몬드)	100분: 녹색(실선+ 다이아몬드)	316분: 노란색(실선)
1000분: 검은색(실선+ 별)	정규: 파랑색(실선+ 다이아몬드)	

<그림 5> 수익률분포의 중심부분 $P(S=0)$ 의 변화와 정규분포와의 비교



주: 수익률분포의 중심변화를 제시한다. X축은 수익률측정기간단위를, Y축은 수익률측정기간단위별 수익률 0이 되는 지점의 확률($P(S=0)$)을 나타낸다.

방법이다. KOSPI에 대해서 수익률 측정기간단위를 1분부터 200분까지 증가시켜 수익률 분포의 중심부분 변화에 대한 검증결과를 <그림5>에 제시한다. X축은 수익률 측정기간단위이며, Y축은 각 수익률 측정기간단위에 해당하는 분포의 수익률이 0이 되는 지점의 확률을 의미하며, 붉은 원은 각 수익률 측정기간단위에 해당하는 분포의 수익률이 0이 되는 지점의 확률을 나타낸다. 즉, 1분의 수익률 측정기간단위 (X축의 값은 1)에서는 0이 되는 지점의 확률은 15.6%(X축 1에 해당하는 Y축의 값 15.6)이다. 검은색 직선은 KOSPI 수익률의 분포의 중심에 대한 회귀분석에서 추정된 계수(0.5894)를 사용하여 수익률분포의 변화를 나타내었다. 분포의 변화를 비교하기 위해서 정규분포의 중심의 변화를 0.5의 계수 값을 이용하여서 도시화하였다. <그림5> 분포의 중심부분의 변화에 대한 검증결과를 살펴보면, <그림3>에서 관찰되어졌던, 분포의 중심부분의 변화가 형태는 log-log 평면상에서 직선의 형태를 가진다. KOSPI 수익률 분포의 0이 되는 지점들에서 회귀분석에 의해서 추정된 회귀계수의 값은 0.5894($Slope \neq 0.5$)⁸⁾을 가지며, 수익률 분포 중심부분의 변화는 정규 분포의 중심의 변화는 동일하지

8) 이와 관련된 연구의 결과를 살펴보면, Mantegna (1995)이 미국 S&P 500지수에서 대해서 추정한 결과 -0.712, Wang (2001)의 연구에서는 홍콩의恒生지수에 대한 추정결과는 -0.618, Yang (2007)에

않은 것이 관찰되어진다. KOSPI200 선물의 검증결과 역시, 분포 중심부분의 변화는 0.5698 (Slope \neq 0.5)로 추정되어졌다. 즉, 수익률 분포와 정규분포가 상이한 분포라는 것을 알 수 있다. 또, 한 가지 중요한 사실은 <그림5>에서와 같이 두 분포의 변화를 나타내는 직선이 평행하지 않다는 것이다. 이것은 수익률 측정에 따른 수익률 분포의 중심부분의 변화(검은색)가 정규의 변화(파란색)에 수익률 측정기간단위가 증가함에 따라서 두 분포가 교차되는 지점을 가진다는 것을 의미한다.

수익률 분포의 중심부분에 대해 <그림3>부터 <그림5>까지의 검증결과를 요약해보면, KOSPI와 KOSPI200 선물의 분포 속성은 첫째, 수익률 측정기간단위를 증가시킴에 따라서 수익률 분포의 중심부분이 정규분포와 동일해져 가는 것을 관찰하였다. 즉, 시간의 함수로서 분포의 중심부분이 독립적이지 못하며 시간 종속적인 구조를 가진다는 것을 나타내준다. 둘째, 새롭게 제안되어진 방법에 의한 결과 KOSPI 수익률 분포 중심부분의 변화(slope=-0.5870)가 정규분포에서 기대되어지는 변화(slope=-0.5)와 같지 않았다. 즉, 수익률분포와 정규분포와는 상이한 분포적 속성을 가진다. 셋째, 수익률분포와 정규의 분포의 중심의 변화가 평행하지 않다는 것이다. 즉, 수익률 측정기간단위가 증가시키면 수익률의 분포가 정규 분포와 분포적 속성이 일치하는 교차지점(crossover)을 가진다는 것을 의미한다.

4.1.2 수익률 분포 꼬리 부분의 비교

본 절에서는 수익률 측정기간단위의 변화에 따른 분포의 꼬리부분의 어떠한 변화가 관찰되는지를 검증한 결과이다. 분포의 변화는 분포의 중심부분보다 꼬리부분에서 더욱 확연하게 들어난다.

<그림6>부터 <그림7>은 누적확률분포를 제시하며, 수익률 측정기간단위 유형1의 7가지 수익률 측정기간단위를 이용하여 동일한 검증기간에 대해서 실증한 결과이다. <그림6>은 KOSPI 지수에 대한 누적확률분포이며, 상단은 왼쪽꼬리를, 하단에 분포의 오른쪽 꼬리를 제시하였다. <그림7>는 동일한 방법에 의한 KOSPI200 선물 꼬리의 누적확률분포를 상단에 왼쪽꼬리를, 하단에 오른쪽꼬리의 결과를 제시한다. 분포적 속성의 비교를 위하여 $\Delta t=1$ 에 대해서 추정된 모수를 사용하여 가장 안쪽에 위치한 꼬리분포는 정규 분포(파랑색)를 나타내며, 가장 바깥쪽에 위치한 분포는 안정 파레시안 분포⁹⁾(하늘색)를 나타낸다. 수익률 측정기간단위 유형 1에 의해서 도시화된 꼬리의 분포

의해서 중국 상황이 지수에서 대한 검증결과 -0.654의 분포의 중심부분에 대한 검증결과가 있다.

9) 안정 파레시안 분포는 $\alpha \leq 2$ 일 때만, 유한인 분산을 가지고 $2 < \alpha$ 를 가지게 된다. 안정 파레시안 분포의

는 안정 파레시안 분포(하늘색)에 가까운 분포(빨간색)가 1분 수익률 측정기간단위를 나타내며 정규 분포(파랑색)에 가까운 분포(검은색)인 1,000분의 수익률분포에 대한 꼬리분포를 도시화한 결과이다. KOSPI의 수익률 분포에 대한 결과에 대해, <표3>에서 왼쪽꼬리의 분포를, <표4>에서 오른쪽꼬리의 분포에 관한 추정된 기울기를 중심으로 부터의 1표준편차(σ)에서 10표준편차(σ)까지 증가시키면서 꼬리 지수를 추정한 결과를 제시하였다. KOSPI와 동일한 방법으로 <표5>에서 왼쪽꼬리, <표6>에서는 오른쪽꼬리, <표6>에서는 오른쪽꼬리에 대한 추정된 꼬리의 지수를 제시하였다.

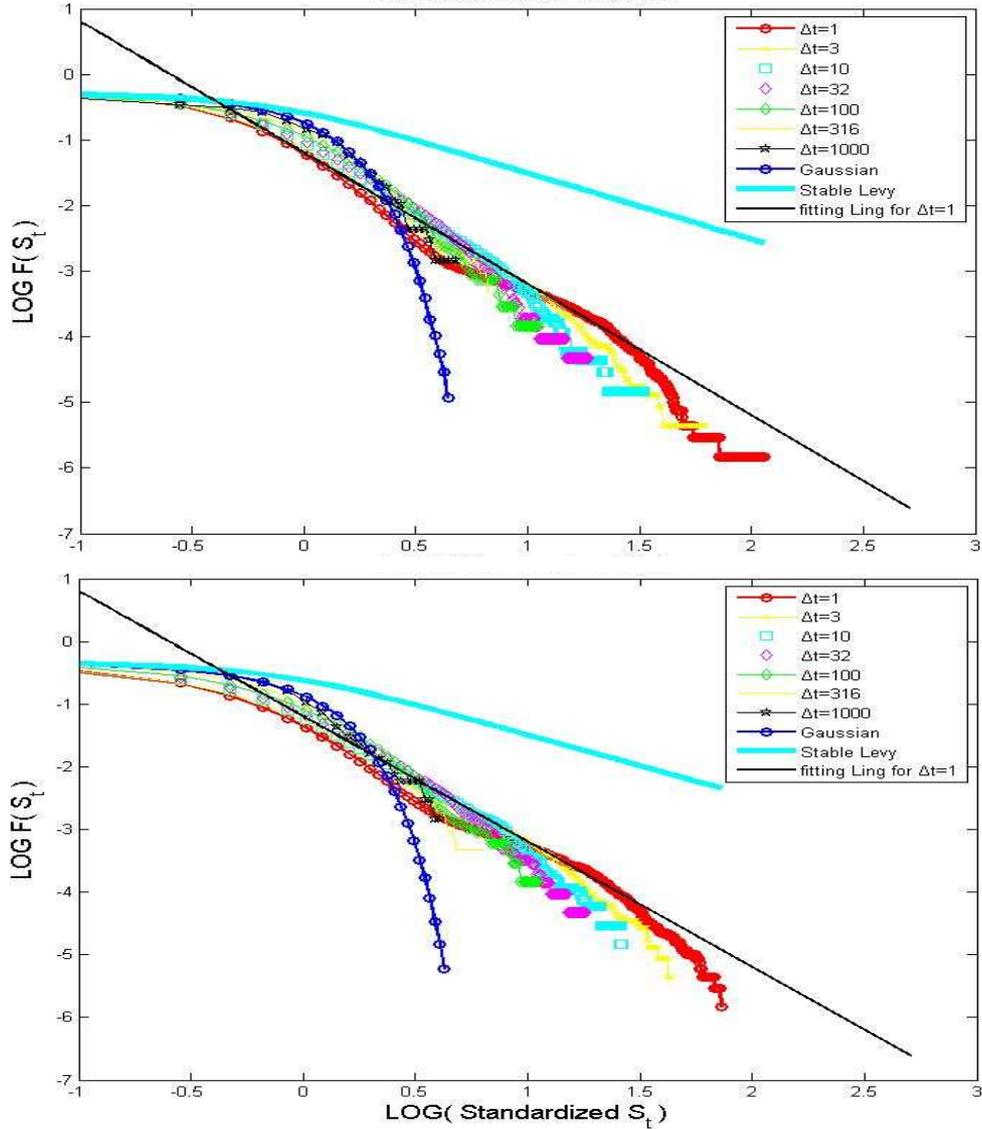
<그림6>의 KOSPI의 왼쪽꼬리에 대한 결과¹⁰⁾부터 살펴보면, 첫째, 수익률의 분포 꼬리는 모든 수익률측정기간단위에서 안정파레시안분포와 정규 분포 사이에 위치하며, 일치하는 분포가 없다는 것을 확인할 수 있다. 둘째, 수익률의 분포의 꼬리는 1,000분 수익률 측정기간단위의 중심에서의 꼬리부분으로의 감소는 1분 수익률 측정기간단위에서 관찰되어지는 변화보다 빠른 감소를 가진다. 수익률 측정기간단위가 1분인 경우 안정파레시안분포(하늘색)와 가깝고 수익률 측정기간단위가 1,000분으로 증가할수록 정규분포(파랑색)에 가까운 속성을 가지게 된다는 것을 의미한다. 오른쪽 꼬리에서도 같은 결과가 관찰되어진다. 셋째, 수익률 측정기간단위가 변화함에 따라서 분포의 꼬리 부분은 우측의 $\Delta t=1$ 인 누적수익률분포(빨간색)에서부터 좌측 $\Delta t=1,000$ 누적수익률분포(검은색)로 이동해 가는 것이 관찰된다. 즉, 분포의 꼬리부분이 수익률 측정기간단위의 변화와 꼬리분포가 독립적이지 않고 종속적인 구조를 가지는 것을 알 수 있다. <그림7>의 KOSPI200 Futures의 분포의 꼬리에 대한 결과도 KOSPI에서 관찰되어진 것과 같음을 알 수 있다.

이상의 수익률 분포적 속성을 살펴본 결과, 수익률의 분포적 속성이 수익률 측정기간 단위별로 중심부에서는 수익률 측정기간단위가 증가함에 따라서 감소함이 관찰된다. 이러한 변화는 분포의 꼬리부분에서 더욱 확연하게 나타난다. 수익률 측정기간단위가 증가할수록 분포의 꼬리의 지수는 증가한다. 다시 말해, 정규분포에 비해서 두터운 꼬리가 얇아지는 것을 관찰할 수 있었다. 즉, 분포적 속성은 시간함수에 독립적이지 않으며, 시간 종속적 구조를 가지고 있다.

무한분산에 대한 연구는 본 연구의 범위를 벗어나는 것임으로 정규분포와 같이 수익률 분포의 분포적 비교를 위한 것으로 사용함을 밝힌다. McCulloch (1986)의 분위수 방법을 참고하여 모수를 추정하며, 안정 파레시안 분포 생성은 McCulloch (1996)의 방법을 사용하였다.

10) 꼬리의 지수에 대해서는 Dominique (1997), Laherrère (1998), Lo (1998), Mattedi (2004), Newman (2005), Muzy (2006), Clauset (2007)의 연구를 참고하여서 꼬리의 지수를 구하였다. 대부분의 연구에서는 꼬리의 지수에 대해서 회귀분석 방법과 Hill 추정치를 사용한다.

<그림 6> KOSPI 꼬리의 분포



주: KOSPI의 $|S| > \bar{s}$ 에 대한 누적확률 분포를 나타내는 것이다. 상단은 KOSPI의 평균의 왼쪽에 해당하는 분포의 꼬리를, 하단은 KOSPI의 오른쪽꼬리를 나타내는 것이다. X축은 표준화된 수익률을, Y축은 누적확률을 나타낸다. 사용된 수익률 측정기간단위는 7가지와 비교를 위해서 사용되어지는 정규 분포와 안정 파레시안 분포에 대해 각 수익률 측정기간단위가 그림에서 나타내어지는 수익률의 분포들은 다음과 같다.

- | | | |
|-------------------|----------------------|---------------|
| 1분: 빨간색(실선+ 동그라미) | 3분: 노란색(실선+ 별) | 10분: 하늘색(사각형) |
| 32분: 자주색(다이아몬드) | 100분: 녹색(실선+ 다이아몬드) | 316분: 노란색(실선) |
| 1000분: 검은색(실선+ 별) | 정규분포: 파랑색(실선+ 다이아몬드) | Levy: 하늘색(실선) |

<표 3> KOSPI 왼쪽꼬리의 지수

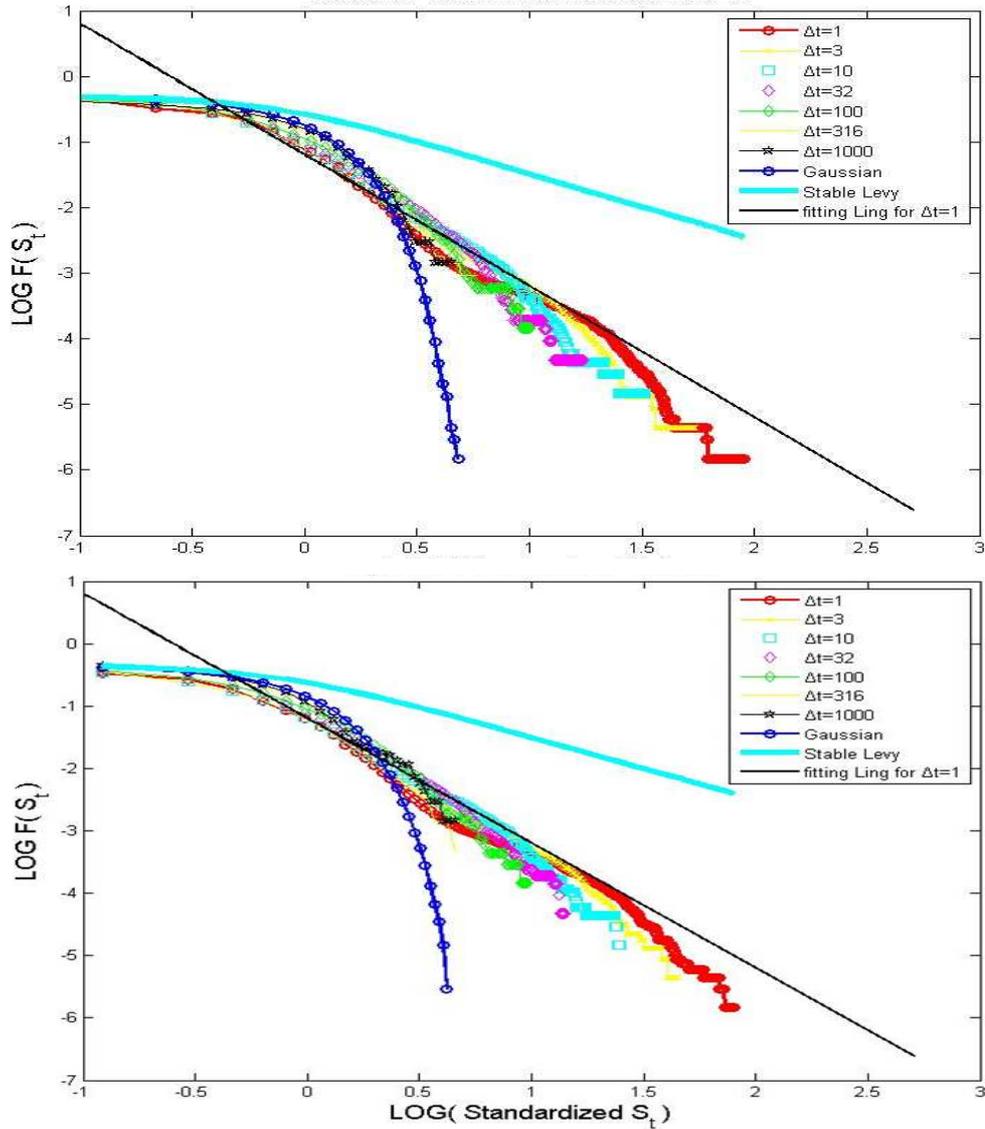
	1분	3분	10분	32분	100분	316분	1000분
1 σ ~2 σ	-3.12	-3.81	-3.57	-3.64	-3.79	-4.12	-4.44
1 σ ~3 σ	-3.12	-3.90	-3.59	-3.63	-3.79	-4.07	-4.62
1 σ ~4 σ	-3.15	-4.01	-3.59	-3.57	-3.66	-3.60	-4.17
1 σ ~5 σ	-3.22	-4.13	-3.56	-3.44	-3.47	-3.76	
1 σ ~6 σ	-3.32	-4.25	-3.51	-3.27	-3.24	-1.24	
1 σ ~7 σ	-3.41	-4.34	-3.44	-3.06	-3.07	-3.34	
1 σ ~8 σ	-3.51	-4.43	-3.34	-2.79	-2.71		
1 σ ~9 σ	-3.60	-4.50	-3.23	-2.56	-2.06		
1 σ ~10 σ	-3.72	-4.57	-3.11	-2.40			
1 σ ~11 σ	-3.81	-4.62	-2.99	-2.23			

<표 4> KOSPI 오른쪽꼬리의 지수

	1분	3분	10분	32분	100분	316분	1000분
1 σ ~2 σ	-3.04	-3.49	-3.71	-4.00	-3.85	-4.61	-3.69
1 σ ~3 σ	-3.06	-3.56	-3.84	-4.25	-3.90	-5.19	-3.83
1 σ ~4 σ	-3.11	-3.65	-3.97	-4.46	-3.68		
1 σ ~5 σ	-3.18	-3.77	-4.08	-4.65	-3.08		
1 σ ~6 σ	-3.26	-3.87	-4.18	-4.75	-3.52		
1 σ ~7 σ	-3.34	-3.96	-4.25	-4.91	-4.44		
1 σ ~8 σ	-3.42	-4.04	-4.27	-5.10			
1 σ ~9 σ	-3.50	-4.12	-4.24	-5.54			
1 σ ~10 σ	-3.58	-4.19	-4.16				
1 σ ~11 σ	-3.65	-4.23	-4.09				

주: 표에 나타난 수치는 표준편차에 의해서 나누어진 11가지 범위에 대한 회귀분석에 의해서 구해진 꼬리의 지수를 나타낸다. 1열은 해당 꼬리에 대한 범위, 2열부터 8열까지는 수익률 측정기간단위를 나타낸다.

<그림 7> KOSPI200 선물 꼬리의 분포



주: KOSPI 200선물의 $|S| > \bar{s}$ 에 대한 누적확률 분포를 나타내는 것이다. 상단은 KOSPI200 선물의 평균의 왼쪽에 해당하는 분포의 꼬리를, 하단은 KOSPI200 선물의 오른쪽꼬리를 나타내는 것이다. X축은 표준화된 수익률을, Y축은 누적확률을 나타낸다. 사용된 수익률 측정기간단위는 7가지와 비교를 위해서 사용되어지는 정규 분포와 안정 파레시안 분포에 대해 각 수익률 측정기간단위가 그림에서 나타내어지는 수익률의 분포들은 다음과 같다.

- | | | |
|-------------------|----------------------|---------------|
| 1분: 빨간색(실선+ 동그라미) | 3분: 노란색(실선+ 별) | 10분: 하늘색(사각형) |
| 32분: 자주색(다이아몬드) | 100분: 녹색(실선+ 다이아몬드) | 316분: 노란색(실선) |
| 1000분: 검은색(실선+ 별) | 정규분포: 파랑색(실선+ 다이아몬드) | Levy: 하늘색(실선) |

<표 5> KOSPI200 선물 왼쪽꼬리의 지수

	1분	3분	10분	32분	100분	316분	1000분
1 σ ~2 σ	-3.44	-3.83	-3.82	-4.13	-4.09	-4.38	-4.68
1 σ ~3 σ	-3.47	-3.92	-3.92	-4.34	-4.29	-4.68	-5.07
1 σ ~4 σ	-3.52	-4.01	-4.01	-4.47	-4.22	-4.08	-3.68
1 σ ~5 σ	-3.62	-4.11	-4.07	-4.51	-3.99	-3.22	
1 σ ~6 σ	-3.73	-4.21	-4.10	-4.46	-3.68	-2.54	
1 σ ~7 σ	-3.85	-4.30	-4.10	-4.26	-4.52		
1 σ ~8 σ	-3.96	-4.38	-4.06	-4.01	-6.34		
1 σ ~9 σ	-4.09	-4.44	-3.98	-3.88	-6.78		
1 σ ~10 σ	-4.21	-4.50	-3.88	-4.08			
1 σ ~11 σ	-4.33	-4.53	-3.78	-4.27			

<표 6> KOSPI200 선물 오른쪽꼬리의 지수

	1분	3분	10분	32분	100분	316분	1000분
1 σ ~2 σ	-3.17	-3.50	-3.16	-3.84	-4.05	-4.55	-3.27
1 σ ~3 σ	-3.17	-3.57	-3.18	-4.02	-4.22	-5.00	-2.54
1 σ ~4 σ	-3.20	-3.65	-3.29	-4.14	-4.18		
1 σ ~5 σ	-3.27	-3.76	-3.47	-4.23	-4.08		
1 σ ~6 σ	-3.36	-3.85	-3.70	-4.24	-4.26		
1 σ ~7 σ	-3.44	-3.95	-3.95	-4.28	-3.40		
1 σ ~8 σ	-3.53	-4.03	-4.32	-4.38	-3.90		
1 σ ~9 σ	-3.62	-4.11	-4.49	-4.34	-3.58		
1 σ ~10 σ	-3.69	-4.17	-4.71	-4.51			
1 σ ~11 σ	-3.77	-4.24					

주: 표에 나타난 수치는 표준편차에 의해서 나누어진 11가지 범위에 대한 회귀분석에 의해서 구해진 꼬리의 지수를 나타낸다. 1열은 해당 꼬리에 대한 범위, 2열부터 8열까지는 수익률 측정기간단위를 나타낸다.

4.2 수익률 측정기간단위의 영향 검증

본 절에서는 수익률 측정기간단위별 정형화된 사실 중에서 자기상관관계와 변동성에 관련된 수익률측정기간단위의 영향을 알아본다. 자기 상관관계에 대한 기존의 연구 결과는¹¹⁾ 수익률에 대해서는 자기상관관계를 가지지 않는 것으로, 변동성에 대해서는 자기상관관계에서는 자기상관관계가 존재하는 검증되었다.

4.2.1 자기상관관계 검증

두 번째 검증관계인 수익률 측정기간단위의 변화에 따른 수익률과 변동성의 자기상관관계의 관찰을 위하여 <그림8>에서 KOSPI 지수에 대한 (a) 수익률과 (b) 변동성의 자기상관성을, <그림9>에서 KOSPI200 선물의 (a) 수익률과 (b) 변동성의 자기상관관계를 제시하였다. 동일한 검증기간을 사용하였으며, 수익률 측정기간단위 유형1에 대해서 동일한 95%신뢰수준에서 20시차까지 추정된 값에 대해서 도시화한 것이다. 그림에서는 중앙 상단부분에 1시차에서 4시차까지의 자기상관 결과를 확대하여 나타내었다.

변동성에 대해서는 다음의 산식을 이용하여서 계산한다.

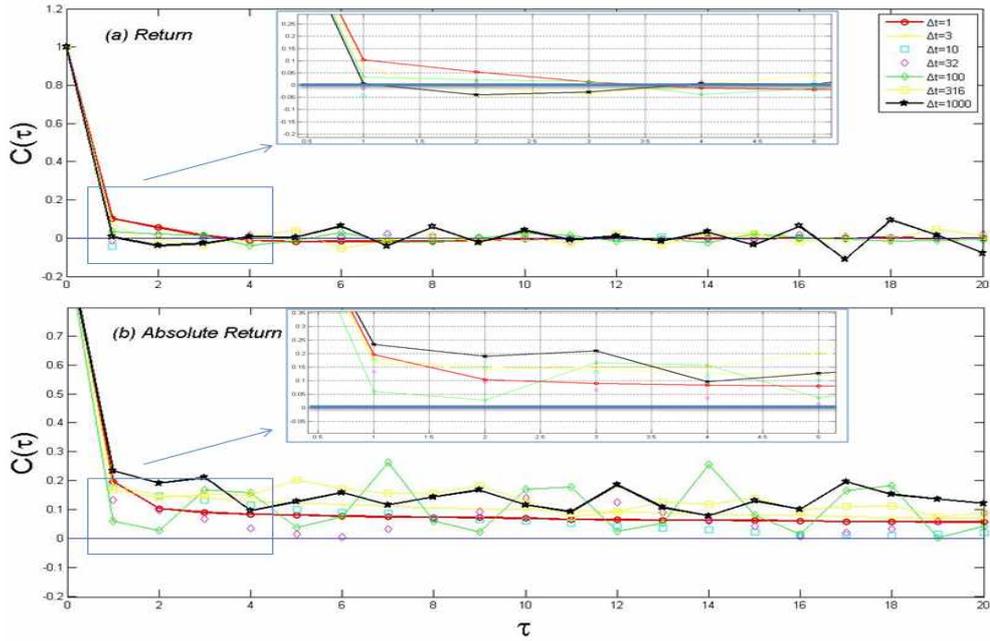
$$V = |S_t| \quad (6)$$

여기에서, $| |$ 는 절대값을 나타낸다.

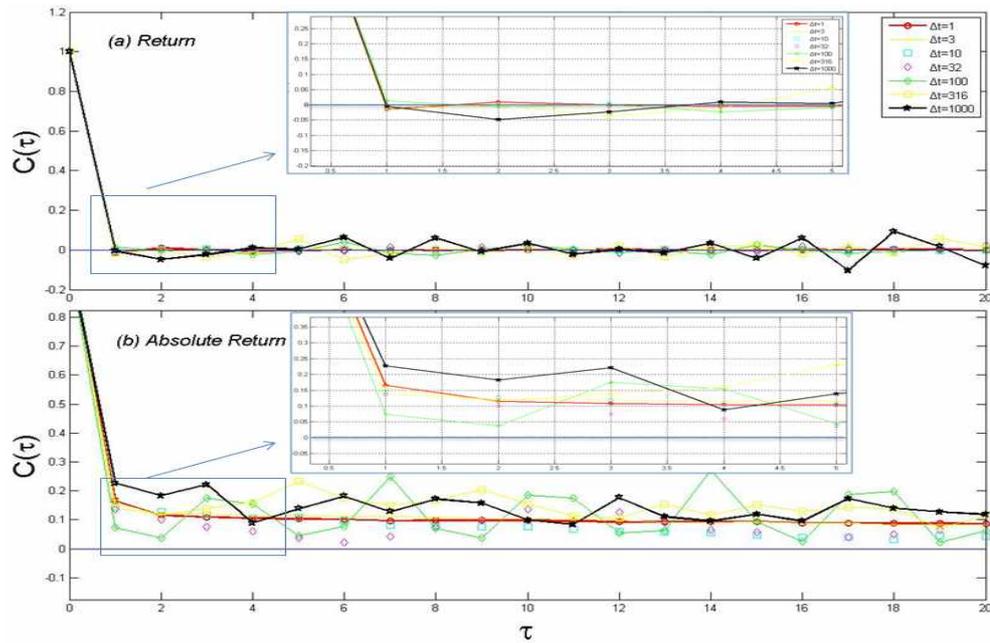
수익률의 자기상관관계에 대한 검증결과를 살펴보면, KOSPI 수익률<그림8>에서는 수익률측정기간단위만이 미세한 차이가 보이지만 모든 수익률 자료에서 0으로 빠르게 감소(4시차 안에)되는 패턴이 관찰되어진다. <그림9>에서 보듯이 KOSPI200 선물에서도 모든 수익률 측정기간단위에서 빠르게 0으로 감소되어지는 것이 관찰되어진다. KOSPI에서 1시차에 유의한 양의 값을 가지는 수익률 측정기간단위는 1분, 3분, 10분에서만 관찰되어진다. 나머지의 4가지 수익률 측정기간단위는 유의하지 않았다. 1분의 수익률 자료에서 3시차까지 유의한 양의 값을 가진 후, 4시차부터 10시차까지는 유의한 음의 값을 가지며 3분의 수익률 자료에서 역시 1시차까지는 양의 유의한 값을 가지고 음의 유의한 값을 5시차까지 가지는 패턴을 가지는 것이 관찰되어진다. KOSPI200 선물에서도 비슷한 양상을 보이는 데 1분 수익률 자료에서 1시차에서

11) Fama (1965)는 1958년부터 1962년까지의 Dow Jones 지수를 구성하는 30개 주식의 자기상관관계를 계산한 결과 대부분의 자기상관계수는 대부분 +0.1에서 -0.1사이의 값을 가지면 통계적으로 유의성이 없는 것으로 검증되었으며, Pagan (1996)에서도 자기상관관계의 부재는 효율적 시장 가설에 대한 지지로 종종 인용되어져 왔다. 금융시계열에서 고빈도 자료에서 유의한 상관관계를 보인다는 연구는 Cont (2001), 등에서 시장에 따라서 약간의 차이를 보였지만 미세 구조가 작동하는 15분안에서 자기상관관계를 가지는 것으로 검증되었다.

<그림 8> KOSPI 수익률과 변동성의 자기상관관계

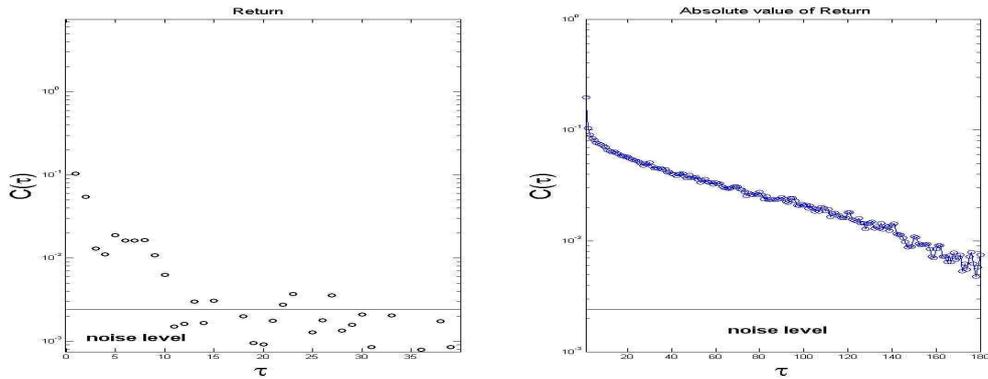


<그림 9> KOSPI 200선물 수익률과 변동성의 자기상관관계

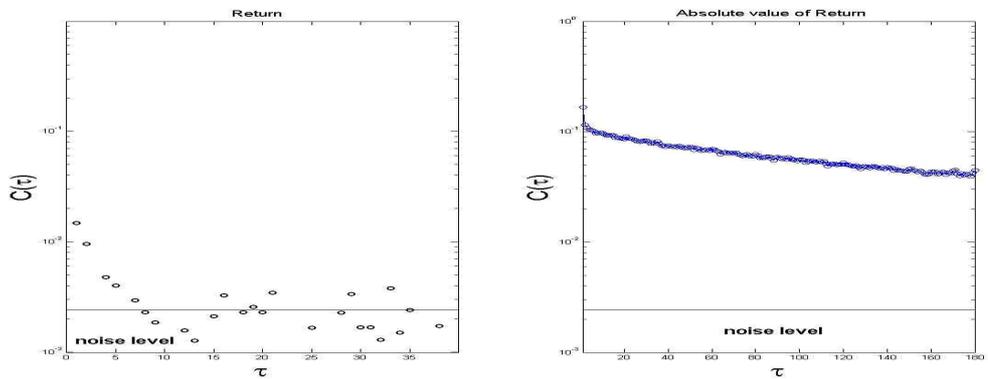


주: 20시차까지의 자기상관관계를 (a)는 수익률에 대한 결과를, (b)는 변동성에 대한 자기상관관계를 도시화한 것이다. X축은 시차를, Y축은 상관관계를 나타낸다.

<그림 10> KOSPI 1분 수익률과 변동성의 자기상관관계



<그림 11> KOSPI200 선물 1분 수익률과 변동성의 자기상관관계



주: 수익률에 대해서는 1시차에서 40시차까지 변동성에 대해서는 1시차에서 180시차까지의 유의한 값에 대해서 자기상관관계를 도시화한 것이다. X축은 시차를, Y축은 상관관계 값에 대한 log10을 취한 값을 나타낸다. 그림에서는 상관관계가 유의한가에 대한 것을 나타내기 위해서 자기상관의 절대값을 사용하였다. 잡음수준(noise level)은 신뢰수준 95%에 의해서 구해진 0.0024이하이다.

유의한 양의 값을 가지고 3시차부터 4시차에 유의한 음의 값을 가지는 패턴을 가진다. 변동성의 상관관계에서 살펴보면 KOSPI에서 20시차까지 모두 유의한 양의 값을 가짐을 보였다. KOSPI200 선물에서는 100분 수익률 자료에서만 16시차와 19시차를 제외한 모든 시차에서 유의한 양의 값을 가짐을 알 수 있다. 변동성에 지속성(persistence)에 대한 검증을 위하여 새롭게 1분부터 180분까지의 수익률 측정 기간단위를 설정하여 변동성의 자기상관관계에 대한 결과를 <그림10>에서 KOSPI와 <그림11>에서 KOSPI200 선물의 결과를 추가로 제시한다. 제시된 그림의 각각의 점들은 음의 관계와 양의 관계를 나타내는 기호에 상관없이 유의한 값에 대한 제시한 것이며, 잡음수준(noise level)은 95%신뢰수준에 대한 양의 값을 연결

한 선이다. 수익률 측정기간단위에 따른 KOSPI와 KOSPI200 선물의 자기상관관계의 변화를 관찰한 결과를 요약해보면, 첫째, KOSPI 수익률에서는 아주 짧은 수익률 자료(1분, 3분, 10분)에서만 1시차에서 유의한 양의 값을 가졌으며, KOSPI의 1분과 3분의 수익률 자료만이 양의 상관관계를 가진다. 둘째, 아주 짧은 수익률 측정기간단위의 자료에서만 시차가 증가하면서 양의 상관관계에서 0을 지나 음의 상관관계를 보이는 패턴이 특히, KOSPI의 1분, 3분 수익률에서 10시차에 걸쳐서 이러한 패턴이 관찰된다. 셋째, 수익률에서는 관찰되어지지 않았던 자기상관관계는 변동성의 자기상관관계에 있어서는 KOSPI와 KOSPI200 선물에서 모두 양의 유의한 값을 가진다. 이것은 변동성의 자기상관관계에 있어서는 수익률 측정기간단위변화와 상관없이 일관적으로 지속성을 가짐이 관찰된다.¹²⁾

결론적으로 일종의 짧은 10분이하의 수익률 측정기간단위를 제외하고는 비 유의적인 자기상관관계를 보이면서, 변동성의 자기상관관계는 수익률측정기간단위에 관계없이 모두 양의 유의한 값을 가지게 된다. 즉, 변동성은 장기간 지속성을 가진다는 것이다. 변동성의 지속성은 금융 시계열 연구자들에게 흥미를 유발하는 주제이며, 다음 장에서 다루도록 한다.

4.2.2 변동성 검증

변동성의 자기 상관 함수가 양이며 느리게 감소한다는 것을 연구들이 있으며 변동성의 군집현상으로 관찰되어지며, 이것은 장기기억에 대한 신호로 연구되어지고 있다. 변동성군집현상에 대한 검증은 큰(작은) 변동성 그 다음에도 값이 큰(작은)변동성이 서로 군집을 이루는 현상에 대해서 조건부확률을 구함으로 관찰한다. 예를 들어, 과거 시점 $t-1$ 의 변동성이 기준 범위 상위 25%에 속하는 관측치가 다음 현재 시점 t 에 연속적으로 상위 25% 범위에 속하는 관측치와 일치하는 확률을 조사하였다. <표7>에서 KOSPI 지수를, <표8>에서 KOSPI200 선물의 변동성의 조건부확률에 대해서 결과를 제시한다. <표7>와 <표8>의 결과를 살펴보면, 첫째, 수익률 측정기간단위가 증가함에 따라서 변동성의 조건부 확률의 변화는 일관적으로 감소하는 경향이 있다. 둘째, 큰 변동성(95-100%, 75-100%)이 작은 변동성(0-5%, 0-25%)보다 발생하는 조건부 확률이 높다는 것을 확인 할 수 있었다. 즉, 큰 변동성이 일어난 뒤의 변동성이 지속

12) 변동성의 상관관계에 대한 기존의 연구로는 Pagan (1996), Ding (1996), Cont (1997)에서 변동성의 지속적인 상관관계에 대해 연구하였으며, 변동성의 자기 상관관계는 장기기억의 속성의 존재의 신호로 생각되어진다.

<표 7> KOSPI 지수의 변동성의 조건부 확률

	KOSPI 지수			
	0-5%	0-25%	75-100%	95-100%
1분	17.58	31.38	32.41	23.08
3분	12.92	33.22	35.09	19.17
10분	7.67	25.80	28.75	12.84
32분	7.90	26.99	27.88	9.13
100분	5.59	25.93	31.16	7.35
316분	3.70	25.84	31.23	10.19
1000분	2.94	24.58	33.73	8.82

<표 8> KOSPI200 선물 지수의 변동성의 조건부 확률

	KOSPI 200 선물			
	0-5%	0-25%	75-100%	95-100%
1분	8.72	25.98	27.41	14.32
3분	8.45	27.17	28.98	13.50
10분	7.88	25.59	28.26	12.23
32분	7.81	28.31	29.56	9.60
100분	6.47	26.16	29.86	6.18
316분	4.63	26.21	29.93	7.41
1000분	11.76	24.85	34.91	8.82

주: 수익률 측정기간별 변동성의 조건부 확률을 나타낸다. 1열은 수익률 측정기간단위를 나타내며, 2열부터 5열까지는 t-1시점과 t시점에 변동성이 1행의 조건을 만족하는 확률을 나타낸다. 수익률 측정기간 단위 1분의 예를 들면, t-1시점에 변동성이 0-5%에 34,029가 관측되었으며, 이 중에서 t시점에 변동성이 0-5%에 속하는 관측치는 5,981개로 확률(V_t / V_{t-1})은 17.58로 나타낸 것이다.

성을 가진다고 할 수 있다. 이러한 결과는 시장을 이해하는 핵심변수로 사용되어진 변동성이 수익률 측정기간단위에 따라서 과소 또는 과대 추정하여 검증결과에 유의한 영향을 줄 수 있다는 것을 관찰하였다.

5. 결론 및 시사점

본 논문은 한국 주식시장을 대표하는 KOSPI와 KOSPI200 선물의 고 빈도자료를 대상으로 시간영향요소인 수익률 측정기간단위에 변화 따른 통계적 속성에 대하여 관찰을 시도하였다. 검증결과 수익률 자료는 수익률 측정기간단위(시간함수)에 종속적인 구조를 가짐을 관찰하였다. 검증 결과를 요약·정리하면 다음과 같다.

수익률 측정기간단위를 고려한 수익률분포, 자기상관함수와 변동성 조건부확률분포의

관찰결과를 살펴보면, KOSPI와 KOSPI200 수익률의 분포적 속성은 특정한 분포(안정파레시안 분포, 정규분포)로 고정되어 있지 않았다. 즉, 수익률 분포는 수익률 측정기간단위가 증가할수록 분포적 속성이 정규분포에 가까워짐을 보였다. 둘째, 분포의 꼬리 부분의 결과를 살펴보면, 안정파레시안분포와 정규분포사이에 위치하였으며, 수익률 측정기간단위가 증가시킴에 따라서 꼬리는 점점 얇아짐을 보였다. 셋째, 수익률에서는 자기상관관계가 관찰되지 않았으며, 변동성에서만 장기간의 자기상관관계가 관찰되었다. 넷째, 변동성 군집현상의 결과를 살펴보면 수익률 측정기간단위에 따른 KOSPI와 KOSPI200선물의 변동성은범위에 따라서 큰 변동성(95-100%, 75-100%)이 작은 변동성(0-5%,0-25%)에서 높은 확률로 관찰되어졌다.

결과를 정리해보면, 연구자의 필요에 의해서 결정되어지는 수익률 측정기간단위에 따라서 검증결과에 유의적인 영향을 준다는 것을 실증적으로 확인하였다. 이러한 수익률자료의 통계적 성질의 변화는 수익률의 시간종속적인 구조에 기인한 것으로 시간속성의 영향요소에 대한 연구의 중요성과 일중 수익률 측정기간단위의 연구의 필요성을 시사한다. 또한, 통계적 속성 검증결과에 공통적으로 영향을 미칠 수 있는 시간속성요인들의 고려는 수익률 측정기간단위 외에, 과거자료 시차길이(lag length of past data, -1, -2 등), 시장상황(market status, 상승시기, 하락시기 등) 등에 대한 시간영향 요인에 대한 복합적인 적용에 의해서 연구의 신뢰성과 견고성을 더해주며, 재무이론과 방법론의 발전과 정밀함에 기여하게 될 것이다. 또한, 이상에서의 밝힌 수익률 측정기간단위 변화에 따른 통계적 성질의 변화는 한국 주식시장 금융상품의 통계적 성질 이해와 시간종속성의 기초적 자료로서 의미를 가지며 이러한 기초연구는 주가나 변동성을 예측하는 모형과 위험을 관리하는 재무관련 주요 문제에도 응용될 수 있을 것으로 기대되어진다.

참고 문헌

- Lee, K., & Lee, J. (2007). Probability Distribution Function and Multiscaling Properties in the Korean Stock Market. *Physica A*, 383(1), 65–70.
- Cont, R. (2001). Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical Issues. *Quantitative Finance*, 1, 224–236
- Fama, E.F. (1965). The Behavior of Stock Market Prices, *Journal of Business*. 38(1), 34–105.
- Liu, Y., Cizeau, P., Meyer, M., Peng, C.K. and Stanley, H.E. (1997). Correlations in Economic Time Series. *Physica A*, 245(3), 437–440.
- Mandelbrot, B.B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *Journal of Business*, 36(1), 394–419
- Mantegna, R. N., & Stanley, H.E. (1995). Scaling Behavior in the Dynamics of an Economic Index. *Nature*, 376, 46–49.
- Mantegna, R. N., & Stanley, H.E. (1999). *An Introduction to Econophysics*. New York : Cambridge University Press.
- McCulloch, J.H. (1996). On the Parametrization of the Afocal Stable Distributions. *Bulletin of the London Mathematical Society*, 28(6), 651–655.
- McCulloch, J.H. (1986). Simple Consistent Estimators of Stable Distribution Parameters. *Commun. Statisti*, 15(4), 1109–1136.
- Newman, M.E.J. (2005). Power Laws, Pareto Distribution and Zipf's Law. *Contemporary Physics*, 46(5), 323–351.
- Pagan, A. (1996). The econometrics of Financial Markets. *Journal of Empirical Finance*. 3(1), 15–102.
- Wang, B.H., & Hui, P.M. (2001). The Distribution and Scaling of Fluctuations for Hang Seng Index in Hong Kong Stock Market. *The European Physical Journal B*, 20(4), 573–579.
- Yang, H., Chen, S. , & Yang, Y.(2007). Multiscale Power-Law Properties and Criticality of Chinese Stock Market. *NaturalComputation*, 2(24), 24–27.

<부록: 표1> KOSPI 수익률의 자기상관관계

	1분	3분	10분	32분	100분	316분	1000분
1	0.1035*	0.0772*	-0.0420*	-0.0128	0.0322*	0.0060	0.0060
2	0.0547*	-0.0474*	-0.0035	0.0127	0.0215*	-0.0054	-0.0398
3	0.0130*	-0.0257*	0.0080*	-0.0003	0.0153	-0.0369	-0.0281
4	-0.0111*	-0.0068*	0.0050	0.0143*	-0.0387*	0.0063	0.0076
5	-0.0188*	-0.0042*	0.0098*	0.0031	-0.0140	0.0396	0.0032
6	-0.0163*	0.0012	0.0026	0.0064	0.0285*	-0.0526*	0.0634
7	-0.0163*	-0.0046*	0.0014	0.0217*	-0.0152	-0.0136	-0.0422
8	-0.0164*	-0.0020*	0.0036	0.0107	-0.0193	0.0119	0.0586
9	-0.0109*	0.0071*	-0.0009	0.0046	0.0008	-0.0198	-0.0217
10	-0.0063*	0.0008*	0.0010	0.0053	0.0248*	0.0043	0.0395
11	-0.0015	0.0018	0.0011	-0.0171*	0.0133	-0.0265	-0.0100
12	-0.0016	0.0010	0.0012	-0.0172*	-0.0143	0.0223	0.0095
13	-0.0030*	0.0011	0.0054	-0.0121	-0.0031	-0.0337	-0.0144
14	-0.0017	0.0082*	0.0020	-0.0064	-0.0220	0.0229	0.0319
15	-0.0031*	0.0049*	0.0047	-0.0082	0.0202	0.0262	-0.0354
16	-0.0006	0.0053*	0.0020	0.0165*	0.0011	-0.0195	0.0629
17	0.0006	-0.0002	0.0017	0.0076	-0.0062	0.0045	-0.1121
18	0.0020	-0.0018	-0.0015	-0.0084	-0.0143	-0.0033	0.0959*
19	-0.0009	0.0021	0.0019	0.0086	-0.0107	0.0482*	0.0154
20	0.0009	0.0006	0.0007	0.0203*	-0.0073	0.0093	-0.0788*

<부록: 표2> KOSPI 변동성의 자기상관관계

	1분	3분	10분	32분	100분	316분	1000분
1	0.1964*	0.1797*	0.1772*	0.1332*	0.0602*	0.1669*	0.2341*
2	0.1041*	0.1516*	0.1487*	0.0967*	0.0287*	0.1416*	0.1909*
3	0.0903*	0.1406*	0.1321*	0.0673*	0.1673*	0.1523*	0.2105*
4	0.0840*	0.1281*	0.1150*	0.0364*	0.1576*	0.1512*	0.0964*
5	0.0806*	0.1217*	0.1009*	0.0156*	0.0377*	0.2035*	0.1274*
6	0.0767*	0.1188*	0.0911*	0.0040*	0.0765*	0.1735*	0.1592*
7	0.0751*	0.1118*	0.0867*	0.0327*	0.2626*	0.1544*	0.1164*
8	0.0740*	0.1063*	0.0715*	0.0684*	0.0611*	0.1550*	0.1431*
9	0.0719*	0.1036*	0.0662*	0.0920*	0.0233*	0.1830*	0.1678*
10	0.0699*	0.1004*	0.0600*	0.1410*	0.1713*	0.1297*	0.1159*
11	0.0660*	0.0955*	0.0537*	0.3743*	0.1791*	0.0761*	0.0922*
12	0.0650*	0.0922*	0.0432*	0.1262*	0.0263*	0.0923*	0.1852*
13	0.0629*	0.0883*	0.0356*	0.0901*	0.0520*	0.1282*	0.1070*
14	0.0638*	0.0835*	0.0310*	0.0614*	0.2569*	0.1174*	0.0788*
15	0.0618*	0.0814*	0.0237*	0.0437*	0.0798*	0.1403*	0.1299*
16	0.0609*	0.0805*	0.0136*	0.0083*	0.0143*	0.0981*	0.1009*
17	0.0585*	0.0741*	0.0131*	0.0193*	0.1664*	0.1102*	0.1968*
18	0.0588*	0.0731*	0.0099*	0.0320*	0.1821*	0.1132*	0.1523*
19	0.0571*	0.0715*	0.0153*	0.0605*	0.0035*	0.0756*	0.1365*
20	0.0576*	0.0694*	0.0204*	0.0874*	0.0429*	0.0869*	0.1205*

<부록: 표3> KOSPI200 선물 수익률의 자기상관관계

	1분	3분	10분	32분	100분	316분	1000분
1	-0.0148*	-0.0022	-0.0106*	0.0125	0.0212	-0.0043	-0.0480
2	0.0096*	-0.0061*	0.0036	0.0117	0.0003	-0.0130	0.0254
3	-0.0004	-0.0048*	0.0090*	-0.0101	0.0016	0.0168	-0.0684
4	-0.0048*	-0.0011	0.0027	0.0056	-0.0389*	0.0029	-0.0266
5	-0.0036*	0.0030	0.0063	-0.0089	0.0242*	-0.0248	-0.0163
6	0.0004	0.0047*	-0.0046	0.0007	0.0252*	-0.0058	0.0878*
7	-0.0042*	-0.0056*	0.0055	0.0099	-0.0153	-0.0065	0.0242
8	-0.0019	0.0002	0.0034	0.0027	-0.0329*	-0.0277	0.0445
9	-0.0014	0.0041	-0.0109*	0.0117	0.0040	-0.0040	-0.0033
10	0.0000	0.0025	0.0027	0.0059	0.0094	-0.0088	-0.0319
11	-0.0003	0.0027	-0.0053	-0.0206*	0.0198	-0.0132	0.0069
12	0.0006	0.0017	0.0049	-0.0147*	-0.0049	-0.0128	-0.0100
13	-0.0009	0.0012	0.0027	-0.0117	-0.0075	-0.0107	0.0012
14	0.0002	-0.0010	-0.0011	-0.0071	-0.0180	0.0306	0.0442
15	-0.0016	0.0096*	0.0009	0.0039	0.0088	-0.0115	-0.0422
16	0.0034*	-0.0020	0.0007	0.0054	0.0035	0.0099	0.0567
17	0.0003	0.0007	-0.0063	0.0093	0.0040	0.0046	-0.1026*
18	0.0026*	0.0011	0.0019	0.0003	-0.0402*	0.0050	0.0739
19	0.0029*	-0.0001	-0.0041	0.0172*	0.0079	0.0703*	-0.0343
20	-0.0025*	-0.0006	0.0012	0.0126	0.0030	-0.0101	-0.0487

<부록: 표4> KOSPI200 선물 변동성의 자기상관관계

	1분	3분	10분	32분	100분	316분	1000분
1	0.1672*	0.1456*	0.1341*	0.1318*	0.0776*	0.1251*	0.1023*
2	0.1150*	0.1242*	0.1171*	0.1012*	0.0264*	0.1577*	0.2349*
3	0.1091*	0.1197*	0.1184*	0.0729*	0.1705*	0.2025*	0.1271*
4	0.1052*	0.1168*	0.1124*	0.0525*	0.1790*	0.1831*	0.1956*
5	0.1034*	0.1205*	0.1017*	0.0348*	0.0315*	0.2147*	0.2098*
6	0.1023*	0.1105*	0.0925*	0.0270*	0.0703*	0.1795*	0.1509*
7	0.0987*	0.1091*	0.0794*	0.0490*	0.2684*	0.1789*	0.1600*
8	0.0986*	0.1089*	0.0795*	0.0752*	0.0791*	0.1337*	0.1563*
9	0.0983*	0.1040*	0.0746*	0.0927*	0.0255*	0.1859*	0.1206*
10	0.0976*	0.1038*	0.0751	0.1447*	0.1819*	0.1711*	0.1554*
11	0.0956*	0.1033*	0.0661*	0.3335*	0.1942*	0.1577*	0.1295*
12	0.0930*	0.0983*	0.0583*	0.1273*	0.0331*	0.1631*	0.1520*
13	0.0933*	0.0914*	0.0551*	0.0804*	0.0688*	0.1390*	0.1475*
14	0.0944*	0.0927*	0.0567*	0.0694*	0.2802*	0.1593*	0.1639*
15	0.0937*	0.0953*	0.0425*	0.0442*	0.0770*	0.1444*	0.1449*
16	0.0884*	0.0891*	0.0417*	0.0191*	0.0098	0.1607*	0.1589*
17	0.0894*	0.0908*	0.0427*	0.0359*	0.2002*	0.1656*	0.0976*
18	0.0879*	0.0861*	0.0354*	0.0498*	0.2124*	0.1402*	0.1105*
19	0.0878*	0.0845*	0.0433*	0.0661*	-0.0077	0.1388*	0.1617*
20	0.0861*	0.0806*	0.0419*	0.0917*	0.0466*	0.1291*	0.1433*