코스피200 지수옵션의 델타

조 담*
(Email: damcho.chonnam.ac.kr)

요약 : 이 논문은 코스피200 지수옵션 가격의 지수변동에 대한 반응, 즉 델타의 특성에 대한 실증적 분석을 시도한 것이다. 이를 위해 2010년 1월4일부터 2016년 6월9일(1,591일)까지 코스피200 지수옵션의 근월물 일별 가격자료를 사용하였다.
델타에 대한 통계적 분석의 결과로서, 콜옵션 델타는 가격성(= 전일종가 지수 - 행사가격)의 증가에 따라 예상대로 0에서 1으로 증가하고 풋옵션 델타는 -1에서 0으로 증가하였다. 그러나 잔존만기와 델타의 관계는 예상과는 달리 뚜렷한 관련을 보이지 않았다. 또 당일 주가지수의 상승 모멘텀에 대해 콜옵션 델타가 감소하고, 하락 모멘텀에 대해 풋옵션 델타는 증가하는 경향, 즉 역의 모멘텀효과라는 예상 밖의 현상도 발견되었다.
이 논문에서 가장 강조하는 결과는 델타의 실제 값이 콜옵션의 경우 0과 1, 풋옵션의 경우 -1과 0의 범위를 벗어난 아웃라이어의 빈도가 콜옵션 델타의 32.6%, 풋옵션 델타의 31.2%에 달한다는 점이다. 이 수치에 의해 많은 투자자들이 왜 옵션을 투기자산 또는 도박으로 여기고 있는지가 어느 정도 설명될 수 있다.
아웃라이어의 빈도는 당일의 지수변동, 거래량, 잔존만기, 가격성의 옵션 특성이 관련되는 것으로 보인다. 그 중에서도 특히 내가격 구간에서 강한 과민반응을 보이는 아웃라이어 발생 빈도가 높았다. 그리고 0에 가까운 지수변동과 잔존만기가 2일 이하일 때에도 모든 형태의 아웃라이어의 발생 빈도가 현저히 높았다.

핵심단어 : 지수옵션, 델타, 과민반응, 가격성, 아웃라이어

---

* 전남대학교 경영학부 교수

코스피200 지수옵션의 델타

I. 서론

옵션은 전형적인 조건부청구권(contingent claim)으로서 그 가격은 기초자산의 가격과 그것의 변동성, 이자율, 잔존만기 등 다른 요인의 변동에 반응하여 변동하지만, 그 중에서도 기초자산의 가격변동이 가장 중요한 요인이라고 할 수 있다. 따라서 옵션의 특성을 이해하기 위해서는 기초자산 가격변동에 대한 옵션가격의 반응, 즉 델타의 통계적 특성에 대한 이해가 전제되어야만 한다.

이 논문은 특정한 옵션가격결정모형을 전제하지 않고 델타에 대한 통계적 분석을 시도하는 데에 그 목적을 두고 있다. 이를 위해 이 논문에서 사용하는 분석방법은 매우 단순하다. 즉, 먼저 코스피200 지수옵션의 가격 자료로부터 옵션 델타를 계산하고, 그것이 가격성, 잔존만기, 주가지수의 단기 모멘텀에 따라 어떤 차이를 보이는지 추정한 다음, 이 추정결과가 보여주는 델타의 특징을 정리하고자 한다.

이 논문에서는 특히 중요시하고자 하는 것은 델타의 아웃라이어에 대한 통계적분석이다. 이 논문에서는 특정한 옵션가격이론을 전제하지 않고 가장 느슨한 제약 하에서 델타의 정상적 범위—콜옵션 델타는 0과 1 사이, 풋옵션 델타는 -1과 0 사이—를 설정하고 이를 벗어난 아웃라이어가 어느 정도의 빈도로 발생하는지와 그것의 통계적 특징이 무엇인지를 분석하고자 한다. 이러한 아웃라이어의 분석은 왜 많은 투자자들이 옵션을 투기자산으로 생각하는지에 대한 이해의 단서를 제공할 뿐만 아니라 기존의 실증분석에서 흔히 소외되어온 주제라는 점에서도 연구의 가치가 있다고 생각된다.

옵션가격에 관한 실증적 연구는 열거하기 어려울 정도로 많다. 이들 중 본 논문의 목적과 어느 정도 관련된 선행연구로서 Poteshman(2001), 조 담(2015), 강병진(2012), 김무성・강태훈(2010) 등을 들 수 있다. Poteshman(2001)은 옵션시장에서의 과민 또는 과소반응의 존재를 검증하고자 하였다. 이들은 변동성의 변화가 S&P500 지수옵션 가격에 미치는 영향을 분석하고 변동성의 단기 변화에 대한 옵션가격의 과소반응과 장기 변화에 대한 옵션가격의 과민반응이 존재한다는 것을 발견하였다. 강병진(2012)은 Poteshman(2001)의 방법론을 원/달러 장외 통화옵션에 대해 적용한 결과 예상치 못한 변동성 충격에 대한 단기 과소반응과 장기 과민반응의 존재를 다시 확인하였다. 조 담(2015)은 2005년 1월부터 2014년까지 하루 300계약 이상 거래된 코스피 200 지수옵션의 일별 거래 자료로부터 블랙・숄즈 옵션가격모형에 의해 내재변동성을 계산하고 변동성 스큐의 가격성 패턴과 기간구조를 통해 폭락공포(crash phobia), 폭등기대(hike expectation) 및 자기과신 편향이 동시에 존재함을 보여주었다. 김무성・강태훈(2010)은 Amin et al.(2004)의 방법론을 이용하여 60일간 지수 수익률로 측정된 모멘텀 기대가 옵션가격에 체계적인 영향을 미치고 있다는 결과를 보여주었다.

II. 연구방법과 자료

1. 델타에 관한 예시적 검토

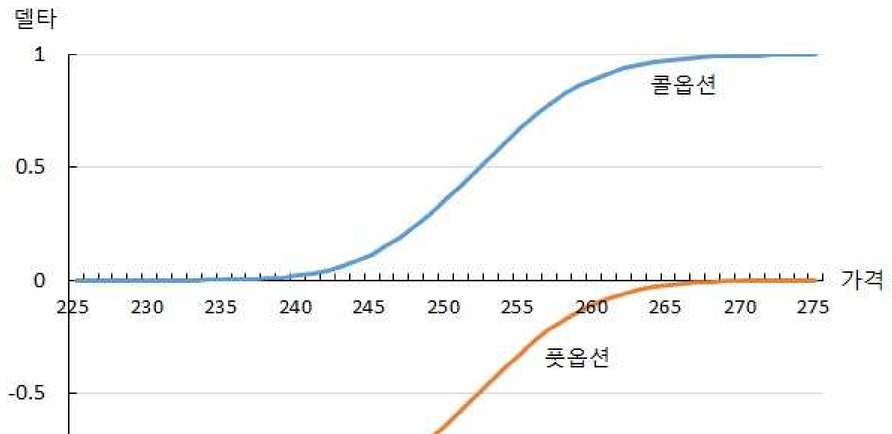
이 논문에서는 특정한 가격결정이론을 전제하지 않고 기초자산 가격변동이 옵션가격 변동에 미치는 영향을 분석하고자 하지만, 그 영향의 크기와 부호에 대한 직관적 판단의 근거를 얻기 위해 블랙·숄즈 공식에 기초하여 옵션 델타가 기초자산 가격 및 잔존만기와 어떤 관련을 갖고 있는지 살펴보기로 하자.

편의상 블랙·숄즈 공식에 의해 옵션가격이 결정된다고 가정하면, 콜과 풋옵션의 델타는 각각 $N(d_1)$과 $-N(-d_1)$과 같다. [그림 1]은 기초자산 가격(S_t)이 달라짐에 따라 콜과 풋옵션의 델타가 어떻게 달라지는지를 보여주고 있다(기초자산의 변동성이 0.7675%, 1일 이자율이 0.0086%, 행사가격이 252.5 포인트, 잔존만기가 10일인 경우를 가정하였다. 이 수치들은 최근 2년간 코스피200 주가지수 일간수익률의 평균에 가까운 값들이다). 콜옵션의 델타는 기초자산 가격이 상승할수록 0에서 1의 방향으로 증가한다. 즉, 깊은 외가격 콜옵션의 델타는 0에 가깝지만 깊은 내가격에서는 1에 접근한다. 풋옵션의 델타는 -1에서 0으로 증가한다. 즉, 풋옵션의 델타는 깊은 내가격에서 -1에 접근하지만 깊은 외가격에서는 0에 접근한다.

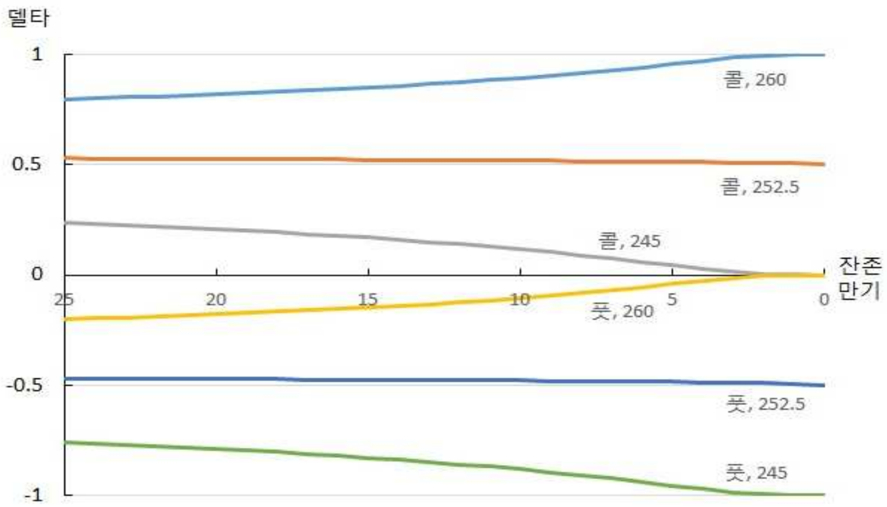
[그림 2]는 기초자산 가격이 245, 252.5 또는 260 포인트에서 일정하고 행사가격이 252.5 포인트라고 가정할 때 잔존만기가 달라짐에 따라 델타가 어떻게 달라질 것인지를 예시적으로 보여준다. 이 그림에서 등가격 옵션은 잔존만기가 감소하더라도 델타는 크게 달라지지 않는다. 그러나 잔존만기가 0에 가까워지면 내가격 콜옵션 델타는 1, 풋옵션의 경우는 -1에 접근하고, 외가격 옵션의 델타는 0에 접근한다.

이 두 개의 그림은 블랙·숄즈 모형에서의 델타 공식에 예시적 수치를 대입하여 구한 델타 값을 그린 것으로서, 델타와 기초자산 가격 또는 잔존만기의 관계에 대한 직관적 판단의 기초로 이용될 수 있다. 즉, 이 두 그림은 실제의 시장자료를 사용하여 계산된 델타가 특이한 것이 아닌지 여부를 판단하는데 도움을 줄 수 있다.

[그림 1] 델타와 기초자산 가격의 예시적 관계



[그림 2] 델타와 잔존만기의 예시적 관계



2. 델타의 계산

이미 언급한 바대로 이 연구는 코스피200 지수옵션의 가격변동 특성이 옵션 종류, 가격성, 잔존만기의 차이에 따라 어떻게 달라지는지를 일별 자료를 사용하여 추정하고 이에 대해 경제적 또는 행태적 해석을 시도하는데 목적을 두고 있다. 옵션가격이 기초자산 가격과 그것의 변동성, 이자율, 잔존만기 등의 변화를 반영하여 움직이지만, 이 중에서도 기초자산 가격변동이 옵션가격 변동을 가져오는 가장 중요한 요인이라는 점에 대해 의문의 여지가 없으므로 기초자산 가격변동에 대한 옵션 가격의 반응, 즉 델타가 분석의 초점이 되어야 한다.

델타는 일정 시간이 경과할 때 발생하는 옵션가격의 변동을 주가지수 변동으로 나눈 비율로 정의된다. 옵션가격 변동 ΔP_t 는 t 시점의 가격에서 t-1 시점의 가격을 뺀 값으로 구해질 수 있지만, 이렇게 계산된 값은 다음 식에서와 같이 주가지수 변동의 영향뿐만 아니라 주가지수 변동성, 이자율, 잔존만기 등 다른 요인의 영향도 함께 반영된다.

$$\Delta P_t \simeq \Delta_t \Delta S_t + \frac{1}{2}\Gamma_t \Delta S_t^2 + \Theta_t \Delta t + V_t \Delta\sigma_t + R_t \Delta r_t \qquad (2)$$

단, S_t는 t 시점의 주가지수, $\Delta S_t(=S_t - S_{t-1})$는 주가지수 변동, $\Delta P_t(=P_t - P_{t-1})$는 옵션 가격 변동이다. Δ_t, Γ_t, Θ_t, V_t 및 R_t는 옵션가격의 델타($=\partial P/\partial S$), 감마($=\partial^2 P/\partial S^2$), 세타($=\partial P/\partial t$), 베가($=\partial P/\partial \sigma$) 및 로($=\partial P/\partial r$)이다. σ_t는 기초자산의 가격변동성이고 r_t는 무위험이자율이다.

이 식에서 델타를 구하기 위해서는 주가지수 변동 이외의 요인이 옵션가격 변동에 미치는 영향을 제거할 필요가 있다. 이 논문에서 가격자료의 시간간격이 1일이기 때문에 변동성과 이자율이 ΔP_t 에 미치는 영향은 무시될 수 있지만,[1] 식(2) 우변의 두 번째 항에

1) 식(2)에는 기초자산 변동성의 변화($\Delta\sigma_t$)와 이자율 변동(Δr_t)의 영향도 포함되어 있다. 그러나 1일의 기간 동안에 발생하는 이 두 변수의 변동은 거의 무시할 수 있을 정도로 작다.

서 지수변동이 옵션가격 변동에 미치는 비선형효과와 세 번째 항에서 시간의 경과(Δt)가 옵션가격에 미치는 시간효과는 무시될 수 없다고 생각된다. 따라서 델타는 다음 식을 사용하여 계산하고자 한다.

$$\Delta_t = \frac{\Delta P_t - \frac{1}{2}\Gamma_t \Delta S_t^2 - \Theta_t \Delta t}{\Delta S_t} \tag{3}$$

이 식에서 Δ_t를 계산하기 위해서는 옵션의 감마(Γ_t)와 세타(Θ_t)가 먼저 구해져야 한다. 감마와 세타는 관찰치가 주어지지 않으므로, 이를 계산하기 위해서는 특정한 이론모형을 선택하고 이를 이용하여 그 근사치를 구하여야 한다. 본 논문에서는 블랙・숄즈 옵션가격결정모형을 이론적 모형으로 사용한다. 블랙・숄즈 모형은 여러 가지 문제점에도 불구하고 옵션가격결정모형으로서 가장 널리 사용되고 있을 뿐만 아니라, 효율적 시장에서 옵션가격 변동을 설명하는 그릭 문자의 공식이 잘 정리되어 있고 실제 수치를 사용하여 그 값이 용이하게 계산될 수 있다는 장점을 갖고 있다.[2)]

식(3)을 계산할 때 주가지수 변동성(σ_t)의 추정치가 필요로 된다. 주가지수 변동성을 추정하는 문제는 그 자체로서 중요한 연구주제이지만(강병진, 2012; 강소현・윤선중, 2009; 강장구・류두진, 2009; 이재하・권상수, 2001; 장국현, 2001; Kim & Kim, 2004 등), 본 논문에서는 변동성 추정치로서 해당 일을 포함한 직전 60일간의 코스피200 일간수익률의 역사적 표준편차를 사용한다. 그리고 잔존만기의 일수는 휴일을 제외한 거래일의 수이다.

2. 자료

본 논문에서 사용하는 기초자료는 2010년 1월4일부터 2016년 6월9일까지 1,591일에 걸친 코스피200 지수옵션의 근월물 일별 가격자료이다. 2010년 1월4일의 코스피200 시가는 221.67포인트이었고 2016년 6월30일 종가는 250.19포인트이었으며, 이 기간 중 종가 평균은 250.28포인트이었다. 이 기간 중 2012년의 유럽재정위기로 상당한 변동성이 나타나기도 했지만, 전체적으로 볼 때 250포인트를 중심으로 비교적 적은 변동성을 보여주는 시기이었다.

옵션가격 자료는 매일의 15시15분 종가로 이루어진 시계열이다(만기인 매월 두 번째 목요일에는 14:45분에 종가가 결정된다). 지수옵션 종가는 그 이전 10분간의 동시호가에 의해 결정된 단일가격으로서, 15:00분에 결정된 코스피 200 종가를 반영하여 결정된다.

2010.1.4일부터 2016.6.9일까지 Δr_t과 $\Delta\sigma_t$의 일간 평균은 각각 -0.0009%와 -0.0004%이었다. Δr_t는 일간 CD이자율의 일간변동이고 $\Delta\sigma_t$는 과거 60일의 코스피200 일간수익률로부터 계산된 역사적 표준편차의 일간변동이다.

2) 식(3)에서 블랙・숄즈 모형에 기초한 Θ_P의 구체적인 공식은 Hull, 2009, Ch.17 등의 주요한 교과서에 잘 정리되어 있다. 콜옵션 세타는 $\Theta_{call} = -\frac{S_t N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{\tau}} - rKe^{-r\tau}N(d_2)$이고 풋옵션 세타는 $\Theta_{put} = -\frac{S_t N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{\tau}} + rKe^{-r\tau}N(-d_2)$이다. 감마는 콜과 풋옵션 모두 $\frac{N'(d_1)}{S_t \sigma \sqrt{\tau}}$이다. 이 식들에서 S_t는 기초자산 가격, σ는 기초자산 가격의 변동성, τ는 옵션의 잔존만기이고. $N'(d_1) = (1/\sqrt{2\pi})e^{-d_1/2}$이다.

동일 일자에 행사가격이 다른 여러 개의 옵션이 거래되므로 계약 내용에 따라 거래량이 큰 차이를 보인다. 흔히 아웃라이어를 제거하기 위하여 일정 수량 이상으로 거래량을 제한한 표본을 사용하기도 하지만, 이 논문에서는 아웃라이어 그 자체가 중요한 분석대상이므로 근월물 여부와 실제 거래가 발생했는지 여부를 제외한 어떤 제한도 두지 않고자 한다.

이 가격자료에서 t-1일 종가 대비 t일 종가로부터 델타가 계산되었으며, 주가지수 변동이 0이기 때문에 델타가 계산될 수 없는 경우는 표본에서 제외하였다. 이렇게 구해진 델타의 관찰치 수는 콜옵션의 경우 30,875개, 풋옵션의 경우 34,382개이었다.

3. 가격성의 구분

옵션은 행사가능성과 행사할 때의 이득의 크기에 따라 그 가치가 결정되는 청구권이므로 가격성(moneyness)은 옵션가격 및 옵션 델타를 결정하는 가장 중요한 변수이다. 기초자산 가격과 델타의 관계를 보여주는 [그림 1]에서 행사가격은 계약조건에 의해 고정된 값이므로, [그림 1]은 사실상 가격성과 델타의 이론적 관계를 예시적으로 보여주는 그림으로 해석될 수 있다.

이 논문에서 t일의 옵션의 가격성(M_t)은 다음과 같이 주가지수 종가에서 옵션의 행사가격을 뺀 값으로 정의한다.

$$M_t = S_t - X \tag{4}$$

단. M_t는 어떤 옵션의 t일의 가격성, S_t는 t일의 주가지수 종가, X는 행사가격이다.

코스피200 지수옵션은 주가지수 변동에 따라 2.5 포인트 간격의 행사가격을 갖는 옵션이 새로이 상장되고 있으므로, 만기가 동일하지만 행사가격 또는 가격성이 다른 다양한 유럽형 옵션이 동일 시점에 거래된다. 이 논문에서는 분석의 편의를 위해, 모든 옵션을 가격성의 크기에 따라 [표 1]에서와 같이 7개의 구간으로 단순화하고자 한다.

[표 1] 가격성의 구분

가격성은 식(4)와 같이 주가지수 종가에서 행사가격을 뺀 값이다. 구간 평균은 콜 및 풋옵션 모두의 가격성을 구간별로 평균한 값이다.

구간	정의	구간 평균	콜옵션	풋옵션
M1	$M_t < -17.5$	-29.14	깊은 외가격	깊은 내가격
M2	$-17.5 \leqq M_t < -10$	-13.56	외가격	외가격
M3	$-10 \leqq M_t < -2.5$	-6.24	외가격	내가격
M4	$-2.5 \leqq M_t \leqq 2.5$	0.00	등가격	등가격
M5	$2.5 < M_t \leqq 10$	6.25	내가격	외가격
M6	$10 < M_t \leqq 17.5$	13.62	내가격	외가격
M7	$17.5 < M_t$	28.82	깊은 내가격	깊은 외가격

III. 델타의 통계적 분석

1. 가격성과 델타의 관계

이미 설명한 바대로 콜옵션의 델타는 0과 1 사이의 범위에서 가격성이 클수록 증가하고 풋옵션의 델타는 -1과 0 사이의 범위에서 가격성이 클수록 증가할 것으로 예상된다. 가격성과 델타의 관계를 파악하기 위해서는 가격성 구간별로 델타의 평균이 어떻게 달라지는지를 분석해볼 필요가 있다.

[표 2]와 [그림 3]은 가격성 구간별 델타 평균을 보여주고 있다. [표 2]를 보면, 콜옵션의 델타는 예상대로 깊은 외가격인 M1 구간에서 0에 가까운 값을 보이고 깊은 내가격인 M7까지 가격성의 증가에 따라 약간의 기복을 보이면서 0.8852까지 증가한다. 또 풋옵션 델타는 깊은 내가격인 M1에서 가장 작은 -1.0372이고 가격성의 증가에 따라 깊은 외가격인 M7에서의 -0.0325까지 증가한다. 이러한 델타의 추이는 [그림 3]에서 더 분명하게 나타난다.

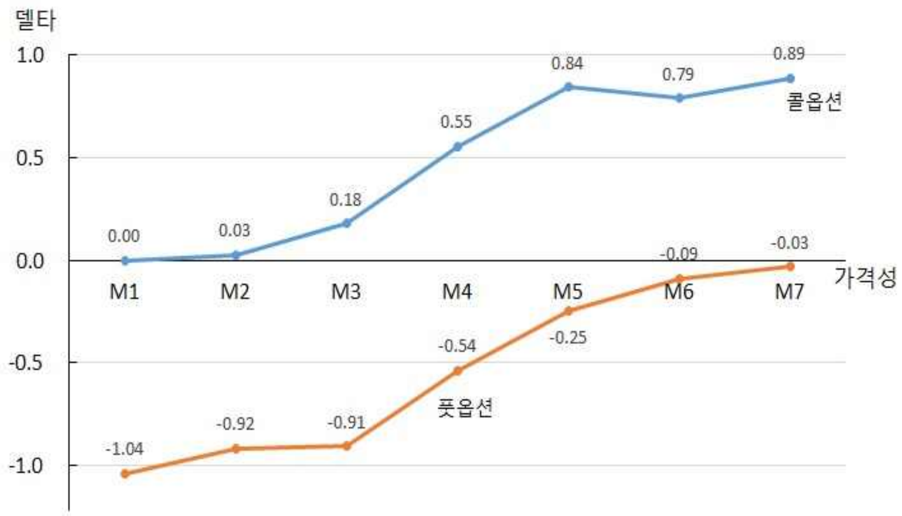
내가격에서 가격성의 차이에도 불구하고 델타가 별로 달라지지 않는 것으로 보인다는 점을 제외하면, 가격성과 델타의 관계는 전체적으로 [그림 1]에서 예상되는 관계와 크게 다르지 않은 것으로 판단된다.

[표 2] 가격성 구간별 델타 평균

이 표는 가격성 구간별로 델타의 평균과 표준편차 및 t 값을 정리한 것이다. 유의도는 '평균이 0과 같다'는 귀무가설에 대한 t 값의 유의수준이다. 대립가설은 콜옵션의 경우 '평균이 0보다 크다'이고 풋옵션의 경우 '평균이 0보다 작다'라는 가설이다.

		평균($\overline{\Delta}$)	표준편차	t 값	유의도	관찰치수
콜	M1	0.0004	0.4501	0.0771	0.4693	6,636
	M2	0.0258	1.2452	1.3690	0.0855	4,361
	M3	0.1784	3.1041	3.8640	0.0001	4,521
	M4	0.5530	5.2763	5.7565	0.0000	3,017
	M5	0.8426	7.4391	7.5933	0.0000	4,494
	M6	0.7883	6.8516	6.9604	0.0000	3,660
	M7	0.8852	7.3667	7.7743	0.0000	4,186
	전체	0.4200	5.0505	14.6123	0.0000	30,875
풋	M1	-1.0372	8.6881	-7.0640	0.0000	3,501
	M2	-0.9156	8.8942	-6.2193	0.0000	3,650
	M3	-0.9069	8.6287	-7.0546	0.0000	4,505
	M4	-0.5365	6.8563	-4.2983	0.0000	3,017
	M5	-0.2467	4.0274	-4.1166	0.0000	4,516
	M6	-0.0888	2.7647	-2.1461	0.0160	4,468
	M7	-0.0325	1.0131	-3.3198	0.0005	10,725
	전체	-0.4228	5.7933	-13.5323	0.0000	34,382

[그림 3] 가격성에 따른 델타의 추이



2. 잔존만기와 델타

잔존만기가 0에 가까워지면 깊은 내가격 옵션은 행사가능성이 거의 확실하기 때문에, 옵션가격은 지수변동과 거의 같은 크기로 변동하게 된다. 따라서 깊은 내가격 콜옵션의 델타는 잔존만기가 작아질수록 1에 접근하고 풋옵션의 델타는 -1에 접근할 것으로 예상된다. 반대로 깊은 외가격 옵션의 경우 잔존만기가 0에 가까우면 지수변동이 발생하더라도 행사될 가능성이 거의 없기 때문에 옵션가격은 거의 변동하지 않을 것이므로 0에 수렴한다.

잔존만기별 델타 평균은 [부표 1]에 정리되어 있고, 그 중 깊은 외가격과 깊은 내가격 및 등가격 옵션의 델타 평균을 그림으로 나타낸 것이 [그림 4]이다. [부표 1]과 [그림 4]에서 알 수 있는 사실은 깊은 내가격 콜옵션 델타를 제외하면 옵션 델타가 잔존만기와 뚜렷한 관련을 갖는 것으로 보이지 않는다는 점이다. 깊은 외가격 옵션(콜의 M1과 풋의 M7)의 델타는 잔존만기의 크기에 관계없이 0에 가까운 값을 유지하고 있다. 깊은 내가격(M7) 콜옵션 델타는 잔존만기가 작아질수록 +1에 가까워지는 모습을 보인다. 등가격(M4) 콜옵션의 경우 잔존만기 구간 1(0~1일)에서만 +1에 가까워진다. 풋옵션의 경우 델타와 잔존만기 사이의 체계적 관련이 눈에 띄지 않는다. 이런 결과는 [그림 4]에 표시되지 않은 다른 가격성의 옵션에서도 크게 다르지 않다.

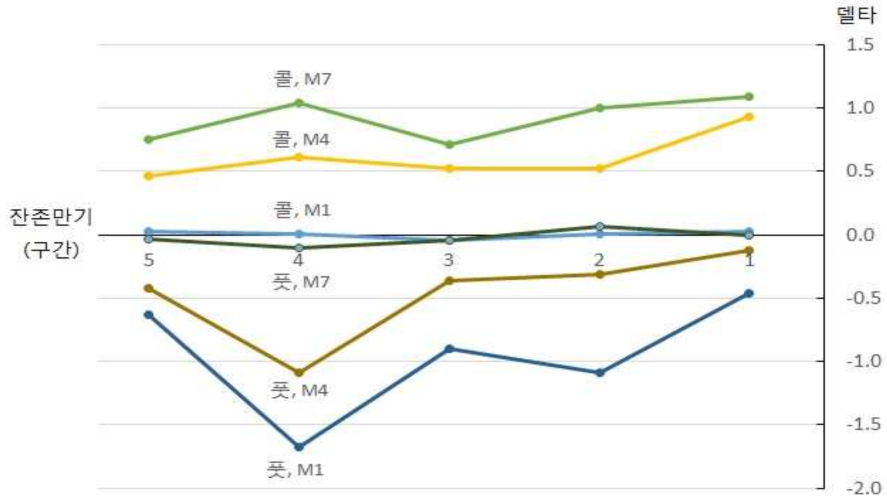
전체적으로 볼 때, 델타가 잔존만기와 뚜렷한 관계를 갖는다고 보기는 어렵다. 이런 결과가 나타나는 이유의 하나는 이 논문에서 고려하고 잔존만기의 최대와 최솟값의 차이(24일)가 델타의 의미 있는 차이를 가져올 정도로 큰 것이 아니기 때문일 수도 있다. 만일 만기 이전 훨씬 긴 기간 동안 옵션거래가 활발하게 이루어진다면 델타가 예상대로 잔존만기와 뚜렷한 관련을 보일 수도 있다. 그러나 근월물이 지수옵션 거래의 95% 이상을 차지하고 있는 현실을 받아들인다면,[3] 코스피200 지수옵션의 경우 델타가 잔존만기와 큰

3) 2010년 1월4일 이후 2016년 6월9일까지 콜옵션 거래량 비중은 잔존만기 0~1일이

관련이 없다고 보아도 좋다.

[그림 4] 잔존만기와 델타의 관계

이 그림은 잔존만기 구간별로 깊은 외가격(M1), 등가격(M4) 및 깊은 내가격(M7) 콜옵션과 깊은 내가격(M1), 등가격(M4) 및 깊은 외가격(M7) 풋옵션의 델타 평균이 어떻게 달라지는지를 그린 것이다. 잔존만기 1은 0~1일, 2는 2~5일, 3은 6~10일, 4는 11~15일, 5는 15일 초과이다.



3. 단기 모멘텀의 영향

투자자들이 모멘텀의 영향을 중시할 것이라는 가설은 오랫동안 자산가격 연구의 관심사가 되어 왔다. Amin, Coval & Seyhun(2004)은 기초자산 가격변동의 자기상관성 때문에 모멘텀이 옵션가격 변동에 영향을 미칠 것이라고 보고, 실제로 모멘텀의 영향이 존재함을 실증적으로 보여주었다. 이들의 방법론을 코스피200 지수옵션에 적용한 김무성·강태훈(2010)의 연구에서도 모멘텀의 영향이 확인된 바 있다.

이 논문에서는 코스피200 지수가 상승한 경우(즉, $\Delta S_t > 0$)의 지수변동 또는 하락한 경우(즉, $\Delta S_t < 0$)의 지수변동을 단기 모멘텀의 대리변수로 고려하고 그 크기가 델타에 어떤 영향을 미치는지 분석하고자 한다.[4] 즉, 단기모멘텀의 영향은 다음 회귀식에 의해 추정한다.

$$\Delta_{call,t} = \alpha_{call} + \beta_{up}\gamma_{up,t}\Delta S_t + \epsilon_{call,t} \quad (5a)$$

$$\Delta_{put,t} = \alpha_{put} + \beta_{dn}\gamma_{dn,t}\Delta S_t + \epsilon_{put,t} \quad (5b)$$

단, Δ_t는 콜 또는 풋옵션의 t일의 델타이고 $\gamma_{up,t}$은 지수가 전일 종가에 대비하여 상승한 경우 1을 취하고 그렇지 않으면 0을 취하는 더미변수이다. $\gamma_{dn,t}$는 지수가 하락한 경우

18.1%, 2~5일이 24.2%, 6~10일이 22.7%, 11~15일이 18.2%, 16~20일이 12.0%이고, 풋옵션 거래량 비중은 0~1일이 17.1%, 2~5일이 22.7%, 6~10일이 20.5%, 11~15일이 16.5%, 16~20일이 11.2%이다. 따라서 옵션 거래량의 95% 이상이 잔존만기가 20일 이하인 근월물에서 발생한다.

4) 이 논문에서는 2일간 연속 상승 또는 하락한 경우, 2일간의 누적 지수변동 등을 모멘텀 변수로 채용한 분석도 시행하였지만, 당일의 지수변동보다 더 큰 영향을 발견하지 못했다.

1을 취하고 그렇지 않으면 0을 취하는 더미변수이다. α는 회귀식의 절편이고 β는 기울기이다. ϵ_t는 오차항이다.

단기 모멘텀효과가 존재한다면, 식(5a)에서 β_{up}의 예상 부호는 (+)이다. 즉, 지수가 상승할 때($\gamma_{up}=1$일 때) 콜옵션의 델타는 $\alpha_{call}+\beta_{up}\Delta S_t$의 크기로 증가한다. 식(5b)에서 단기 모멘텀효과가 존재한다면, 지수가 하락할 때($\gamma_{dn}=1$일 때) 풋옵션 델타는 $\alpha_{put}+\beta_{dn}\Delta S_t$로 된다. 하락 모멘텀의 영향으로 풋옵션 가격이 지수변동에 더 민감하게 반응한다면, $\Delta S_t<0$이므로 β_{dn}의 부호는 양(+)이어야 한다. 요약하면, 단기 모멘텀효과가 존재한다면 콜과 풋 모두 β의 예상 부호는 양(+)이다.

[표 3] 델타에 대한 단기 모멘텀의 영향

이 표는 식(5a)와 (5b)를 추정한 결과이다. **은 편측검증의 결과 t 값이 1% 유의수준에서 유의하다는 것을 나타내고 *은 5% 유의수준에서 유의하다는 것을 나타낸다. 각 계수에 관한 귀무가설은 '계수의 값이 0과 같다'이지만, 대립가설은 각각 $\alpha_{call}>0$, $\alpha_{call}<0$, $\beta_{up}>0$ 및 $\beta_{dn}>0$이다.

	$\hat{\alpha}_{call}$	(t 값)	$\hat{\beta}_{up}$	(t 값)	R^2	관찰치수
콜 M1	0.0039	(0.62)	-0.0033	(-1.15)	0.0002	6,636
M2	0.0453	(2.06*)	-0.0214	(-1.72)	0.0007	4,361
M3	0.2539	(4.68**)	-0.0795	(-2.65)	0.0016	4,521
M4	0.7219	(6.41**)	-0.1771	(-2.86)	0.0027	3,017
M5	0.9861	(7.56**)	-0.1503	(-2.09)	0.0010	4,494
M6	0.8143	(6.02**)	-0.0242	(-0.35)	0.0000	3,660
M7	0.8939	(6.47**)	-0.0068	(-0.11)	0.0000	4,186
전체	0.4636	(13.80**)	-0.0424	(-2.50)	0.0002	30,875
	$\hat{\alpha}_{put}$	(t 값)	$\hat{\beta}_{dn}$	(t 값)	R^2	관찰치수
풋 M1	-1.0456	(-5.90**)	-0.0048	(-0.08)	0.0000	3,501
M2	-0.9463	(-5.46**)	-0.0289	(-0.34)	0.0000	3,650
M3	-1.0281	(-6.91**)	-0.1299	(-1.61)	0.0006	4,505
M4	-0.6713	(-4.65**)	-0.1450	(-1.85)	0.0011	3,017
M5	-0.3182	(-4.58**)	-0.0777	(-2.03)	0.0009	4,516
M6	-0.1220	(-2.53**)	-0.0378	(-1.35)	0.0004	4,468
M7	-0.0443	(-3.91**)	-0.0161	(-2.08)	0.0004	10,725
전체	-0.4395	(-12.17**)	-0.0174	(-0.92)	0.0000	34,382

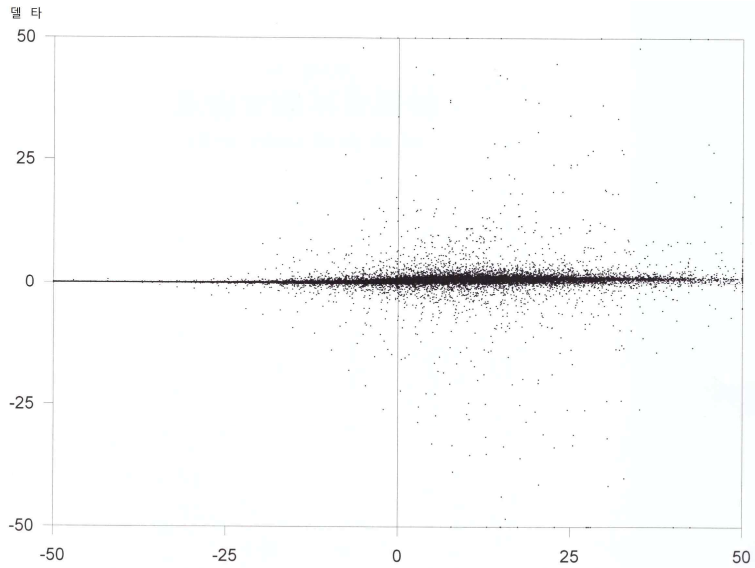
[표 3]은 단기 모멘텀이 델타에 미치는 효과를 정리한 것이다. 이 결과를 보면, β_{up}와 β_{dn}의 모든 추정치가 예상과는 달리 음(-)의 값을 보이므로 예상되는 모멘텀효과는 존재하지 않는다고 결론 내릴 수 있다. 다른 한편으로 추정치의 예상 부호를 전제하지 않고 판단한다면, 콜옵션의 경우 등가격과 그에 가까운 M3, M4, M5의 가격성에서 $\hat{\beta}_{up}$이 비교적 유의한 음의 추정치를 보이고 있고, 약간 외가격인 M5와 깊은 외가격인 M7의 풋옵션에서도 $\hat{\beta}_{dn}$이 유의한 음의 값을 보이고 있다. 이것은 역의 모멘텀효과가 존재한다는 것을 의미하지만, 역의 모멘텀효과에 대하여 경제적으로 또는 행태적으로 그 이유를 설명하는 것은 결코 쉬운 일이 아니다.

IV. 아웃라이어

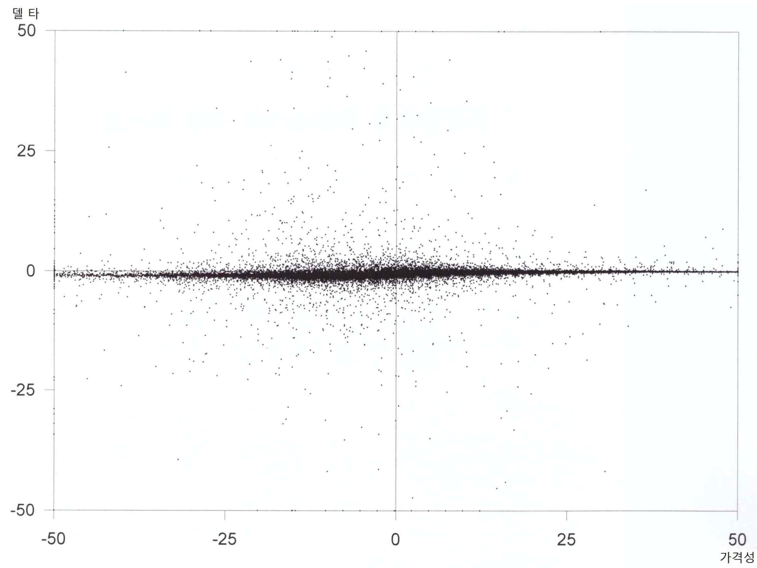
1. 아웃라이어의 빈도

옵션가격결정모형을 전제하지 않더라도 지수옵션의 정의로부터 콜옵션 델타는 0과 1 사이의 양의 값이어야 하고 풋옵션 델타는 -1과 0 사이의 음의 값이어야 한다는 제약을 갖는다. 이 제약은 델타에 대해 설정할 수 있는 가장 약한 제약이라고 할 수 있으며, 구체적인 가격결정모형이 주어지면 그것에 맞추어 더 엄격한 제약조건을 설정될 수 있을 것이다.

[그림 5] 콜옵션 델타의 분포



[그림 6] 풋옵션 델타의 분포



[그림 5]와 [그림 6]은 콜과 풋옵션의 델타를 산포도로 보인 것이다. 이 두 개의 그림은 실제 델타의 많은 관찰치들이 $0 \le \Delta_{\text{call}} \le 1$ 또는 $-1 \le \Delta_{\text{call}} \le 0$라는 약한 제약을 벗어나 있으며, 그 분포 역시 통념적 예상과 매우 다르다는 것을 보여주고 있다. 전체적으로 콜옵션 델타가 양(+)의 쪽에, 풋옵션 델타가 음(-)의 쪽에 약간 더 치우쳐 있는 것으로 보이지만, 두 그림에서 델타 값의 범위가 매우 큰 값에서 매우 작은 값까지 넓게 걸쳐 있고 예상과 다른 부호를 갖는 경우도 대단히 많다. 그 결과, 얼핏 보면 어느 그림이 콜 또는 풋옵션 델타를 나타내는 것인지 식별하기 어려울 정도로 비슷하게 분포하고 있다.

콜옵션 델타는 언제나 $0 \le \Delta_{\text{call}} \le 1$의 범위에서 가격성 증가에 따라 0에서 1의 방향으로 증가할 것으로 예상된다. [그림 5]에서 콜옵션 델타의 많은 관찰치들은 음의 값(5,655개, 전체 30,875개의 18.32%)을 보이거나 콜옵션 델타의 상한인 1보다 큰 값(4,408개, 전체의 14.28%)을 보이고 있다. 반대로 풋옵션 델타는 -1과 0의 범위에서 가격성 증가에 따라 -1에서 0의 방향으로 증가할 것으로 예상되지만, 풋옵션 델타의 많은 관찰치들은 풋옵션 델타의 하한인 -1보다 작은 값(4,606개, 전체의 34,382의 13.40%)을 보이거나 양의 값(6,114개, 전체 17.78%)을 보이고 있다. 전반적으로 볼 때 콜옵션의 델타는 32.6%, 풋옵션의 그것은 31.18%가 델타의 예상범위, 즉 상한과 하한을 벗어나고 있다.

이처럼 다수의 델타 관찰치들이 예상범위를 벗어난 이유에 대해 명확한 설명이 가능하지 않다. 옵션시장은 현물시장 종료보다 15분 후에 폐장되므로, 즉 옵션 종가가 기초자산 가격에 관한 명확한 정보를 갖고 결정되므로, 델타 관찰치가 예상 범위를 벗어나는 것이 기초자산 가격에 관한 정보의 부족 또는 잘못된 정보 때문에 발생한 것이라고 볼 수는 없다. 다른 이유로서 투자자들의 선제적 거래(preemptive trading)—투자자들이 현물시장 가격에 반영되지 않은 사적정보를 갖고 있을 때 미래의 주가지수 변동을 예상하고 선제적으로 옵션을 거래하는 것—을 생각해 볼 수도 있다. 다수의 옵션 거래자가 사적 정보에 의해 주가지수 변동을 더 잘 예측할 수 있다는 자기과신(overconfidence) 편향을 갖고 있다면, 그들은 선제적 거래를 행하게 될 것이고 그것이 델타의 아웃라이어를 발생하게 할 수도 있다. 그러나 실제 자료가 보여주는 것만큼 빈도 있게 선제적 거래가 발생할 수 있는지는 여전히 의문이다.

그 이유가 무엇이든, 정상범위를 규정한 $0 \le \Delta_{\text{call}} \le 1$과 $-1 \le \Delta_{\text{call}} \le 0$의 범위가 매우 약한 제약조건—만일 특정 가격이론에 기초하여 그 범위를 설정한다면, 아웃라이어의 빈도는 더 커질 것이다—이라는 점을 감안한다면, 이를 벗어난 아웃라이어의 빈도가 관찰자료의 30% 이상에 달한다는 사실 그 자체만으로도 충분히 주목 받을 가치가 있다. 또 이러한 아웃라이어의 빈도를 감안할 때, 현실의 많은 투자자, 그 중에서도 소규모 개인투자자의 많은 사람들이 옵션을 투기의 대상 또는 일종의 도박으로 생각하고 있다는 것이 그 나름의 충분한 통계적 근거를 갖고 있다고 판단될 수 있다.

2. 아웃라이어와 옵션 특성의 관계

[부표 2]와 [부표 3]은 아웃라이어가 어떤 경우에 많이 발생하는지를 알기 위해 아웃라이어의 유형별로 4가지 옵션 특성의 구간별 도수분포를 비교한 것이다. 이 표에서는 델타가 $0 \le \Delta_{\text{call}} \le 1$와 $-1 \le \Delta_{\text{put}} \le 0$의 범위에 있으면 아웃라이어가 아닌 정상범위로 간

주하고, 아웃라이어의 각 특성의 구간별 실제빈도, 평균 및 델타 평균을 정리하고 실제빈도와 기대빈도의 차이에 대한 가설검증을 실행하였다. [표 4]는 [부표 2]와 [부표 3]에서 실제빈도가 기대빈도보다 유의하게 큰 옵션 특성의 구간만을 요약한 것이다.

[표 4] 아웃라이어 빈도로 본 통계적 특징

각 셀의 숫자는 [부표 2]와 [부표 3]에서 실제 빈도가 기대빈도보다 유의하게 큰 구간의 번호만을 정리한 것이다. 옵션 특성의 구간은 [부표 2]와 [부표 3]에 정의된 바와 같다. 굵은 고딕체의 숫자는 1% 유의수준에서 유의한 구간이고 그 밖의 숫자는 5% 유의수준에서 유의한 구간을 나타낸다.

	$\Delta_{call} < 0$	$\Delta_{call} > 1$	$\Delta_{put} < -1$	$\Delta_{put} > 0$
지수변동	**4**	**4**	**4**	**4**
거래량	**3**, 4	**1, 2, 3**	**1, 2, 3**	**3**
잔존만기	**1**, 2	**1**	**1**	**3**
가격성	**1, 2, 3**	**5, 6, 7**	**1, 2, 3**	**4, 5, 6, 7**

[부표 2], [부표 3] 그리고 [표 4]에서 아웃라이어의 빈도와 뚜렷하고도 의미 있는 관련을 갖는 특성은 가격성인 것으로 보인다. 이 표에서 콜옵션 델타가 0보다 작은 아웃라이어의 빈도가 가격성의 1~3구간(깊은 외가격 또는 외가격)에서 기대빈도보다 뚜렷이 크고, 1보다 큰 아웃라이어의 빈도가 4~7구간(등가격, 내가격 및 깊은 내가격)에서 기대빈도보다 뚜렷하게 컸다. 풋옵션의 델타가 -1보다 작은 아웃라이어의 빈도가 1~3구간(깊은 내가격 또는 내가격)에서 현저히 크고, 5~7구간(외가격 또는 깊은 외가격)에서 1보다 큰 아웃라이어의 빈도가 현저히 컸다. 이 결과는 델타 평균과 가격성의 관계를 정리한 [표 2]에서 드러나지 않은 특징으로서 옵션 거래자의 행태를 이해하는데 어느 정도의 도움을 준다.

즉, 가격성과 아웃라이어의 관계는 깊은 내가격 또는 내가격에서 옵션가격이 과민반응—콜옵션 델타가 1보다 크거나 풋옵션 델타가 -1보다 작다는 것—을 보이고 있다. 이는 내가격에서 자기과신 편향이 나타는 것으로 해석될 수 있으며, 내재변동성을 관찰한 조담(2015)의 결과와도 일치하는 것으로 보인다. 반대로 깊은 외가격 또는 외가격에서 옵션가격이 예상과 반대 방향—콜옵션의 음(-)의 델타, 풋옵션의 양(+)의 델타—으로 움직이는 빈도가 높게 나타나는 것은 탈레브(Taleb, 2007)가 말하는 블랙 스완(black swan)의 공포가 반영된 것으로 생각될 수도 있다.

또 하나의 흥미 있는 결과로서, 잔존만기가 짧을 때, 즉 만기일 당일 또는 2일 이하일 때 풋과 콜옵션 델타의 아웃라이어 빈도가 상대적으로 높다. 이 결과가 만기일 효과와 관련되는 것인지에 대해서는 불분명하다. 또 전일 종가 대비 지수변동이 4구간일 때, 즉 0에 가까운 값일 때 아웃라이어의 실제빈도가 기대빈도보다 현저히 높다. 이 결과는 지수변동이 적을 때, 즉 식(3)의 분모 값이 작을 때, 비정상적 가격반응의 빈도가 높다는 것을 의미한다.

유동성을 나타내는 거래량이 아웃라이어의 주된 원인인 것으로 간주될 수 있지만, 이런 추측은 어느 정도 타당하면서도 그 관련성은 생각보다 강하지 않은 것으로 보인다. 거래량의 1~3구간에서 콜옵션 델타가 1보다 크거나 풋옵션 델타가 -1보다 작은 경우의 빈도

가 뚜렷하게 큰 값이지만 아웃라이어의 다른 경우에는 거래량이 적다고해서 아웃라이어가 현저히 많이 발생한다고 말하기 어렵다.

이상과 같이 몇 가지 옵션 특성과 관련하여 아웃라이어의 빈도를 분석하였고 그 결과로서 몇 가지 통계적 특징을 찾아보았다. 그러나 [부표 2]와 [부표 3]은 그 특징들이 어떤 경제적 또는 행태적 이유 때문에 나타난 것인지, 그리고 아웃라이어의 빈도가 개별 옵션 특성 또는 그것들의 결합에 의해 어느 정도 잘 설명될 수 있는지에 대해 충분히 설명해 주지는 않는다.

V. 요약과 결론

이 논문에서는 코스피200 지수옵션 가격의 지수변동에 대한 반응, 즉 델타의 통계적 특성에 대한 실증적 분석을 시도하였다. 이를 위해 2010년 1월4일부터 2016년 6월9일(1,591일)까지 코스피200 지수옵션의 모든 근월물 일별 가격자료로부터 매일의 델타를 계산하고 그 평균이 가격성, 잔존만기, 주가지수의 단기 모멘텀과 어떤 관련이 있는지 분석하였다. 또 콜옵션 델타의 경우 0과 1의 범위, 풋옵션 델타의 경우 -1과 0의 범위 밖에 있는 아웃라이어의 특성에 대해서도 기술통계적 분석을 시도하였다.

이 논문의 델타에 대한 분석에서 발견되는 주요한 결과는 다음과 같다. 첫째, 콜옵션과 풋옵션 델타 평균과 가격성의 관계는 예상과 크게 다르지 않다. 즉, 콜옵션의 가격은 가격성이 클수록 지수변동에 대해 더 민감하게 반응하고 풋옵션의 그것은 가격성이 클수록 덜 민감하게 반응한다. 둘째, 실제의 델타는 예상과는 달리 잔존만기와 뚜렷한 관련을 보이지 않는다. 이를 설명할 수 있는 적절한 경제적 또는 행태적 이유는 분명치 않다. 셋째, 당일의 주가지수 변동을 단기 모멘텀 지표로 사용할 경우, 콜과 풋옵션 모두 단기 모멘텀에 대해 예상과 반대 방향의 반응을 보이고 있다. 즉, 콜옵션 가격은 지수 상승에 대해 덜 민감하게 반응하고, 풋옵션 가격은 지수 하락에 대해 덜 민감하게 반응한다. 이것은 굿 뉴스에 대해 반대 방향으로 반응하는 것으로서 합리적 행태라고 말할 수 없다.

마지막으로 이 논문에서 가장 중요한 결과로서, 옵션 델타의 실제 값이 직관적으로 이해될 수 있는 범위—콜옵션은 0과 1 사이, 풋옵션은 -1과 0 사이—를 벗어난 아웃라이어의 빈도가 콜옵션과 풋옵션 델타의 32.6%와 31.2%에 달한다. 당일의 지수변동, 거래량, 잔존만기, 가격성의 모든 옵션 특성이 아웃라이어의 발생과 관련되는 것으로 보이지만, 그 중에서도 특히 내가격 구간에서 강한 과민반응을 보이는 아웃라이어 발생 빈도가 높다. 지수변동에 대한 내가격 옵션의 과민반응은 투자자들의 자기과신 편향이 반영된 것으로 해석될 수 있다.

이 논문의 분석결과들은 지수옵션의 실증적 연구에 대해 보다 심층적인 추가적 연구가 필요함을 시사하고 있다. 그 하나는 옵션가격이론에 기반한 델타와 실제 델타의 차이가 옵션 특성과 시장 환경 변수와 어떤 인과성을 갖고 있는지에 대한 실증적 연구가 필요하다는 것이고, 다른 하나는 옵션 특성과 시장 환경 변수에 의해 아웃라이어의 발생 가능성을 추정하는 계량적 연구도 필요하다는 점이다.

[부표 1] 잔존만기 구간별 델타 평균

잔존만기 구간 1은 0~1일, 2는 2~5일, 3은 5~10일, 4는 10~15일, 5는 15일 초과를 나타낸다. 각 구간의 t 값은 평균에 대한 t 값이다. **과 *은 t 값이 각각 1%와 5% 유의수준에서 유의함을 나타낸다. 귀무가설은 '평균이 0과 같다'이고 대립가설은 콜옵션의 경우 '평균이 0보다 크다'이고 풋옵션의 경우 '평균이 0보다 작다'이다.

가격성	잔존만기	콜 옵 션				풋 옵 션			
		평균	표준편차	t 값	관찰치수	평균	표준편차	t 값	관찰치수
M1	1	0.0264	0.21	2.05*	273	-0.4627	3.11	-2.24*	227
	2	0.0076	0.12	2.06*	1,155	-1.0841	5.63	-5.28**	751
	3	-0.0411	0.76	-2.14	1,569	-0.9032	4.02	-6.17**	753
	4	0.0054	0.44	0.53	1,816	-1.6727	15.49	-3.20**	876
	5	0.0228	0.18	5.56**	1,823	-0.6341	4.17	-4.55**	894
M2	1	0.0644	0.56	1.64	208	-0.9154	2.24	-5.61**	188
	2	0.0379	0.78	1.46	899	-0.8779	3.44	-6.99**	748
	3	-0.0266	1.69	-0.53	1,123	-0.8650	2.57	-10.14**	906
	4	-0.0055	1.47	-0.12	1,107	-1.3059	16.84	-2.33**	902
	5	0.0987	0.72	4.41**	1,024	-0.6088	4.36	-4.20**	906
M3	1	0.1732	1.11	2.36**	228	-0.9851	2.36	-6.24**	223
	2	0.1581	3.70	1.31	936	-0.7217	4.08	-5.40**	933
	3	0.1721	3.59	1.63	1,158	-0.7812	2.04	-13.00**	1,156
	4	0.1293	3.40	1.29	1,146	-1.4135	16.49	-2.90**	1,143
	5	0.2578	1.49	5.62**	1,053	-0.6419	1.68	-12.37**	1,050
M4	1	0.9349	3.52	3.27**	152	-0.1178	3.24	-0.45	152
	2	0.5240	5.87	2.23*	624	-0.3124	6.57	-1.19	624
	3	0.5214	5.43	2.67**	773	-0.3634	3.10	-3.26**	773
	4	0.6151	6.80	2.50**	764	-1.0880	11.67	-2.58**	764
	5	0.4634	1.92	6.39**	704	-0.4174	1.54	-7.18**	704
M5	1	1.1766	2.48	7.13**	226	0.0311	1.28	0.37	228
	2	0.8796	4.97	5.38**	924	-0.0163	4.22	-0.12	931
	3	0.7102	4.98	4.84**	1,153	-0.1663	2.27	-2.49**	1,158
	4	1.0382	12.94	2.71**	1,142	-0.5953	6.51	-3.10**	1,146
	5	0.6708	2.14	10.15**	1,049	-0.2196	1.23	-5.78**	1,053
M6	1	0.7223	5.29	1.85*	183	0.4741	7.59	0.94	226
	2	1.0720	3.54	8.15**	724	0.0668	2.75	0.74	920
	3	0.3831	4.79	2.47**	950	-0.1520	1.82	-2.83**	1,155
	4	0.9872	11.82	2.55**	929	-0.2813	2.89	-3.26**	1,123
	5	0.7962	2.61	9.00**	874	-0.0707	0.92	-2.49**	1,044
M7	1	1.0939	2.65	6.57**	254	-0.0009	0.12	-0.16	469
	2	1.0065	5.49	5.47**	889	0.0665	1.41	2.18	2,116
	3	0.7116	4.59	4.94**	1,017	-0.0467	0.90	-2.79**	2,884
	4	1.0374	12.76	2.58**	1,005	-0.0988	1.22	-4.27**	2,792
	5	0.7508	3.65	6.58**	1,021	-0.0317	0.34	-4.59**	2,464

[부표 2] 콜옵션 델타 아웃라이어의 빈도

구간은 $0 \leq \Delta_{call} \leq +1$의 범위에 있는 관찰치들의 관찰도수를 기준으로 구분한 것이다. 구간 1(기대빈도=5%)은 해당 변수가 5퍼센타일 이하인 자료의 도수와 평균이고 구간 2(기대빈도=5%)는 5퍼센타일 초과, 10퍼센타일 이하, 구간 3(기대빈도=15%)은 10퍼센타일 초과, 25퍼센타일 이하, 구간 4(기대빈도=50%)는 25퍼센타일 초과, 75퍼센타일 이하, 구간 5(기대빈도=15%)는 75퍼센타일 초과, 90퍼센타일 이하, 구간 6(기대빈도=5%)은 90퍼센타일 초과, 95퍼센타일 이하, 구간 7(기대빈도=5%)은 95퍼센타일 초과라는 것을 의미한다. 각 구간의 z 값은 실제빈도(구성비율)와 기대빈도의 차이에 대한 z 값이다. **과 *은 z 값이 각각 1%와 5% 유의수준에서 유의함을 나타낸다. $\overline{\Delta}$은 각 구간에서의 델타 평균이다.

구간	구 간 범 위		$\Delta_{call} < 0$					$\Delta_{call} > 1$				
	하한	상한	도수	빈도	z 값	평균	$\overline{\Delta}$	도수	빈도	z 값	평균	$\overline{\Delta}$
지 1	-15.33	-4.77	196	0.03	-0.99	-7.40	-0.02	73	0.02	-1.31	-5.84	1.10
수 2	-4.77	-3.54	193	0.03	-1.01	-4.14	0.00	105	0.02	-1.23	-4.05	1.24
변 3	-3.54	-1.69	723	0.13	-1.67	-2.47	-0.04	571	0.13	-1.37	-2.39	1.25
동 4	-1.69	2.02	4,421	0.78	37.47**	-0.13	-1.21	3,109	0.71	22.90**	0.10	3.37
5	2.02	3.68	77	0.01	-3.35**	2.52	-0.02	391	0.09	-3.39**	2.83	1.15
6	3.68	5.15	27	0.00	-1.08	4.25	-0.03	103	0.02	-1.24	4.33	1.11
7	5.15	11.85	18	0.00	-0.91	8.01	-0.02	56	0.01	-1.28	7.11	1.12
전체			5,655	1.00		-0.74	-0.95	4,408	1.00		0.01	2.73
거 1	10	21	401	0.07	1.92	14	-2.01	723	0.16	14.07**	15	2.52
래 2	21	46	349	0.06	1.00	32	-2.40	689	0.16	12.80**	32	2.88
량 3	46	697	1,140	0.20	4.88**	242	-1.40	1,620	0.37	24.52**	207	2.87
4	697	160,681	2,947	0.52	2.29*	38,753	-0.57	1,219	0.28	-15.60**	22,225	2.61
5	160,681	606,373	546	0.10	-3.50**	313,767	-0.43	86	0.02	-3.39**	314,320	2.67
6	606,373	966,227	142	0.03	-1.36	783,206	-0.75	23	0.01	-0.99	759,680	2.33
7	966,227	6,760,757	130	0.02	-1.41	1,500,795	-0.94	48	0.01	-1.24	1,650,029	2.80
전체			5,655	1.00		104,709	-0.95	4,408	1.00		34,293	2.73
잔 1	1	2	639	0.11	7.31**	1.53	-0.64	653	0.15	11.51**	1.49	2.35
존 2	2	3	405	0.07	2.00*	3.00	-0.85	257	0.06	0.61	3.00	2.28
만 3	3	6	918	0.16	1.05	4.94	-0.91	694	0.16	0.55	4.92	2.40
기 4	6	16	2,653	0.47	-3.18**	11.26	-1.06	2,139	0.49	-1.36	11.50	3.22
5	16	19	714	0.13	-1.78	17.78	-1.05	390	0.09	-3.40**	17.89	1.89
6	19	21	162	0.03	-1.25	20.63	-1.00	131	0.03	-1.07	20.43	1.96
7	21	24	164	0.03	-1.23	22.70	-0.38	144	0.03	-0.95	22.88	2.63
전체			5,655	1.00		9.97	-0.95	4,408	1.00		9.69	2.73
가 1	-87.02	-31.48	844	0.15	13.23**	-45.01	-0.01	-	0.00	n.a.	n.a.	n.a.
격 2	-31.48	-24.84	665	0.12	8.00**	-28.01	-0.02	-	0.00	n.a.	n.a.	n.a.
성 3	-24.84	-14.87	1,357	0.24	9.28**	-19.71	-0.07	16	0.00	-1.64	-17.72	3.42
4	-14.87	7.17	1,821	0.32	-15.19**	-5.36	-0.89	1,014	0.23	-17.19**	1.84	3.11
5	7.17	17.28	510	0.09	-3.78**	11.90	-3.36	1,631	0.37	24.88**	12.12	2.66
6	17.28	23.92	199	0.04	-0.96	20.36	-3.82	784	0.18	16.43**	20.26	2.10
7	23.92	67.45	259	0.05	-0.31	32.65	-4.52	963	0.22	23.99**	33.10	2.96
전체			5,655	1.00		-13.18	-0.95	4,408	1.00		15.68	2.73

[부표 3] 풋옵션 델타 아웃라이어의 빈도

구간은 $-1 \le \Delta_{put} \le 0$의 범위에 있는 관찰치들의 관찰도수를 기준으로 구분한 것이다. 구간 1(기대빈도=5%)은 해당 변수가 5퍼센타일 이하인 자료의 도수와 평균이고 구간 2(기대빈도=5%)는 5퍼센타일 초과, 10퍼센타일 이하, 구간 3(기대빈도=15%)은 10퍼센타일 초과, 25퍼센타일 이하, 구간 4(기대빈도=50%)는 25퍼센타일 초과, 75퍼센타일 이하, 구간 5(기대빈도=15%)는 75퍼센타일 초과, 90퍼센타일 이하, 구간 6(기대빈도=5%)은 90퍼센타일 초과, 95퍼센타일 이하, 구간 $\overline{\Delta}$은 각 구간에서의 델타 평균이다.7(기대빈도=5%)은 95퍼센타일 초과라는 것을 의미한다. 각 구간의 z 값은 실제빈도(구성비율)와 기대빈도의 차이에 대한 z 값이다. **과 *은 z 값이 각각 1%와 5% 유의수준에서 유의함을 나타낸다. $\overline{\Delta}$은 각 구간에서의 델타 평균이다.

구간	구 간 범 위		$\Delta_{put} < -1$					$\Delta_{put} > 0$				
	하한	상한	도수	빈도	z 값	평균	$\overline{\Delta}$	도수	빈도	z 값	평균	$\overline{\Delta}$
지 1	-15.33	-4.45	237	0.05	0.10	-6.36	-1.18	8	0.00	-0.63	-5.87	0.18
수 2	-4.45	-3.43	149	0.03	-0.99	-3.92	-1.20	77	0.01	-1.51	-3.75	0.10
변 3	-3.43	-1.75	560	0.12	-1.88	-2.48	-1.44	251	0.04	-4.83**	-2.35	0.14
동 4	-1.75	1.86	3,026	0.66	17.27**	0.08	-3.59	5,369	0.88	55.42**	-0.04	1.17
5	1.86	3.49	381	0.08	-3.68**	2.60	-1.18	312	0.05	-4.90**	2.61	0.09
6	3.49	4.64	134	0.03	-1.11	3.99	-1.21	69	0.01	-1.48	4.01	0.00
7	4.64	11.85	119	0.03	-1.21	6.86	-1.18	28	0.00	-1.10	6.02	0.51
전체			4,606	1.00		-0.20	-2.79	6,114	1.00		0.02	1.04
거 1	10	30	967	0.21	22.82**	19	-2.98	416	0.07	1.69	19	2.67
래 2	30	91	775	0.17	15.11**	54	-3.06	362	0.06	0.80	56	2.74
량 3	91	2,973	1,708	0.37	25.56**	674	-2.44	1,162	0.19	3.82**	832	1.43
4	2,973	139,931	960	0.21	-18.07**	32,128	-3.00	3,151	0.52	1.73	41,870	0.52
5	139,931	439,440	114	0.02	-3.75**	249,662	-2.72	699	0.11	-2.64**	244,098	0.66
6	439,440	717,669	33	0.01	-1.13	562,958	-3.36	173	0.03	-1.31	554,273	0.87
7	717,669	5,500,837	49	0.01	-1.26	1,271,811	-2.77	151	0.02	-1.43	1,144,004	2.21
전체			4,606	1.00		30,702	-2.79	6,114	1.00		93,586	1.04
잔 1	1	2	658	0.14	10.93**	1.51	-1.94	856	0.14	12.08**	1.48	0.86
존 2	2	3	268	0.06	0.61	3.00	-1.99	414	0.07	1.65	3.00	1.11
만 3	3	6	674	0.15	-0.27	4.99	-2.38	1,067	0.17	2.24*	4.92	0.69
기 4	6	15	1,970	0.43	-6.42**	10.91	-3.74	2,546	0.42	-8.43**	10.72	1.20
5	15	19	741	0.16	0.83	17.25	-1.99	867	0.14	-0.68	17.25	1.19
6	19	21	142	0.03	-1.05	20.50	-2.20	155	0.03	-1.41	20.43	1.33
7	21	24	153	0.03	-0.95	22.82	-1.97	209	0.03	-1.05	22.82	0.66
전체			4,606	1.00		9.95	-2.79	6,114	1.00		9.48	1.04
가 1	-90.85	-21.41	1,027	0.22	25.43**	-32.74	-2.57	198	0.03	-1.14	-34.58	4.76
격 2	-21.41	-14.33	1,005	0.22	24.47**	-17.37	-2.71	228	0.04	-0.88	-17.15	5.18
성 3	-14.33	-3.83	1,856	0.40	30.52**	-9.35	-2.46	617	0.10	-3.41**	-8.96	3.12
4	-3.83	21.13	676	0.15	-18.37**	2.17	-4.00	2,340	0.38	-11.35**	10.42	0.83
5	21.13	31.72	24	0.01	-1.99*	26.07	-7.38	1,351	0.22	7.31**	26.33	0.16
6	31.72	37.35	9	0.00	-0.66	33.71	-4.11	562	0.09	4.56**	34.45	0.11
7	37.35	65.82	9	0.00	-0.66	45.69	-3.57	818	0.13	11.00**	44.40	0.11
전체			4,606	1.00		-14.25	-2.79	6,114	1.00		16.25	1.04

참고문헌

강병진(2012), “옵션시장의 이상반응현상 : 원/달러 장외통화옵션의 사례,” **선물연구**, 20권 4호, pp.365-390.

강소현, 윤선중(2009), “KOSPI200 지수옵션시장에서 조정내재변동성의 정보효과,” **선물연구**, 17권 4호,

강장구, 류두진(2009), “옵션시장에서 GARCH 계열 모형들의 성과비교에 관한 연구,” **한국증권학회지**, 38권 2호, pp.137-176.

김무성, 강태훈(2010), “KOSPI200 지수옵션시장에서의 모멘텀 기대의 영향,” **한국증권학회지**, 39권 2호, pp.225-265.

이재하, 권상수(2001), “코스피200 옵션 내재변동성의 예측력,” **선물연구**, 9권 1호, pp.25-50.

장국현(2001), “한국옵션시장에서의 변동성 예측과 예측성과 비교에 관한 연구,” **선물연구**, 9권 1호.

조 담(2015), “코스피200 지수옵션의 내재변동성,” **선물연구**, 23권 4호, pp. 517~541

Amin, K., J. D. Coval & H. N. Seyhun(2004), “Index Option Prices and Stock Market Momentum,” *Journal of Business* 77, pp.835-874.

Bakshi, G., C. Cao & Z. Chen(1997), “Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models,” *Journal of Finance* 52, pp.2003-2049.

Bing, H.(2007), “Investor Sentiment and Option Prices,” *Review of Financial Studies*, 21-1, pp.387-414.

Black, F. and M. Scholes(1973), “The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy*, 81, pp.637-659.

Cho, D.(2015) “An Empirical Analysis of Price Sensitivity of KOSPI200 Index Options,” J*ournal of Management* 39, pp.69-89.

Garcia, R., E. Ghysels & E. Renault(2002), “Econometics of Option Pricing,” in Yacine A. & Hansen, L. P.(eds), *Handbook of Financial Econometrics*, Elsevier North Holland.

Hull, J. C.(2009), *Options, Futures, and Other Derivatives*, 7th ed., Prentice Hall.

Jackwerth, J. C., & P. Schultz(1990), “Recovering Probability Distributions from Option Prices,” *Journal of Finance* 51, pp.1611-31.

Kim, I. J. & S. Kim(2004), “Empirical Comparison of Alternative Stochastic Volatility Option Pricing Models : Evidence from Korean KOSPI200 Index Options Market,” *Pacific-Basin Finance Journal*, 12, pp.117-142.

Low(2004), “The Fear and Exuberance from Implied Volatility of S&P 100 Index Options,” *Journal of Business*, 77-3, pp.527-546.

Poteshman, A. M.(2001), “Underreaction, Overreaction, and Increasing Misreaction to Information in the Options Market,” *Journal of Finance* 56, pp.851-876.

Stein, J.(1989), "Overreactions in the Options Market," *Journal of Finance* 50, pp.1011–1022.

Shefrin, H.(2007), *Behavioral Corporate Finance : Decisions that Create Value*, McGraw–Hill. 조담(번역), **행태과학으로 본 재무관리**(청람, 2012), 제1장.

Taleb, N. N.(2007), *The Black Swan: The Impact of The Highly Improbable*, Penguin.

Abstract: Delta of the KOSPI 200 Index Options

Dam Cho
(damcho.chonnam.ac.kr)
Revised: November 6, 2016

This paper is an empirical study on the delta of the KOSPI 200 index options, which measures the sensitivity of option prices to the index changes. I used the daily price data of the nearest-maturity contracts from January 4, 2010 to June 9, 2016(total of 1,591 days).

The major findings are as follows; Firstly, as expected, the deltas increase from 0 to 1 for call options and from -1 to 0 for put options respectively as moneyness increases. Secondly, deltas do not have explicit relationship to days to the maturity. Thirdly, deltas of call option become smaller to the positive momentum, and those of put option become larger to the negative momentum. This finding means that call and put option prices become less sensitive to the upward or downward movement of the KOSPI 200.

The last and most important findings are those about to the outliers of delta. The outlier for call option is defined as $\Delta_{\text{call}} < 0$ or $\Delta_{\text{call}} > 1$, and the outlier for put option is that of $\Delta_{\text{put}} < -1$ or $\Delta_{\text{put}} > 0$. The frequency percentage of outliers is 32.6% for call option and 31.2% for put option. These numbers are thought to be unexpectedly large and probably explain why so many investors take options as speculation or gambling.

The frequencies of outliers closely related to such option features as daily index change, daily trading volume, days to the maturity and moneyness. Among them, the occurrence of outliers appears to be closely related to option moneyness; the outliers larger than 1 for call options and smaller than -1 for put options are observed more frequently than expected for in-the-money options, which shows overreaction to good news and can be regarded as an evidence of overconfidence among option traders.

Key words: index option, delta, overreaction, moneyness, outlier.