최적화 방법의 포트폴리오 투자 개선 및 그 적용: 상관관계행렬의 추정방법 제안*

엄 철 준 (부산대학교 경영대학)

요약

본 연구는 한국주식시장에서 상관행렬 추정방법을 통한 Markowitz(1952) 최적화함수의 포트폴리오 투자 실무 개선의 연구목적을 실증 조사하였다. 제안하는 상관행렬은 표본상관행렬에 포함된 시장요인의 속성을 제거한 상관행렬(비시장상관행렬)이다. 비교대상은 표본상관행렬과 함께 기존연구에서 개선효과를 갖는 상관행렬들(일정상관행렬, 시장요인 상관행렬, 3요인 상관행렬, shrinkage 상관행렬)로부터의 최적화 포트폴리오, 그리고 동일가중 및 가치가중 포트폴리오이다. 검증결과에 의하면, 표본상관행렬을 이용한 최적화함수는 이론적으로 기대하는 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성하지 못한다. 비시장상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오 구성하고, 이를 통해 낮은 위험과 높은 투자성과를 달성한다. 입력변수(기대수익, 표준편차) 예측오류에 대하여, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 현저히 작은 민감도 크기를 보인다. 이상의 검증결과를 통해, 본 연구는 비시장상관행렬이 최적화함수의 포트폴리오 투자 개선뿐만 아니라 입력변수 예측오류로부터의 위험 축소에 대한 비교우위를 갖는 방법임을 견고한 실증적 증거로 확인하였다.

주요단어: 최적화함수, 상관행렬, 확실성조건, 불확실성조건, 민감도분석, 시뮬레이션

---

* 이 논문은 '2018년도 한국파생상품학회 학술연구지원사업(FnGuide 후원)'의 지원을 받아 연구되었음.

Ⅰ. 서론

금융 분야에 있어서 포트폴리오 투자는 학문적 뿐만 아니라 실무적으로 오랫동안 널리 활용되고 있는 투자전략이다. 포트폴리오는 분산투자를 통해 극단적 손실을 피할 수 있는 방법이고, 분산투자의 개념은 탈무드(Duchin and Levy, 2009; Tu and Zhou, 2011)[1]와 셰익스피어문학(베니스의 상인(1596), Markowitz, 1991, 1999; Rubinstein, 2002)[2]에서도 언급되는 가장 오래된 금융투자기법들 중에 한가지이다. Markowitz(1952)는 위험과 수익 관계에서 분산투자를 과학적 자산배분의 방법을 통해 결정하는 최적화함수를 제시함으로서 현대 포트폴리오 이론의 중요한 근간을 제공하였고, 그 공로로 1991년 경제학 노벨상을 받았다. 그가 제안한 최적화함수는 주어진 포트폴리오 위험에 대해 가장 큰 포트폴리오 수익을 갖도록 혹은 주어진 포트폴리오 수익에 대해 가장 작은 포트폴리오 위험을 갖도록 구성주식들에 대한 투자비중을 결정한다. 여기서 최적화함수의 주어진 조건인 포트폴리오 수익과 위험을 결정하는 것은 포트폴리오를 구성하는 주식들의 미래 투자기간에 대한 기대수익, 표준편차, 상관행렬의 3가지 입력변수들이다. 최적화함수의 자산배분기능에 의해 구성된 잘 분산 투자된 포트폴리오는 위험과 수익차원의 지배이론을 만족시키는 효율적 포트폴리오이다. 결국, 미래기간의 입력변수들이 주어진다면, 이를 최적화함수에 대입하여 위험과 수익차원에서 지배이론을 만족시키는 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성한다. 그런데, 실무적으로 미래기간 입력변수의 예측오류를 피할 수 없기 때문에, 입력변수의 예측오류를 축소할 수 있도록 최적화함수로부터 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성하는 방법을 고안하는 노력이 지속적으로 이루어지고 있다. 본 연구도 이러한 연구방향의 일환이다.

위험과 수익차원에서 효율적 포트폴리오를 생성하는 최적화함수는 실무 포트폴리오 투자에서 필요로 하는 3가지 기능, 즉 시장예측, 자산선택, 자산배분 중에서 자산배분기능을 효과적으로 제공할 것으로 기대한다. 금융 분야에서 Fama (1970, 1991)은 주식가격 예측을 통한 초과수익 달성에 부정적인 효율적 시장가설을 제안하였다. Brinson, Hood and Beebower(1986, 1991)는 미국 연기금 펀드매니저에게 시장예측능력과 자산선택능력이 있다고 인정하기 어렵다는 주장과 함께, 연기금 펀드 성과변화의 90%이상이 자산배분능력에 의하여 설명된다는 실증적 증거를 제시하였다. 즉, 이론적으로 미래기간 입력변수들이 주어진 것으로 가정하는 Markowitz(1952)의 최적화함수와는 달리, 실무 포트폴리오 투자에서는 예측오류를 갖는 입력변수를 최적화함수에 적용할 수밖에 없다. 그러므로 최적화함수는 입력변수 오류에도 불구하고 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성함으로서 예측오류의 영향력을

---

1) 2천년 전 탈무드에서 '자신의 돈을 세 부분으로 나누어라. 삼분의 일은 토지에, 삼분의 일은 사업에, 그리고 나머지 삼분의 일은 현금으로 보유하라.'는 내용으로 분산투자의 개념을 제시한다. 즉, 동일가중 포트폴리오 방법에 의한 분산투자에 해당한다.

2) Rubinstein (2002, p.1041)는 베니스의 상인에 포함된 대사를 인용하여 분산투자의 개념을 제시한다. 베니스 상인의 대사는 다음과 같다. '사업은 완전하게 믿을 수 없다 (*My ventures are not in one bottom trusted,*). 내 재산을 한 곳에 모두 걸거나 땅에 모두 쏟아 붓지 않아(*Nor to one place, nor is my whole estate*). 따라서 사업이 금년 한 해의 운에 달려있지 않아(*Upon the fortune of this present year.*).'

축소할 것으로 기대된다. 한편, 기존연구들은 최적화함수가 입력변수 오류에 매우 민감하다는 실증적 증거를 제시한다. Michaud(1989)는 입력변수 오류에 대한 조정과정 없이 최적화함수에 사용하는 경우, 최적화함수는 포트폴리오 투자에 매우 부적절한 자산배분 정보를 제공한다는 것을 지적하였다. Best and Grauer(1991), Jorion(1992) 등도 Michaud(1989)의 연구를 지지하는 증거를 제시하였다. 즉, 예측오류를 갖는 입력변수를 최적화함수에 적용하면, 입력변수의 오류는 최적화함수를 통해 그 영향력이 축소되는 것이 아니라 오히려 더욱 증폭된다는 것을 보였다. 이는 입력변수 오류로 인해 최적화함수는 구성주식들에 대한 편중된 투자비중을 배분하고, 이를 이용하여 산출된 포트폴리오 수익과 위험이 이론적 기대와 달리 몇몇 구성주식들의 고유한 속성에 의존하기 때문이다. 입력변수들 중에서 기대수익 오류가 표준편차 오류보다 최적화함수의 결과에 보다 심각한 영향을 미친다는 것을 제시하였다.

본 연구는 입력변수 오류에 대한 최적화함수의 민감도 문제점은 최적화함수의 입력변수에 대한 선호경향이 입력변수 오류의 영향력을 보다 증폭시키는 원인을 제공할 수 있다는 점을 고려한다. 여기서, 최적화함수의 입력변수에 대한 선호경향은 목적함수에 있다. 최적화함수로부터 생성되는 최적화 포트폴리오는 대표적으로 최소분산 포트폴리오(global, minimum variance portfolio, GMVP)와 접선 포트폴리오(tangency portfolio, TP)가 있다. 최소분산 포트폴리오는 최적화함수의 위험 최소화 목적함수를 만족시키도록 구성주식들의 투자비중으로 구성된다. 접선 포트폴리오는 투자성과(샤프성과지수) 최대화의 목적함수를 만족시키는 구성주식들의 투자비중으로 구성된다. 목적함수에 있어서 포트폴리오 위험은 구성주식들 각각의 표준편차와 구성주식들 간의 상관관계로 결정되고, 포트폴리오 투자성과는 포트폴리오 기대(초과)수익(분자항목)과 포트폴리오 표준편차(분모항목)에 의해 결정된다. 따라서 위험최소화의 목적함수는 포트폴리오 구성주식들 중에서 낮은 표준편차를 갖는 주식들 혹은 낮은 상관행렬을 갖는 주식들을 보다 선호하고, 그 결과로 이들 주식들에 보다 높은 투자비중을 배분하는 경향이 있다. 투자성과 최대화의 목적함수는 포트폴리오 구성주식들 중에서 높은 기대수익을 갖는 주식들 혹은 낮은 표준편차를 갖는 주식들을 보다 선호하고, 그 결과로 이러한 속성을 갖는 주식들에 보다 높은 투자비중을 배분하는 경향이 있다. 따라서 미래기간의 입력변수 오류와 최적화함수의 입력변수에 대한 선호경향의 결합을 통해, 최적화함수는 구성주식들에 대한 매우 편중된 투자비중을 배분할 가능성이 매우 높다. 물론, 이러한 과정에서 이론에서 기대하는 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성하기 어렵다.

금융경제의 계량적 접근법에 근거하여 미래가치를 예측하는 방법들은 일반적으로 과거자료를 이용한다. Ledoit and Wolf (2004)는 미래기간 주식가격 움직임에 대한 제한적 정보를 갖는 펀드매니저 혹은 경제전문가의 지원 없이 과거자료만을 이용하는 통계학자로부터 미래기간 주식가격의 예측력을 기대하기 어렵지만, 통계학자는 과거자료를 이용하여 공분산(상관행렬)에 관한 유용한 정보를 제공할 수 있다는 근거로 공분산(상관행렬)의 통계적 추정치를 제시하였다. Elton, Gruber and Spitzer (2006)는 약형 효율적 시장가설에서 언급하는 것

은 과거정보로부터 미래 주식수익률을 예측할 수 없다는 것이지 미래 상관행렬을 예측하는 데 과거자료가 유용하지 않다는 것을 언급하는 것이 아님을 추론하고, 상관행렬의 예측치를 제시하였다. 즉, 포트폴리오 구성주식들 간의 상관행렬은 예측범주에 의존하는 입력변수(기대수익, 표준편차)와는 달리, 구성주식들 간의 관계에 대한 측정치이기 때문에 모든 주식들 각각의 관계에 대한 상관관계를 예측하는 것은 현실적으로 어렵다. 결국, 과거자료로부터 산출할 수밖에 없는 상관행렬의 특징을 고려한다면 상관행렬의 추정방법은 최적화함수의 실무적 적용력 개선에 기여할 수 있다. 더욱이, 상관행렬은 위험과 수익 차원에서 지배이론을 만족시키는 보다 효율적 포트폴리오를 구성하는데 결정요인이기도 하다. 즉, 낮은 상관관계를 갖는 주식들이 높은 상관관계를 갖는 주식들 보다 포트폴리오 위험을 효과적으로 축소하고 보다 더 효율적인 포트폴리오를 구성할 수 있게 한다는 포트폴리오 이론의 일반적 동의이다. 따라서 본 연구는 상관행렬 추정방법에 중점을 두고 최적화함수의 실무 적용력 개선의 연구방향이다.

기존연구들은 상관행렬 추정방법의 고안을 통해 최적화함수의 실무적 문제점의 개선 성과를 보고한다. Markowitz(1952)의 최적화함수 실무적용 문제점을 지적한 Michaud(1989), Best and Grauer(1991), Jorion(1992) 등은 입력변수로 표본상관행렬을 이용하였다. 본 연구는 기존연구에서 제안된 상관행렬 추정방법을 세가지로 분류한다. 먼저, 상관행렬의 크기를 조정하는 추정방법이다. Elton and Gruber(1973), Elton, Guber and Ulrich(1979)는 처음으로 포트폴리오 구성주식들 간의 상관행렬 크기를 조정한 일정상관행렬(constant correlation matrix)의 추정방법을 고안하였다. 이는 과거기간 상관행렬의 평균은 미래기간 상관행렬의 평균과 동일하다는 관찰에 근거한다. 최근 Elton, Gruber and Spitzer (2006)은 산업내 상관행렬의 평균을 이용한 일정상관행렬 방법의 확장성을 보고하였다. 결국, 이 방법은 포트폴리오 구성주식들 간의 상관행렬을 상수로 고정함에 따라 최적화함수의 결과물은 기대수익과 표준편차의 입력변수에 의존한다. 다음으로 상관행렬에 포함된 다양한 속성들을 조정하는 추정방법이다. 표본상관행렬은 포트폴리오 구성주식들에 관련된 모든 속성들을 포함한다. 포트폴리오 구성주식들 내에서 공통성(commonality)을 갖는 주식들 간에는 높은 상관관계를 갖기 때문에 최적화함수의 입력변수 선호경향에 따라 투자비중 배분의 기피대상이 될 가능성이 있다. 반면에 공통성이 거의 없는 주식들 간에는 낮은 상관관계를 갖기 때문에 최적화함수는 이들 주식들에 편중된 높은 투자비중을 배분하는 경향을 갖는다. 여기서 공통성은 가격결정모형에서 주식가격 변화를 유의적으로 설명할 수 있는 공통요인의 속성에 해당한다. 즉, 표본상관행렬을 이용한 최적화함수는 구성주식들에 골고루 투자비중을 배분하기 보다는 몇몇 주식들에 편중된 투자비중을 배분함에 따라 최적화 포트폴리오는 몇몇 주식들의 속성에 높은 의존성을 보이고, 특히 미래기간 공통요인의 변화를 반영하지 못하는 문제점을 갖는다. 기존연구들은 이러한 문제점을 개선하는 방법을 고안하였다. 예를 들어, Chan, Karceski and Lakonishok(1999)는 Sharpe(1963)의 단일(시장)요인모형, Fama & French(1993)의 3요인모형, 그리고 다수의 요인으로 구성된 다요인모형 등에서 추정된 공통요인의 요인부하량(factor loading)으로부터 상관행렬을 추정한다. 즉, 공통요인들의 속성

만을 반영한 상관행렬을 이용함으로서 높은 공통성을 갖는 주식들에 대한 투자비중 기피의 문제점을 극복하는 것이다. 실증적으로 Chan et al (1999)는 표본상관행렬로부터의 최적화 포트폴리오보다 실무적으로 개선된 최적화 포트폴리오를 생성할 수 있다는 비교연구의 결과를 보고하였고, 특히 시장요인 속성을 반영한 상관행렬로부터의 최적화함수가 비교우위를 갖는다는 증거를 제시하였다. 결국, 이 반법은 포트폴리오를 구성하는 주식들 간의 상관행렬에 포함된 공통성을 고려함으로써 최적화함수의 실무 적용을 개선할 수 있다는 것을 확인하였다. 마지막으로, 전통적 표본상관행렬과 구조화된 상관행렬을 가중 평균한 상관행렬을 이용하는 방법이다. 표본상관행렬은 포트폴리오 구성주식들에 관련된 모든 정보를 포함하는 비구조화된 상관행렬인 반면에, 공통요인을 반영한 상관행렬은 통제된 정보만을 포함하는 구조화된 상관행렬이다. 가중평균방법은 두가지 상관행렬에 포함된 정보를 조정하는 것이다. 이는 Ledoit and Wolf(2003, 2004)에 의하여 고안된 shrinkage방법이다. 고안된 방법의 핵심인 가중치는 시간흐름에 따라 추정되는 공분산행렬의 추정오류를 최소화시키는 목적의 수리적 추정치이고, 결정된 가중치는 주식들의 공통성에 대한 조정비중 역할을 한다.[3] 따라서 시간 흐름에 따라 가변적인 정보에 근거하여 공통성 정도가 높은 기간에 가중치는 높은 값을, 반대의 경우에는 낮은 값을 갖도록 조정한다. 이들은 일정상관행렬(Ledoit and Wolf, 2003)과 단일요인 상관행렬(Ledoit and Wolf, 2004) 각각에 표본상관행렬을 가중 평균한 상관행렬이 다른 상관행렬로부터의 최적화함수에 비교하여 우위를 갖는다는 실증적 증거를 제시하였다. 따라서 본 연구는 표본상관행렬에 포함된 다양한 속성들의 통제에 근거를 둔 연구방향의 일환이다.

본 연구에서 채택한 상관행렬은 기존연구들과 같이 상관행렬에 포함된 속성을 조정하는 방법이지만, 기존연구들과 달리 대표적 공통요인인 시장요인의 속성을 제거한 상관행렬을 이용한다. 금융 분야는 전통적으로 통계적 방법(주성분분석 등)에 근거하여 시장요인(가장 큰 고유치), 산업요인(두번째부터 큰 고유치들) 등의 공통요인들을 추출해왔다(King, 1966; Roll and Ross, 1980; Trzcinka, 1986; Brown, 1989; Connor and Korajczyk, 1993 등). 주식자료로부터 추출되는 공통요인들은 선택된 표본 크기에 영향을 받지만, 표본에 관계없이 가장 큰 고유치는 시장요인의 속성을 갖는다(Eom, Jung, Kaizoji and Kim, 2009 등). 시장에서 거래되는 주식들은 상승과 하락의 시장상황 변화에 독립적일 수 없기 때문에 공통성으로 시장요인 속성을 포함한다. 특히, 시장붕괴 기간에 주식들에 포함된 시장요인의 공통성 강도는 급격히 증가하는 경향이 확인된다(Eom, Park, Kim and Kaizoji, 2015 등). 기존연구들에 근거하면, 시장요인은 표본 크기에 관계없이 모든 주식들에 포함된 공통성이기 때문에 주식들 간의 상관관계 크기를 증가시킨다. 이는 낮은 상관행렬이 잘 분산 투자된 보다 효율적인 포트폴리오를 구성한다는 포트폴리오 이론의 일반적 동의에 부정적 위치에 있고, 더욱이 최적화함수의 현실적용 문제점 중에 하나인 최적화함수의 입력변수 선호경향 때문에

3) Ledoit and Wolf(2004, p.115)는 논문의 부록에 shrinkage 가중치를 산출하는 수리적 과정을 구체적으로 제시하였고, 또한 수리적 과정에 대한 프로그램 코드(matlab m-file)를 Wolf의 홈페이지(http://www.econ.uzh.ch/faculty/wolf.html)에 오픈소스로 공개하고 있다. 본 연구에서 설계한 실증과정에서 shrinkage 추정방법에 관련된 부분은 그들이 제공한 오픈소스를 다운받아 이용한다.

높은 상관관계를 갖는 주식들은 최적화함수로부터 투자비중 배분의 기피대상이 된다. 따라서 포트폴리오를 구성하는 주식들 간의 상관행렬에 포함된 시장요인 속성은 최적화함수로부터 기대되는 잘 분산 투자된 포트폴리오의 구성에 부정적인 영향을 미칠 수 있다(Eom and Park, 2017; Eom, 2017 등). 최근 Eom and Park (2018)은 시장요인 속성을 제거한 상관행렬을 이용한 최적화함수로부터 도출된 최적화 포트폴리오의 투자성과가 다른 상관행렬 추정방법을 이용한 최적화 포트폴리오의 투자성과에 비교하여 질적 우위에 있다는 실증적 증거를 보고하였다. 이러한 비교우위는 보다 잘 분산 투자된 최적화 포트폴리오를 구성할 수 있고, 이를 통해 포트폴리오 위험을 보다 낮게 만들며, 낮은 포트폴리오 위험이 위험-수익 차원의 투자성과 크기를 증가시킬 수 있다는 것에 있다. 특히, 시장요인 속성이 제거된 상관행렬을 이용한 최적화함수는 입력변수 기대수익과 표준편차의 예측오류로부터의 최적화 포트폴리오 수익과 위험에 대한 영향력(민감도)을 현저하게 감소시키고, 시장붕괴기간에는 매우 낮은 위험수준을 안정적으로 유지한다는 비교우위를 보고한다. 따라서 본연구는 시장요인 속성을 제거한 상관행렬을 이용한 최적화함수의 실무 적용 개선에 대한 실증적 조사에 연구방향을 둔다.

본 연구는 전통적인 Markowitz(1952)의 최적화함수에 대한 실무적용 개선을 위해 상관행렬 추정방법 고안의 연구목적을 1990년~2017년 한국주식시장의 유가증권시장에서 거래된 주식들을 대상으로 수행한다. 기존연구에 근거하여 제안하는 상관행렬의 추정방법은 시장요인의 속성이 제거된 상관행렬이고, 주요 실증설계는 Eom and Park(2018)의 연구에 둔다. 즉, 시장요인의 속성을 제거한 상관행렬과 비교대상의 다양한 상관행렬의 추정방법에 대하여, 확실성과 불확실성의 2가지 조건부에서 기대수익과 표준편차에 대한 최적화함수의 결과물 비교분석이다. 여기서 확실성 조건부는 기대수익과 표준편차에 예측오류가 없는 경우이고, 불확실성 조건부는 이들 입력변수들에 예측오류를 포함한 경우이다. 따라서 각 조건부의 가정은 상이한 세부 연구목적을 갖는다. 확실성 조건부는 상관행렬 추정방법별 최적화함수로부터 도출된 최적화 포트폴리오(최소분산 포트폴리오, 접선 포트폴리오)의 비교우위를 포트폴리오 수익, 위험 및 분산투자 각각의 관점에서 비교 관찰하는 것이다. 반면에 불확실성 조건부는 상관행렬 추정방법별 기대수익과 표준편차의 입력변수 예측오류가 최적화함수로부터 도출된 최적화 포트폴리오에 미치는 영향력 크기를 민감도 분석을 통해 조사한다. 여기서 민감도는 진정한 값(예측오차가 없는 상황, 즉 확실성 조건부의 검증결과)에서 거짓된 값(예측오차가 있는 상황, 즉 불확실성 조건부의 검증결과)의 차이로 측정된다. 한편, Eom and Park(2018)의 연구에 근거를 둔 연구목적 및 실증설계이지만, 본 연구는 Markowitz(1952) 최적화함수의 실무적용 개선의 연구목적을 달성하기 위하여 보다 견고한 검증과정으로 다음의 차별점과 기여도를 갖는다. 첫째, 최적화 포트폴리오에 대한 대표적 비교대상인 비최적화 포트폴리오에 대한 견고한 비교분석을 한다. 즉, DeMiguel, Garlappi, and Uppal(2009), Duchin and Levy(2009), Tu and Zhou(2011) 등의 기존연구들은 위험과 수익차원에서 최적화함수로부터의 최적화 포트폴리오(최소분산 포트폴리오)의 수익과 위험이 동일가중 포트폴리오의 수익과 위험에 비교하여 우위를 갖기 어렵다는 증거를 제시한다.

따라서 본 연구는 비교대상 비최적화 포트폴리오로 동일가중 포트폴리오와 함께 가치가중 포트폴리오도 비교 관찰한다. 또한, 최적화함수로부터의 최적화 포트폴리오를 목적함수에 따라 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오로 구분하고, 각각을 위험과 수익차원에서 비최적화 포트폴리오와 비교 관찰한다. 둘째, 실증설계의 변화에 따른 검증결과의 질적 유사성을 추가적으로 확인한다. 기존연구에 비교하여 보다 다양한 시장상황의 변화를 고려하기 위하여 검증기간은 1990년 7월부터 2017년 6월까지 27년의 장기간을 설정한다. 실무적 미래 투자기간의 길이 반영을 위해 기본적으로 3개월(108가지 하위기간)을 설정하고, 미래 투자기간 길이의 변화에 따른 영향을 확인하기 위하여 추가적으로 6개월(54가지 하위기간)과 12개월(27가지 하위기간)에 대한 동일한 검증과정을 수행한다. 즉, 미래 투자기간 길이의 변화에 따른 검증결과의 질적 유사성을 확인할 수 있다. 또한 각 하위기간별 분석대상 주식집단은 검증 직전월에서 모든 주식들의 시장가치(market capitalization) 기준으로 상위 200개의 주식을 선택한다. 이유는 최적화함수의 자산배분기능은 개인투자자 보다는 기관투자자들에 적합하기 때문에, 높은 유동성을 갖는 대규모 주식들을 선택한다. 그리고 포트폴리오 구성주식의 숫자를 기본적으로 50개로 설정하고, 그 숫자를 100개까지 확대한다. 즉, 포트폴리오 구성주식 숫자의 변화에 따른 검증결과의 질적 유사성을 확인할 수 있다. 이상의 언급과 함께, 확실성과 불확실성 각각의 조건부에 대한 세부 연구목적을 만족시키는 반복실험 시뮬레이션 설계와 입력변수 예측오류 생성기도 포함한다.

본 연구에서 관찰된 주요 검증결과를 요약 정리하면 다음과 같다. 첫째, Markowitz(1952)의 최적화함수는 기본적으로 표본상관행렬과 기존연구에서 제안된 상관행렬 추정방법으로부터 이론에서 기대하는 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성하지 못한다. 둘째, 대표적 비교 포트폴리오인 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오 모든 구성주식이 투자비중을 갖는 사전적으로 잘 분산 투자된 포트폴리오이지만 가치가중 포트폴리오는 일부 구성주식들에 집중화된 투자비중 배분의 경향을 보인다. 셋째, 본 연구에서 채택한 비시장상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오는 다른 상관행렬을 이용한 최적화 포트폴리오에 비교하여 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오 구성을 통해 위험 최소화와 투자성과 최대화의 목적함수를 달성한다. 특히 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오에 비교하여 60%수준의 위험 크기만을 부담한다. 넷째, 최적화함수의 입력변수(기대수익, 표준편차) 예측오류에 대한 영향력을 민감도 분석한 결과에 의하면, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오가 다른 상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오보다 입력변수 오류에 대한 민감도의 크기가 현저히 작다. 이는 미래기간 입력변수에 대한 예측오류를 피할 수 없는 현실에서 실무투자를 개선할 수 있는 중요한 기여점이다. 이상의 검증결과는 반복실험 시뮬레이션과 오류 생성기를 통해 실증설계의 변경(미래 투자기간 길이의 변경, 포트폴리오 구성주식 숫자의 변경)에 관계없이 견고함을 확인하였다.

본 연구는 서론에 이어 다음 장에서는 실증설계 내용으로 자료 및 기간, 그리고 주요 방법들을 소개한다. Ⅲ장은 실증설계로 확실성 조건부와 불확실성 조건부에 대한 검증결과로 구

분 제시한다. 우선 상관행렬 추정방법별로 최적화함수로부터 도출된 최적화 포트폴리오 간의 비교 관찰, 비최적화 포트폴리오와의 비교 관찰의 검증결과를 제시한다. 다음으로, 상관행렬 추정방법별로 입력변수 기대수익과 표준편차의 예측오류에 대한 최적화 포트폴리오의 영향을 민감도 분석을 통해 관찰한 검증결과를 제시한다. Ⅳ장은 결론 및 시사점을 언급한다.

Ⅱ. 실증설계

2.1. 자료 및 기간

본 연구는 1990년 7월부터 2017년 6월의 기간에서 한국주식시장의 유가증권시장에서 상장 및 상장 폐지된 모든 주식들을 포함한 1,114개 개별주식들을 분석에 이용한다. 주식가격 및 수익률이외 투자성과 측정에 필요한 무위험이자율(통화안정증권 364일), 단일요인(시장)모형과 Fama-French 3요인(시장위험프리미엄(RMRF), 기업규모프리미엄(SMB), 가치프리미엄(HML))모형의 추정에 필요한 시장수익률과 기업규모, 장부-시장가치 등의 회계자료도 함께 이용한다. 3요인의 추정방법은 Fama and French(1993)의 연구를 따른다. 전체 검증기간에 있어서, 각 하위기간은 다음과 같이 설정한다. 하위기간은 최적화함수로부터 포트폴리오 구성주식들에 대한 투자비중을 산출하는 과거기간과 산출된 투자비중을 다음기간의 실제 주식자료에 적용하는 미래 투자기간으로 구분된다. 미래 투자기간은 매년 7월에서 미래로 3개월의 기간길이를 갖고, 과거기간은 매년 6월에서 과거로 12개월의 기간길이를 갖는다. 즉, 총 기간길이는 15개월이다. 하위기간의 기간이동은 미래 투자기간이 겹치지 않도록 설정하였기 때문에, 전체 검증기간에서 총 108가지의 하위기간이 있다. 각 하위기간에서 선택되는 주식들은 다음의 조건을 만족한다. 첫째, 한국증권거래소의 산업분류에 따라 제조업에 속하는 주식들 중에서 12월을 결산월로 갖는 주식들이다. 본 연구는 Fama and French(1993)의 3요인모형으로부터 추정된 상관행렬을 검증과정에 채택하기 때문에, 요인산출과정에 포함된 개별주식들만을 포함한다. 둘째, 각 하위기간에서 모든 자료 정보를 갖는 주식들이다. 셋째, 과거기간에서 최소 5개월 이상 동안에 0이 아닌 의미 있는 가격자료를 갖는 주식들을 선택한다. 넷째, 비음(-)의 시장가치와 비음(-)의 장부가치를 갖는 주식들이다. 마지막으로, 앞의 모든 조건을 만족하는 주식들은 전체 검증기간에서 최소 344개에서 최대 539개의 범위에 있고, 이들 주식들 중에서 과거기간 매년 6월에 시장가치 기준으로 높은 값을 갖는 상위 200개의 주식들만을 분석에 이용한다. 즉, 기관투자자들의 주요 투자대상인 대규모 주식들을 선택가능 주식집합(universe)으로 설정한다.

2.2. 검증방법

본 절에서는 설정된 연구목적을 실증적으로 검증하기 위해 채택한 주요 방법들 및 그 내용을 간단히 소개한다. 즉, 최적화함수, 상관행렬 추정방법, 반복실험 시뮬레이션 설계, 그리

고 입력변수 예측오류 생성기 설계이다.

먼저, 최적화함수를 소개한다. Markowitz(1952)의 최적화함수는 위험과 수익 차원에서 지배이론의 원리를 수리적으로 만족한다. 지배이론은 위험과 수익차원에서 수익이 일정하게 주어진다면, 가장 작은 위험을 갖는 투자대상을 선호하고, 반대로 만약 위험이 일정하게 주어진다면 가장 큰 수익을 갖는 투자대상을 선호하는 것이다. 즉, 위험과 수익 차원에서 객관적 투자의사결정의 기준이다. 최적화함수는 이를 목적함수와 제약식에 반영하여 최적화 포트폴리오를 생성하고, 최적화 포트폴리오는 목적함수에 따라 최소분산 포트폴리오(GMVP)와 접선 포트폴리오(TP)를 각각 생성한다. 최적화 포트폴리오인 식(1)의 최소분산 포트폴리오는 위험 최소화를 목적함수로 도출된 포트폴리오들 중에서 가장 작은 위험을 갖는 포트폴리오이다. 즉, 포트폴리오 위험의 최소화를 우선적으로 실현한다. 즉,

$$\text{목적함수: 위험 최소화 } \sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j}} \qquad (1)$$

$$\text{제약식1: } E(R_p) = \sum_{j=1}^{n} E(R_j) = K \ (K\text{=일정상수})$$

$$\text{제약식2: } \sum_{j=1}^{n} w_j = 1.0$$

$$\text{제약식3: } w_j \geq 0$$

최적화 포트폴리오인 식(2)의 접선 포트폴리오는 투자성과 최대화를 목적함수로 도출된 포트폴리오이다. 즉, 포트폴리오 투자성과 최대화를 우선적으로 실현한다. 즉,

$$\text{목적함수: 투자성과 최대화 } \theta_p = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p} \qquad (2)$$

$$\text{제약식1: } \sum_{j=1}^{n} w_j = 1.0$$

$$\text{제약식2: } w_j \geq 0$$

위의 식에서 알 수 있듯이, 최적화함수로부터 산출되는 최적화 포트폴리오에 영향을 미칠 수 있는 추가적인 제약식을 포함하지 않고, 투자비중에서 실무 관점을 고려해 공매(short-sale)를 허용하지 않는다($w_j \geq 0$). 최적화함수의 입력변수는 기대수익($E(R_j)$), 표준편차(σ_i, σ_j), 상관행렬($\rho_{i,j}$)이고, 결과변수는 구성주식들에 대한 투자비중(w_i, w_j)이다. 최적화 포트폴리오는 산출된 구성주식의 투자비중을 반영한 포트폴리오이고, 구성주식들에 투자비중을 편중된 배분 없이 골고루 잘 배분하여 몇몇 주식들의 개별적 속성에 의존하지 않도록 만든 잘 분산 투자된 포트폴리오이다. 즉, 식(1)과 식(2)로부터 이론적으로 위험과 수익 차원에서 최적화함수의 목적함수에 따라 잘 분산 투자된 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오의 생성을 기대한다.

이제, 본 연구에서 채택한 상관행렬의 추정방법들을 소개한다. 최적화함수에 적용한 상관행렬의 추정방법은 표본상관행렬(sample correlation matrix, SC)을 포함해 총 9가지이다. 본 연구에서 최적화함수의 실무적용 개선을 위해 채택한 상관행렬은 Eom(2017), Eom and Park(2018) 등에서 제안한 시장요인의 속성을 제거한 상관행렬(non-market correlation matrix, NC)이다. 비교대상 상관행렬은 다음과 같다. 전통적 최적화함수 검증과정에 이용되는 표본상관행렬(SC), Elton and Gruber(1973), Elton, et al.(1979) 등에 의해 제안된 일정상관행렬(constant correlation matrix, CC), Chan, et al.(1999) 등에 의해 적용된 Sharpe(1963)의 단일요인모형 상관행렬(market correlation matrix, MC)과 Fama and French(1993)의 3요인모형 상관행렬(Fama-French 3-factor correlation matrix, FF3C)이다. 그리고 Ledoit and Wolf(2003, 2004)에 의하여 고안된 shrinkage상관행렬이다. 즉, 비구조화된 표본상관행렬(SC)과 구조화된 상관행렬(NC, CC, MC, FF3C)간의 가중평균된 상관행렬(shNC, shCC, shMC, shFF3C)을 이용한다. 각 상관행렬별 구체적인 추정방법은 논문의 지면관계로 〈부록 A〉에 간단히 소개한다. 한편, 9가지 상관행렬들 중에서 단일요인모형의 상관행렬(MC)과 시장요인의 속성이 제거된 상관행렬(NC)의 비교관점이 필요하다. 표본상관행렬은 포트폴리오를 구성하는 주식들에 관련된 모든 속성을 포함한다. 단일요인모형의 상관행렬은 표본상관행렬에 포함된 속성들 중에서 시장요인의 속성만을 포함한 상관행렬이고, 반면에 시장요인의 속성을 제거한 상관행렬은 표본상관행렬에 포함된 속성들 중에서 시장요인의 속성만을 제거하고 나머지 모든 속성을 갖는 상관행렬이다. 따라서 두가지 상관행렬의 차이를 통해 시장요인 속성의 상관행렬 포함여부가 최적화함수에 미치는 영향 차이를 확인할 수 있다.

다음으로 본 연구에서 고안한 반복실험 시뮬레이션 설계에 대한 내용을 소개한다. 반복실험 시뮬레이션 설계는 검증과정에 포함될 가능한 조합의 포트폴리오 숫자와 관련된다. 앞에서 언급한 선택 가능한 주식집단의 N=200개 주식들 중에서 n=50개의 주식을 무작위로 선택하여 구성된 포트폴리오를 검증과정에 이용한다. 반복실험을 위해 비복원추출방법의 조합(combination, $C\binom{N}{n}$)에 의해 100가지 포트폴리오를 결정한다. 따라서 각 하위기간별로 무작위로 선택된 50개의 주식으로 구성되고, 상호 중복되지 않는 100가지의 포트폴리오를 이용한다. 즉, 100가지 포트폴리오 각각을 이용하여 최적화함수의 입력변수인 기대수익와 표준편차, 그리고 추정방법별 9가지 상관행렬 각각을 산출하고, 이를 이용하여 최적화함수로부터 2가지 최적화 포트폴리오인 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오의 결과변수(투자비중)을 각각 생성한다. 이러한 과정은 108가지 하위기간에 대하여 반복 실험된다. 결국, 각 하위기간에서 1,800번의 반복추출 시뮬레이션(=100×9×2)을 통해 검증결과를 산출하기 때문에, 전체기간에 대한 194,400번의 반복추출 시뮬레이션(=1,800×108)을 한다. 이러한 반복실험 시뮬레이션을 통해 검증결과의 신뢰성을 확보할 수 있다. 한편, 무작위 추출 반복실험 시뮬레이션에서 일반적으로 보고되는 극단적 결과의 영향을 통제하기 위해, 각 하위기간에서 산출된 검증결과들(1,800) 중에서 극단적 결과(상위5%, 하위5%)를 제외한다. 물론, 본문에 보고된 검증결과는 분포의 90% 범위에 속하는 결과들의 평균값이다.

마지막으로 입력변수 예측오류에 대한 민감도분석을 위해, 입력변수 예측오류 생성기의 설계에 대한 내용을 소개한다. 민감도 분석을 위해서는 진정한 값과 잘못된 값의 정의가 필요하다. 실증설계에서 입력변수에 대한 확실성 조건부와 불확실성 조건부를 각각 진정한 값과 잘못된 값으로 구분한다. 확실성 조건부는 입력변수에 예측오류가 포함되지 않은 경우 ($E(R_{j,t}) = R_{j,t+1}$, $E(\sigma_{j,t}) = \sigma_{j,t+1}$)이고, 불확실성 조건부는 입력변수에 예측오류가 포함된 경우 ($E(R_{j,t}) \neq R_{j,t+1}$, $E(\sigma_{j,t}) \neq \sigma_{j,t+1}$)이다. 따라서 민감도 크기는 확실성 조건부의 검증결과(진정한 값)에서 불확실성 조건부의 검증결과(잘못된 값)을 뺀 차이값으로 측정된다. 차이값은 평균제곱오차의 제곱근(root mean squared error, RMSE)에 대하여 보고하고, 논문에서 보고하지 않는 평균절대편차(mean squared error, MSE)의 경우에도 질적으로 차이가 없는 결과를 확인했다.[4] 입력변수(기대수익, 표준편차)의 오류는 고안된 오류 생성기를 이용하여 생성한다. 오류 생성기는 오류의 범위와 값인 2가지 구성요소로 구분한다. 첫째, 오류의 범위는 포트폴리오 내 50개의 구성주식들 중에서, 오류를 갖는 주식의 숫자로 한다. 본 연구는 구성주식들 중에서 최소 1개 주식에서 최대 25개 주식의 50% 범위까지 오류를 갖는 주식의 숫자를 확대한다. 즉, 1개, 5개, 10개, 25개의 4가지 경우를 설정한다. 둘째, 오류의 값은 과거기간에서 각 주식들이 실현한 수익과 표준편차를 이용한다. 즉, 기존연구(Ledoit and Wolf, 2003)에서와 같이, 무작위과정을 따르는 난수를 잘못된 값으로 이용하지 않고, 각 주식들이 과거기간에서 실현한 수익과 위험의 분포에서 선택한다(Jorion, 1992). 이는 각 주식별로 실현가능한 수익과 위험을 이용하기 때문에 보다 실무적 접근의 설계이다. 과거기간에서 산출된 수익과 위험(표준편차)는 미래 투자기간의 길이와 동일하게 설정하고, 산출되는 수익과 위험은 겹치지 않은 10가지 과거기간에서 각각 산출한다. 따라서 각 하위기간에서 오류 생성기에 의하여 설정한 오류의 범위(4가지)와 값(10가지)에 의하여 수익과 표준편차는 각각 40가지 경우의 수에 대하여 실험을 한다. 물론, 반복실험 시뮬레이션 설계에 따라, 각 하위기간에서 50개 주식으로 구성된 포트폴리오의 중복되지 않는 100가지 포트폴리오 조합의 각각에 대하여 적용하기 때문에, 각 하위기간에서 수익과 표준편차 각각에 4,000번(=40×100)의 결과를 산출한다. 그리고 미래 투자기간 3개월에 대한 총 하위기간은 108가지이기 때문에, 오류 생성기에 의하여 산출된 수익 오류와 표준편차 오류에 의한 검증결과는 각각 432,000번(=4,000×108)이고, 9가지 상관행렬 추정방법과 2가지 최적화 포트폴리오에 대한 7,776,000번(=432,000×9×2)의 반복실험 시뮬레이션을 한다. 즉, 고안된 오류 생성기와 반복실험 시뮬레이션의 결합을 통해 보다 신뢰성있는 검증결과를 얻을 수 있다. 또한 극단적 결과의 영향을 통제하기 위하여 검증결과들 중에서 극단적 결과(상위 5%, 하위 5%) 부분을 제외한 평균적 포트폴리오 성과를 보고한다.

Ⅲ. 실증결과

4) 평균제곱오차의 제곱근(RMSE)과 평균절대편차(MSE)는 다음의 식으로 산출한다. 즉,

$$RMSE_k = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(T_j - F_j)^2} \quad ; \quad MAE_k = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}|T_j - F_j|$$

여기서, T_j는 진정한 값이고, F_j는 잘못된 값이다.

3.1. 상관행렬로부터의 최적화 포트폴리오 성과 비교

실증설계에서 확실성 조건부($E(R_{j,t}) = R_{j,t+1}$, $E(\sigma_{j,t}) = \sigma_{j,t+1}$)에 따라 입력변수의 예측오류가 없는 경우인 〈표 1〉은 50개의 주식으로 구성된 최적화 포트폴리오와 비최적화 포트폴리오 간의 수익, 위험, 분산투자 정도 및 집중화 정도를 비교한다. 최적화 포트폴리오는 최적화 함수의 목적함수에 따라 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오로 구분되고, 비최적화 포트폴리오는 비교 포트폴리오로 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오로 구분된다. 포트폴리오를 구성하는 주식들에 대한 분산투자 정도와 분산 투자된 투자비중의 집중화 정도는 다음의 산출식을 따른다.

$$NZ = \sum_{j=1}^{n} nz_j, \quad \begin{cases} nz_j = 1, & w_j > 0 \\ nz_j = 0, & w_j = 0 \end{cases} \tag{3}$$

$$HI = \sum_{j=1}^{n2} w_j^2 \tag{4}$$

분산투자정도의 측정치인 식(3)은 포트폴리오 내 구성주식들 중에서 0이 아닌 의미 있는 투자비중(non-zero weights, $w_j > 0$)을 갖는 주식의 숫자로, 높은 값을 가질수록 보다 잘 분산투자된 포트폴리오를 의미한다. 예를 들어, 50개의 주식으로 구성된 포트폴리오에 있어서 NZ=50은 완전하게 분산 투자된 포트폴리오이다. 즉, 비최적화 포트폴리오인 동일가중과 가치가중 포트폴리오는 사전적으로 완전하게 분산투자된 포트폴리오이다. 투자비중을 갖는 주식들(nz)에 대하여, 투자비중이 편중된 형태가 아닌 골고루 배분되었는지 여부는 허핀달지수(Herfindahl index, HI)를 이용해 측정된다. 예를 들어, 동일가중 포트폴리오는 $\frac{1}{nz}$의 방식이기 때문에, 50개의 주식으로 구성된 포트폴리오라면 HI=0.02의 값을 갖는다. 따라서 큰 값을 갖는 경우는 포트폴리오를 구성하는 주식들 중 일부 주식들에 편중된 투자비중을 배분한 것을 의미하고, 작은 값을 갖는 경우는 구성주식들에 골고루 잘 배분된 투자비중을 의미한다. 〈표 1〉은 비최적화 포트폴리오(동일가중 포트폴리오, 가치가중 포트폴리오)와 9가지 상관행렬 추정방법별로 최적화 포트폴리오(최소분산 포트폴리오, 접선 포트폴리오), 수익과 위험, 투자성과(샤프성과지수), 집중화정도(HI)와 분산투자정도(NZ)의 검증결과를 제시한다.

〔여기 〈표 1〉 위치〕

표의 검증결과를 비최적화 포트폴리오, 최적화 포트폴리오 중에서 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오로 구분하여 살펴본다. 먼저, 비최적화 포트폴리오의 검증결과이다. 위험과 수익차원에서 동일가중 포트폴리오의 수익은 가치가중 포트폴리오의 수익 보다 높지만, 위험은 가치가중 포트폴리오의 위험 보다 낮은 수준이다. 따라서 동일가중 포트폴리오의 샤프성과지수가 가치가중 포트폴리오 보다 높은 값을 보인다. 이는 위험과 수익 차원에서 동일가중 포트폴리오가 가치가중 포트폴리오에 비교하여 우월하다는 것을 의미한다. 이러한 관

찰의 가능한 설명은 다음과 같다. 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오 모두는 사전적으로 완전하게 분산 투자된 포트폴리오이다. 투자비중 배분방식에서 동일가중 포트폴리오는 모든 구성주식들에 동일한 투자비중을 배분 하는 반면에, 가치가중 포트폴리오는 일부 구성주식들에 집중화된 투자비중 배분의 경향이 높다. 이는 허핀달지수를 통해, 가치가중 포트폴리오는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 몇몇 주식들에 8배 이상 편중된 투자비중 배분의 집중화를 보인다는 것을 알 수 있다.

다음으로, 최적화 포트폴리오 중에서 최소분산 포트폴리오에 대한 검증결과이다. 상관행렬의 산출방법별 최소분산 포트폴리오는 비최적화 포트폴리오(동일가중 & 가치가중)에 비교하여 낮은 수익과 낮은 위험을 갖는다. 특히 대부분의 최소분산 포트폴리오가 검증기간에서 평균적으로 음(-)의 수익을 갖기 때문에, 위험과 수익차원의 샤프성과지수 관점에서 비최적화 포트폴리오의 비교우위를 결정하기 어렵다. 상관행렬의 추정방법들 중에서, 비시장상관행렬을 이용한 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오와 분명한 차이점을 보인다. 즉, 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬과 비교하여 양(+)의 수익과 양(+)의 샤프성과지수를 갖고, 상대적으로 높은 위험을 가지며, 그리고 투자비중 배분에 있어서 구성주식들에 대한 높은 분산투자정도와 매우 낮은 집중화를 보인다. 구체적 검증결과를 확인하면 다음과 같다. 첫째, 비시장상관행렬을 제외한 나머지 상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오와 비최적화 포트폴리오(동일가중)의 결과를 비교한다. 비최적화 포트폴리오에 비교하여, 최소분산 포트폴리오는 평균적으로 음(-)의 수익을 갖지만, 위험의 크기는 비최적화 포트폴리오(동일가중) 위험의 38~41% 수준에 불과하다. 이러한 관찰은 다음으로 설명이 가능하다. 최소분산 포트폴리오는 위험 최소화의 목적함수를 충족시키는 포트폴리오이기 때문에, 미래 투자기간에 낮은 위험으로 인한 낮은 수익이 예상된다. 이러한 목적함수를 충족하는 최소분산 포트폴리오는 예상과 달리 분산투자정도가 매우 낮고, 특히 몇몇 주식에 편중된 투자비중의 배분에 따라 평균적으로 음(-)의 수익을 보인 것이다. 〈표 1〉에서 확인할 수 있듯이, 포트폴리오 내 50개 구성주식들 중에서 0이 아닌 투자비중(가중치＞0)을 갖는 주식 숫자는 평균적으로 17~23개 수준이고, 특히 투자비중을 갖는 주식들 중에서 몇몇 주식들에 편중된 투자비중의 집중화 정도는 비최적화 포트폴리오(동일가중)에 비교하여 7배~9배 이상 높다. 결국, 위험최소화의 목적함수 달성을 위해 낮은 위험을 갖는 몇몇 주식들에 편중된 투자비중의 배분에 따른 포트폴리오 구성의 결과로 해석된다. 둘째, 비시장상관행렬(NC)로부터의 최소분산 포트폴리오와 비최적화 포트폴리오(동일가중)의 결과를 비교 한다. 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬을 이용한 경우와 달리 양(+)의 포트폴리오 수익을 보이고, 그 크기는 비최적화 포트폴리오(동일가중)에 비교해 28%수준이다. 위험 크기는 다른 상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오의 위험 크기에 비교하여 약 1.9배 높지만, 비최적화 포트폴리오(동일가중)의 위험 크기에 비교하여 불과 75% 수준이다. 즉, 위험과 수익 차원에 따라 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오에 비교하여 높은 위험과 높은 수익을 갖고, 비최적화 포트폴리오에 비교하여 낮은 위험과 낮은 수익을 보인다.

한편, 잘 분산투자된 포트폴리오의 구성여부에 대한 비교에서 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬을 이용한 경우와 분명한 차이점을 보인다. 즉, 50개의 구성주식들 중에서 0이 아닌 투자비중을 갖는 주식 숫자(가중치＞0)는 평균적으로 약 50개이고, 투자비중을 갖는 주식들 중에서 몇몇 주식들에 편중된 투자비중의 집중화 정도는 매우 낮은 수준이며, 비최적화 포트폴리오(동일가중)에 비교하여 약 1.3배에 불과하다. 결국, 비시장상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오는 위험 최소화의 목적함수를 충족시키는 포트폴리오이기 때문에, 미래 투자기간에 낮은 위험으로 인한 낮은 수익이 예상되지만, 잘 분산투자된 포트폴리오를 구성함에 따라 평균적으로 비최적화 포트폴리오와 같이 양(+)의 수익을 갖게 된 것으로 해석된다.

마지막으로, 최적화 포트폴리오 중에서 접선 포트폴리오에 대한 검증결과이다. 상관행렬의 산출방법별 접선 포트폴리오는 비최적화 포트폴리오(동일가중 & 가치가중)에 비교하여 높은 수익과 높은 위험을 보인다. 위험과 수익 차원에서 샤프성과지수를 비교하면, 접선 포트폴리오는 비최적화 포트폴리오에 비교하여 7.7배~9.6배 높은 값을 갖는다. 이와 같이 샤프성과지수에서의 높은 차이는 접선 포트폴리오가 투자성과 최대화의 목적함수로부터 생성된 포트폴리오이기 때문이다. 구체적 검증결과를 확인하면 다음과 같다.

첫째, 비시장상관행렬을 제외한 나머지 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오와 비최적화 포트폴리오(동일가중)의 결과를 비교한다. 나머지 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 비최적화 포트폴리오에 비교하여 높은 위험과 높은 수익을 갖는다. 〈표 1〉에서 확인하면, 접선 포트폴리오의 위험 크기는 비최적화 포트폴리오(동일가중)에 비교하여 1.5배~1.9배 높고, 수익 크기는 20배~23배 높다. 이는 접선 포트폴리오가 투자성과 최대화의 목적함수에 따라 투자성과인 수익에 초점을 두기 때문이다. 한편, 나머지 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 몇몇 구성주식들에 매우 편중된 투자비중을 배분한다. 즉, 포트폴리오 내 50개 구성주식들 중에서 14%~18%의 주식들만 투자비중을 갖고, 더욱이 배분된 주식들 내에서도 편중된 집중화 정도가 높다. 둘째, 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오와 비최적화 포트폴리오(동일가중)의 결과를 비교 한다. 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 비최적화 포트폴리오(동일가중)에 비교하여 낮은 위험과 높은 수익을 갖는다. 표에서 알 수 있듯이, 접선 포트폴리오의 위험 크기는 비최적화 포트폴리오 위험 크기의 0.99배 수준이지만, 수익 크기는 11배 이상 높다. 즉, 위험과 수익차원에서 비시장상관행렬로부터 도출된 접선 포트폴리오는 비최적화 포트폴리오와 유사한 수준의 위험을 부담하지만, 상대적으로 높은 수익 보상을 받는다. 다른 상관행렬을 이용한 접선 포트폴리오와의 차이점이 있다면, 상대적으로 잘 분산투자된 포트폴리오의 구성을 통해 달성했다는 점이다. 즉, 포트폴리오의 50개 구성주식들 중에서 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 57%의 주식들에 편중되지 않게 투자비중을 배분한다. 셋째, 상관행렬의 추정방법에서 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오와 다른 상관행렬을 이용한 경우를 비교한다. 다른 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오에 비교하여 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 낮은 위험과 낮은 수익을 갖고, 높은 분

산투자정도와 낮은 편중된 집중화 정도를 갖는다. 〈표 1〉에 의하면, 다른 상관행렬을 이용한 접선 포트폴리오는 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오에 비교하여 1.8배~2.1배 높은 수익과 1.5배~1.9배 높은 위험을 갖는다. 즉, 고위험 고수익이다. 분산투자 정도에서, 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 50개의 구성주식들 중에서 57%의 주식들에 투자비중을 골고루 배분하는 반면에, 다른 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 14%~17%의 주식들에 투자비중을 배분하며, 그 배분은 몇몇 주식들에 편중된 집중화를 보인다. 즉, 비시장상관행렬의 집중도에 비교하면 2.5배~3.0배 높다.

이상의 〈표 1〉의 검증결과를 통해, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오는 다른 상관행렬을 이용한 최적화 포트폴리오에 비교하여 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오 구성을 통해 목적함수를 달성한다는 것을 알 수 있다. 즉, 다른 상관행렬의 경우에 비교해, 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오는 2배~3배 높은 분산투자정도를, 접선 포트폴리오는 3배~4배 높은 분산투자정도를 갖는다. 특히 높은 분산투자를 통해 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오에 비교하여 60%수준의 위험 크기만을 부담한다.

이제 〈표 1〉에서 확인된 주요 검증결과의 해석에 대한 신뢰성 확보를 위해 검증결과를 주요 관점에서 재정리하여 확인한다. 첫째, 전체 검증기간의 각 하위기간에서 관찰된 포트폴리오 성과들의 분포적 비교를 확인한 〈그림 1〉, 둘째, 포트폴리오 분산투자 정도와 집중화 정도 간의 관계를 확인한 〈그림 2〉, 셋째, 포트폴리오 분산투자 정도와 투자성과 간의 관계를 확인한 〈그림 3〉에 구분 제시한다. 먼저, 〈그림 1〉은 전체 검증기간의 108가지 하위기간에서 각각 관찰된 포트폴리오 수익, 위험, 분산투자 정도에 대한 분포적 관점에서의 비교이다. 그림은 최적화 포트폴리오의 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오, 그리고 비최적화 포트폴리오(동일가중, 가치가중)을 함께 표시한다.

〔여기 〈그림 1〉 위치〕

검증결과는 최적화 포트폴리오인 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오 각각에 대해 살펴본다. 최소분산 포트폴리오는 비최적화 포트폴리오(동일가중, 가치가중)에 비교하여 낮은 수익, 낮은 위험, 그리고 낮은 분산투자정도를 시각적으로 확인할 수 있다. 하지만, 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오에 비교하여 높은 수익, 높은 위험, 그리고 높은 분산투자정도를 보인다. 접선 포트폴리오는 비최적화 포트폴리오(동일가중, 가치가중)에 비교하여 높은 수익, 높은 위험, 그리고 매우 낮은 분산투자정도를 보인다. 그리고 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 다른 상관행렬에 비교하여 낮은 수익, 낮은 위험, 그리고 높은 분산투자정도를 보인다. 〈표 1〉에서 확인된 최적화 포트폴리오와 비최적화 포트폴리오 간의 수익, 위험 및 분산투자 정도의 비교는 〈그림 1〉의 분포적 관점에서도 분명하게 확인된다. 또한 비시장상관행렬로부터의 최적화 포트폴리오와 나머지 상관행렬로부터의 최적화 포트폴리오 간의 차이점도 시각적으로 분명

하게 확인된다.

다음으로, 〈그림 2〉는 포트폴리오 구성주식들에 대한 투자비중의 분산투자 정도와 배분된 투자비중의 편중된 집중화 정도를 비교한 것이다. 비교관점은 잘 분산 투자된 포트폴리오의 구성 여부이다. 이론적으로 잘 분산 투자된 포트폴리오는 분산투자 정도는 높아야 하고, 투자비중이 몇몇 주식들에 편중된 집중화는 낮아야만 한다. 이러한 조건을 만족시키는 위치는 그림의 오른쪽 하단이다. 반대로 잘 분산 투자되지 않고 몇몇 주식들에 편중된 주식들은 그림의 왼쪽 상단에 위치하게 된다. 그림은 최적화 포트폴리오의 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오, 그리고 비최적화 포트폴리오(동일가중, 가치가중)을 함께 표시한다.

〔여기 〈그림 2〉 위치〕

검증결과는 투자비중의 분산투자와 집중화에 대해 비최적화 포트폴리오와 최적화 포트폴리오 각각에 대해 살펴본다. 사전적으로 완전하게 분산 투자된 비최적화 포트폴리오의 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오는 그림의 가장 오른쪽에 위치한다. 동일가중 포트폴리오는 구성주식들에 동일한 비율의 투자비중을 골고루 반영하기 때문에 가장 높은 분산투자정도와 가장 낮은 집중화정도를 보인다. 한편, 가치가중 포트폴리오의 투자비중 집중화 정도는 동일가중 포트폴리오에 비교하여 매우 높다. 더욱이 투자비중의 집중화 정도의 관점에서만 본다면, 가치가중 포트폴리오의 투자비중 집중화 정도는 대부분의 최소분산 포트폴리오와 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오보다 높은 수준이다. 이는 한국주식시장에서 거래되는 주식들 중에, 몇몇 대규모 주식들이 다른 주식들에 비교하여 매우 높은 시장규모를 갖는 것에 기인한다. 따라서 가치가중 포트폴리오는 다양한 연구주제의 비교 포트폴리오로 활용되지만, 포트폴리오 내 구성주식들에 대한 집중도가 매우 높다는 점을 주의할 필요가 있다고 본다. 한편, 최적화 포트폴리오 중에서 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터의 최적화 포트폴리오 보다 높은 분산투자 정도와 낮은 집중화 정도를 보인다. 특히, 비시장상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오에 대한 분산투자와 집중화는 동일가중 포트폴리오와 매우 유사하다. 따라서 비시장상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오의 비교우위는 다른 상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오보다 잘 분산 투자되고 몇몇 주식들에 편중되지 않는 포트폴리오를 구성한다는 점이다. 〈표 1〉에서 확인된 비시장상관행렬로부터의 최적화 포트폴리오가 나머지 상관행렬로부터의 최적화 포트폴리오보다 높은 분산투자 정도와 낮은 집중화 정도를 〈그림 2〉를 통해 시각적으로 확인된다.

이제, 〈그림 3〉은 포트폴리오 구성주식들에 대한 투자비중의 분산투자 정도와 포트폴리오 투자성과인 샤프성과지수를 비교한 것이다. 비교는 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오의 목적함수에 따른 차이에 있다. 즉, 최소분산 포트폴리오는 위험 최소화의 목적함수로부터 도출된 포트폴리오이고, 접선 포트폴리오는 투자성과 최대화의 목적함수로부터 도출된 포트폴리오이다. 따라서 접선 포트폴리오는 투자성과가 높은 위쪽 방향에 위치하고, 상대적

으로 최소분산 포트폴리오는 아래쪽 방향에 위치한다. 그림은 최적화 포트폴리오의 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오, 그리고 비최적화 포트폴리오(동일가중, 가치가중)을 함께 표시한다.

〔여기 〈그림 3〉 위치〕

그림에서 확인할 수 있듯이, 최소분산 포트폴리오는 접선 포트폴리오에 비교하여 상대적으로 높은 분산투자정도에 따라 그림의 오른쪽에 위치하는 경향이 있고, 상대적으로 낮은 투자성과에 따라 그림의 아래쪽에 위치하는 경향을 보인다. 반대로 접선 포트폴리오는 최소분산 포트폴리오에 비교하여 상대적으로 높은 투자성과에 따라 그림의 위쪽에 위치하고, 상대적으로 낮은 분산투자 정도에 따라 그림의 왼쪽에 위치하는 경향을 보인다. 〈그림 3〉에서 비시장상관행렬을 통해 도출된 최소분산 포트폴리오는 비최적화 포트폴리오와 유사한 위치에 있고, 다른 상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오보다 높은 투자성과를 갖는 위쪽에 위치한다. 이는 비시장상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오가 다른 상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오에 비교하여 보다 잘 분산투자된 포트폴리오와 높은 투자성과를 실현한다는 것을 나타낸다. 접선 포트폴리오는 비최적화 포트폴리오에 비교하여 분명하게 높은 투자성과를 갖지만, 구성 주식들에 대한 투자비중의 분산투자 정도는 매우 낮다. 나머지 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오에 비교하여 높은 투자성과를 갖는 위쪽에 위치하지만, 분산투자의 정도는 매우 낮은 왼쪽에 위치한다. 이는 투자성과 최대화를 목적함수로 도출된 접선 포트폴리오는 구성주식들 중에서 몇몇 주식들에 대한 편중된 투자비중 배분을 통해 목적함수를 실현한다는 것을 알 수 있다.

이상의 〈그림 1〉, 〈그림 2〉, 〈그림 3〉을 통해 〈표 1〉에서 관찰된 주요 검증결과를 명확하게 해석할 수 있다. 최적화함수는 위험 최소화의 목적함수를 충족시키는 최소분산 포트폴리오를 도출하고, 투자성과 최대화의 목적함수를 충족시키는 접선 포트폴리오를 도출하지만, 목적함수 충족이 이론적으로 기대하는 잘 분산 투자된 포트폴리오에 근거하여 달성되지는 않는다는 것을 알 수 있다. 따라서 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오의 구성을 통해 최적화함수의 포트폴리오 투자 개선이 필요하다. 본 연구에서 제안한 비시장상관행렬의 추정방법은 이러한 포트폴리오 개선에 긍정적 효과를 제공할 수 있다고 본다.

강건성 검증으로서, 본 연구는 최적화함수 포트폴리오 투자 개선의 증거를 실증설계의 변화에 따른 검증결과 견고성을 통해 재조사한다. 첫째, 포트폴리오의 미래 투자기간의 길이를 보다 장기간으로 변화시킨다. 즉, 〈표 1〉의 검증과정에서 6개월과 12개월을 각각 적용한다. 실증설계 변경은 미래 투자기간의 겹치지 않는 조건을 충족하기 때문에, 전체기간에서 관찰되는 하위기간의 변화에 따른 검증결과로부터 유사성 여부를 통해 견고성을 확인한다. 검증결과는 〈그림 4〉와 〈부록 B: 표 1〉과 〈부록 B: 표 2〉에 제시한다. 둘째, 포트폴리오의 구성주식의 숫자를 보다 증가시킨다. 즉, 〈표 1〉의 검증과정에 포트폴리오의 100개 구성주식을 적용한다. 포트폴리오 구성주식 숫자의 변경에 따른 검증결과로부터 유사성 여부를 통해

견고성을 확인한다. 검증결과는 〈그림 5〉와 〈부록 B: 표 3〉에 제시한다. 먼저, 〈그림 4〉는 미래 투자기간 6개월(하위기간 54가지)과 12개월(하위기간 27가지)에 대한 최적화 포트폴리오와 비최적화 포트폴리오에 대한 포트폴리오 수익, 위험, 분산투자정도를 비교한 것이다. 비교는 전체 검증기간의 분포적 관점에서 최적화 포트폴리오는 접선 포트폴리오의 검증결과이다.

〔여기 〈그림 4〉 위치〕

그림에서, 최적화 포트폴리오인 접선 포트폴리오는 비최적화 포트폴리오(동일가중, 가치가중)에 비교하여 높은 수익, 높은 위험, 그리고 매우 낮은 분산투자 정도를 보여준다. 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오에 비교하여 낮은 수익, 낮은 위험, 그리고 높은 분산투자정도를 보인다. 즉, 다른 상관행렬로부터 도출된 접선 포트폴리오에 비교하여 비시장상관행렬로부터의 접선 포트폴리오는 보다 분산투자된 포트폴리오를 구성하고, 이를 통해 낮은 위험과 이에 상응하는 수익을 실현한다는 것을 알 수 있다. 결국, 포트폴리오의 미래 투자기간 길이의 변경이 〈표 1〉에서 확인된 주요 검증결과를 변경하지 못한다는 것을 알 수 있다. 논문의 지면관계로 〈표 1〉과 비교되는 미래 투자기간 6개월과 12개월에 대한 검증결과는 〈부록: 표 1〉과 〈부록: 표 2〉에 각각 제시하였다. 표에서 확인된 새로운 관찰을 요약 정리하면 다음과 같다. 미래 투자기간의 길이를 6개월과 12개월로의 변경함에 따라 최소분산 포트폴리오의 수익은 증가하고 위험도 함께 증가하는 경향을 보인다. 그리고 대부분의 최소분산 포트폴리오의 수익은 양(+)의 값을 갖는다. 한편, 접선 포트폴리오의 미래 투자기간이 6개월과 12개월로 변함에 따라 포트폴리오 수익은 작아지고, 위험은 높아지는 경향을 보인다. 그리고 높은 위험과 낮은 수익에 따라 샤프성과지수는 〈표 1〉에 비교하여 감소하는 경향을 보인다.

다음으로, 〈그림 5〉는 포트폴리오를 100개 주식으로 구성한 경우에 〈표 1〉의 시뮬레이션과 동일한 검증과정에서 도출된 최적화 포트폴리오와 비최적화 포트폴리오 각각에 대한 투자비중 분산투자 정도와 투자성과인 샤프성과지수를 비교한 것이다. 그림은 분산투자 정도와 투자성과 간의 관계를 확인한 〈그림 3〉과의 비교를 위해, 동일한 구조로 최적화 포트폴리오의 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오 그리고 비최적화 포트폴리오(동일가중, 가치가중)을 함께 표시한다.

〔여기 〈그림 5〉 위치〕

〈그림 5〉에서 확인할 수 있듯이, 최소분산 포트폴리오는 접선 포트폴리오에 비교하여 상대적으로 높은 분산투자 정도를 갖기 때문에 그림의 오른쪽에 위치하는 경향이 있고, 접선 포트폴리오는 최소분산 포트폴리오에 비교하여 상대적으로 높은 투자성과를 갖기 때문에 그림의 위쪽에 위치하는 경향을 갖는다. 최소분산 포트폴리오 중, 비시장상관행렬로부터 도출된 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오에 비교하여 보다 잘 분산투자된 포트폴리오를 구성하고, 또한 높은 투자성과를 실현한다. 비시장상관행렬로부터의

접선 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터의 접선 포트폴리오 보다 높은 분산투자정도를 보이지만, 반면에 낮은 투자성과를 보인다. 결국 포트폴리오의 구성주식 숫자의 변경이 〈표 1〉에서 확인된 주요 검증결과를 변경하지 못한다. 논문의 지면관계로 100개 주식으로 구성된 포트폴리오에 대한 검증결과는 〈부록: 표 3〉에 제시하였다. 〈표 1〉의 검증결과에 비교하여, 표에서 질적으로 차이를 보이는 검증결과는 없다.

3.2. 상관행렬로부터의 최적화 포트폴리오 민감도 분석

본 절에서는 실증설계에서 불확실성 조건부에 따라 최적화 포트폴리오의 입력변수 기대수익과 표준편차 오류에 대한 민감도를 조사한 결과를 제시한다. 〈표 1〉로부터 비시장상관행렬로부터의 최적화 포트폴리오가 다른 상관행렬로부터의 최적화 포트폴리오에 대한 수익, 위험, 분산투자 등의 비교우위 증거를 제시하였다. 이제, 다른 관점에서 비시장상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오가 다른 상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오에 비교하여 미래기간 입력변수 예측오류에 대해 보다 작은 영향(민감도)를 갖는지 여부를 실증적으로 조사한 결과를 〈표 2〉에 제시한다. 민감도 분석은 진정한 값과 잘못된 값 간의 차이로 산출되고, 여기서 진정한 값은 확실성 조건부의 검증결과인 〈표 1〉을, 잘못된 값은 오류생성기로부터 산출된 예측오류를 갖는 기대수익과 표준편차를 이용한 검증결과를 이용한다. 〈표 2〉는 입력변수인 기대수익과 표준편차 오류에 대한 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오의 수익과 위험에 미치는 민감도를 조사한 검증결과이다. 비교우위의 평가기준은 입력변수 오류에 대해 가장 작은 민감도를 갖는 포트폴리오이다.

〔여기 〈표 2〉 위치〕

〈표 2〉에서 비시장상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오가 다른 상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오보다 입력변수 오류에 대한 민감도의 크기가 현저히 작다는 것을 알 수 있다. 이는 본 연구에서 제안한 방법이 미래기간 입력변수에 대한 예측오류를 피할 수 없는 현실에서 예측오류로부터 야기될 수 있는 민감도 크기를 현저히 축소할 수 있는 방법임을 의미한다. 표의 검증결과를 살펴본다. 첫째, 오류 범위가 증가함에 따라 입력변수 오류가 최적화 포트폴리오 수익과 위험에 미치는 영향력이 증가한다. 즉, 포트폴리오 내 50개 구성주식들 중에서, 최소 1개에서 최대 25개(50%)로 입력변수의 예측오류를 갖는 주식 숫자가 증가함에 따라 최적화 포트폴리오의 수익과 위험에 대한 민감도 크기는 증가한다. 입력변수 기대수익과 표준편차 오류간의 최적화 포트폴리오에 미치는 영향력을 비교하면, 기대수익 오류에 의한 영향력이 표준편차 오류에 의한 영향력보다 크다. 오류범위가 증가함에 따라 기대수익 오류에 의한 접선 포트폴리오 수익과 위험에 대한 영향력은 표준편차 오류에 의한 접선 포트폴리오 수익과 위험에 대한 영향력에 비교하여 감소하는 경향이 있다. 한편 오류범위가 증가함에 따라 입력변수 오류가 최소분산 포트폴리오에 미치는 영향력보다는 접선 포트폴리오에 미치는 영향력이 평균적으로 크다. 둘째, 상관행렬 추정방법별 최적화 포트폴리오에 대한 민감도 비교이다. 입력변수 오류에 대하여 비시장상관행렬로부터 도출된 최적

화 포트폴리오가 다른 상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오 보다 민감도 크기는 매우 작다. 예를 들어, 오류범위가 구성주식 1개인 경우에, 표준편차 오류에 대한 비시장상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오에 비교하여 수익에 대한 민감도는 16%~39% 범위에 있고, 위험에 대한 민감도는 6%~19% 범위에 있다. 기대수익 (표준편차) 오류에 대한 비시장상관행렬로부터 도출된 접선 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터 도출된 접선 포트폴리오에 비교하여 수익에 대한 민감도는 54%~64% (24%~46%) 범위이고, 위험에 대한 민감도는 41%~54% (25%~30%) 범위이다. 그리고, 오류범위가 증가하는 경우도 비시장상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오 보다 입력변수 오류에 대한 민감도가 작다. 예를 들어, 오류범위가 구성주식 25개 (50%)인 경우에, 표준편차 오류에 대한 비시장상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오에 비교하여 수익에 대한 민감도는 34%~54% 범위에 있고, 위험에 대한 민감도는 26%~40% 범위에 있다. 기대수익 (표준편차) 오류에 대한 비시장상관행렬로부터 도출된 접선 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터 도출된 접선 포트폴리오에 비교하여 수익에 대한 민감도는 56%~63% (22%~26%) 범위이고, 위험에 대한 민감도는 29%~38% (3%~6%) 범위이다. 한편, 검증결과는 본 연구에서 제안한 비시장상관행렬의 채택에 따라 다른 상관행렬의 채택을 통해 발생할 수 있는 최적화 포트폴리오의 오류 영향력을 축소하는 관점에서도 해석된다. 즉, 피할 수 없는 예측오류로부터의 영향력을 효과적으로 축소할 수 있다. 예를 들어, 오류범위 1개 주식의 경우, 채택된 비시장상관행렬로부터 최소분산 포트폴리오는 다른 상관행렬로부터의 최소분산 포트폴리오에 대한 표준편차 오류의 영향력을 포트폴리오 수익에 있어서 61%~84% 범위에서 축소할 수 있고, 포트폴리오 위험에 있어서 81%~94% 범위에서 축소할 수 있다. 접선 포트폴리오의 경우에는 기대수익(표준편차) 오류로부터의 영향력을 수익에서는 36%~46%(54%~76%) 범위에서 축소하고, 위험에서는 46%~59%(70%~75%) 범위에서 축소할 수 있다. 즉, 미래기간 예측오류로부터의 영향력을 축소/회피 할 수 있다는 관찰점은 실무 포트폴리오 투자의 개선에 새로운 시각제공의 공헌도를 생각게 한다.

이제 〈표 2〉에서 확인된 주요 검증결과의 해석에 대한 신뢰성 확인을 위해 검증결과의 주요 관점을 재정리하여 확인한다. 첫째, 전체 검증기간의 각 하위기간에서 관찰된 최소분산 포트폴리오에 대한 민감도 분석 검증결과의 분포적 비교를 확인한 〈그림 6〉, 둘째, 전체 검증기간의 각 하위기간에서 관찰된 접선 포트폴리오에 대한 민감도 분석 검증결과의 분포적 비교를 확인한 〈그림 7〉에 각각 제시한다. 먼저, 〈그림 6〉은 입력변수 기대수익과 표준편차의 오류가 최소분산 포트폴리오의 수익과 위험에 미치는 영향을 민감도 분석한 결과를 나타낸다.

〔여기 〈그림 6〉 위치〕

검증결과의 평가기준은 가장 작은 민감도 크기를 갖는 최소분산 포트폴리오의 상관행렬 추

정방법을 확인한다. 먼저, 입력변수 기대수익 오류에 대한 최소분산 포트폴리오의 수익과 위험 민감도 비교이다. 최소분산 포트폴리오의 투자비중 산출과정에 입력변수 기대수익은 영향을 미치지 못한다. 즉, 〈그림 6〉에서 확인할 수 있듯이, 민감도 크기는 '0'의 값을 보여준다. 그리고 입력변수 표준편차 오류에 대한 최소분산 포트폴리오의 수익과 위험 민감도 비교이다. 입력변수 표준편차 오류에 대한 최소분산 포트폴리의 수익과 표준편차에 대한 민감도 크기는 포트폴리오 수익이 보다 크다. 상관행렬 추정방법들 중에서, 비시장상관행렬에 대한 최소분산 포트폴리오의 수익과 위험이 다른 모든 상관행렬의 최소분산 포트폴리오에 대한 수익과 위험 보다 가장 작은 민감도의 크기를 보여준다. 더욱이 비시장상관행렬로부터 도출된 최소분산 포트폴리오는 입력변수 오류에 대한 민감도 분포의 분포적 변화크기도 다른 상관행렬의 경우보다 폭이 좁다. 즉, 민감도 크기의 변동성이 작다는 것을 의미한다.

다음으로, 〈그림 7〉은 입력변수 기대수익과 표준편차의 오류가 접선 포트폴리오의 수익과 위험에 미치는 영향을 민감도 분석한 결과를 나타낸다.

〔여기 〈그림 7〉 위치〕

검증결과의 평가기준은 가장 작은 민감도 크기를 갖는 접선 포트폴리오의 상관행렬 추정방법을 확인한다. 먼저, 입력변수 기대수익 오류에 대한 접선 포트폴리오의 수익과 위험 민감도 비교이다. 입력변수 기대수익 오류에 대한 접선 포트폴리의 수익과 표준편차에 대한 민감도 크기는 포트폴리오 수익이 보다 크다. 상관행렬 추정방법들 중에서, 비시장상관행렬에 대한 접선 포트폴리오의 수익과 위험이 다른 모든 상관행렬의 접선 포트폴리오에 대한 수익과 위험 보다 작은 민감도의 크기를 보여준다. 또한 비시장상관행렬로부터 도출된 접선 포트폴리오 위험은 입력변수 기대수익 오류에 대한 민감도 분포의 분포적 변화크기가 다른 상관행렬의 경우보다 폭이 좁다. 즉, 입력변수 오류에 매우 안정적인 민감도 크기를 갖는다. 다음으로, 입력변수 표준편차 오류에 대한 접선 포트폴리오의 수익과 위험 민감도 비교이다. 입력변수 표준편차 오류에 대한 접선 포트폴리의 수익과 표준편차에 대한 민감도 크기는 역시 포트폴리오 수익이 보다 크다. 상관행렬 추정방법들 중에서, 비시장상관행렬에 대한 접선 포트폴리오의 수익과 위험이 다른 모든 상관행렬의 최소분산 포트폴리오에 대한 수익과 위험 보다 분명하게 작은 민감도의 크기를 보여준다. 그리고 비시장상관행렬로부터 도출된 접선 포트폴리오는 입력변수 오류에 대한 민감도 분포의 분포적 변화크기도 다른 상관행렬의 경우보다 폭이 좁다. 즉, 입력변수 오류에 매우 안정적인 민감도 크기를 갖는다.

Ⅳ. 결과 및 시사점

본 연구는 상관행렬 추정방법 제안의 연구방향에서 전통적인 Markowitz(1952)의 최적화함수에 위한 포트폴리오 투자의 실무적용 개선의 연구목적을 반복실험 시뮬레이션을 통해 체계적으로 수행하였다. 기존연구에 근거하여, 채택된 상관행렬은 시장요인의 속성이 제거된 상관행렬(비시장상관행렬)이다. 비교대상은 비최적화 포트폴리오(동일가중 포트폴리오, 가

치가중 포트폴리오)와 다른 상관행렬(표본상관행렬, 일정상관행렬, 시장요인 상관행렬, 3요인 상관행렬, shrinkage 상관행렬)로부터의 최적화 포트폴리오이다. 또한, 입력변수(기대수익, 표준편차)의 예측오류 포함여부에 따른 확실성과 불확실성의 2가지 조건부로 구분하였고, 이러한 설계를 바탕으로 입력변수 예측오류가 최적화 포트폴리오 투자성과에 미치는 영향력을 민감도 분석을 통해 확인한다. 한편, 관찰된 검증결과가 실증설계의 변경(미래 투자기간 길이의 변경, 포트폴리오 구성주식 숫자의 변경)에 관계없이 견고한지 여부도 함께 확인하였다. 주요 검증결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 표본상관행렬을 이용한 전통적 최적화함수는 이론적으로 기대하는 잘 분산 투자된 포트폴리오를 구성하지 못한다. 둘째, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오는 다른 상관행렬을 이용한 최적화 포트폴리오에 비교하여 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오 구성을 통해 위험 최소화와 투자성과 최대화의 목적함수를 달성하고, 특히 잘 분산 투자된 포트폴리오 구성을 통해 보다 작은 위험수준을 부담하는 최적화 포트폴리오를 산출한다. 셋째, 비시장상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오가 다른 상관행렬로부터 도출된 최적화 포트폴리오보다 입력변수 오류에 대한 민감도의 크기가 현저히 작다. 관찰된 검증결과는 실증설계의 변경에 관계없이 견고하다. 따라서 실무적으로 위험 최소화와 투자성과 최대화 간의 상충관계에서 보다 잘 분산 투자된 포트폴리오의 구성을 통해 최적화함수의 포트폴리오 투자 개선이 필요한데, 본 연구에서 고안한 실증설계와 이를 통해 확인된 증거에 의하면, 비시장상관행렬의 추정방법이 이러한 포트폴리오 개선에, 특히 입력변수 예측오류로부터 야기되는 예상치 못한 위험 축소에 매우 긍정적 효과를 제공할 수 있다고 본다.

〈부록 A〉 상관행렬 추정방법들

첫째, 금융 분야에서 보편적으로 사용하는 표본상관행렬(sample correlation, SC)은 공분산($\sigma_{i,j}$)과 표준편차(σ_i, σ_j)를 이용하여 다음의 식으로 산출한다.

$$\rho_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j}$$

둘째, 시장요인의 속성을 제거한 상관행렬(non-market correlation, NC)은 random matrix theory(RMT) 방법으로부터 시장요인의 속성을 갖는 가장 큰 고유치의 속성을 제거함으로서 산출한다. 즉, 주식수익률 상관행렬의 고유치 분포는, 시계열자료가 무한히 많아진다면(만약, 주식수$N \to \infty$, 시계열자료길이$L \to \infty$ 이면, $Q \equiv L/N$로 고정), 통계적 속성에서 무작위 상관행렬 고유치(λ)의 확률밀도함수($P_{RM}(\lambda)$)는 분석적으로 다음과 같이 된다. 즉,

$$P_{RMT}(\lambda) = \frac{Q}{2\pi} \frac{\sqrt{(\lambda_+^{RM} - \lambda)(\lambda - \lambda_-^{RM})}}{\lambda}$$

무작위 상관행렬에 속하는 고유치 범위($\lambda_-^{RM} \leqq \lambda_k \leqq \lambda_+^{RM}$)를 결정한다. 무작위상관행렬의 최대 고유치(λ_+^{RM})를 벗어나는 고유치는 금융 분야에서 확인되었듯이 공통요인의 경제적 의미를 갖고, 가장 큰 고유치($k=1$)는 시장요인의 속성을 갖는다. 따라서 시장요인이 속성이 제거된 상관행렬(C)은 고유치(λ_k)와 고유벡터(V_k)를 이용하여 수리적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C = \lambda_k V_k V_k^T, \quad k = 2,...n \qquad \text{(여기서, } V_k^T \text{는 전치된 고유벡터(transposed eigenvector))}$$

즉, 식에서 시장요인의 속성을 갖는 가장 큰 고유치($k=1$)이 제외된 나머지 속성($k=2,...n$)을 포함한 상관행렬을 시장요인의 속성이 제거된 상관행렬로 이용한다.

셋째, 일정상관행렬(constant correlation, CC)은 $n \times n$ 상관행렬에 있어서 비대각부분의 모든 요소들을 평균한 값($\bar{\rho}$)으로 모두 대체한다. 즉,

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j} \quad (i \neq j)$$

넷째, 공통요인의 속성을 반영한 상관행렬이다. 본 연구는 Sharpe(1963)의 단일요인(시장요인; $K=1$, $F_{k=1}$)모형으로부터 추정된 상관행렬(market correlation, MC)과 Fama and French(1993)의 3요인(RMRF, SMB, HML; $K=3$, $F_{k=1}$, $F_{k=2}$, $F_{k=3}$)모형으로부터 추정된 상관행렬(FF3 correlation, FF3C)을 각각 이용한다. 즉,

$$R_{j,t} = \alpha_j + \sum_{k=1}^{K} \beta_{j,k} F_{k,t} + \epsilon_{j,t}$$

$$V = B\Omega B' + D \rightarrow C = \frac{V}{BB'}$$

여기서, V는 $n \times n$ 공분산행렬이고, B는 $n \times K$의 K요인들의 요인부하량이며, Ω는 $K \times K$ 요인들의 공분산 행렬, 마지막으로 D는 잔차 분산의 $n \times n$행렬). 예들 들어, 시장요인의 단일요인으로부터 추정된 요인부하량(시장베타, β_i)를 이용한 상관행렬의 산출과정은 다음과 같다.

$$\sigma_i \sigma_j \rho_{i,j} = \sigma_{i,j} = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 \quad \left[\because \ \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2} \times \frac{\sigma_{j,m}}{\sigma_m^2} \times \sigma_m^2 = \frac{\sigma_{i,m}\sigma_{j,m}}{\sigma_m^2} = \frac{\sigma_{i,j}\sigma_m^2}{\sigma_m^2} = \sigma_{i,j}\right]$$

$$\rightarrow \ \rho_{i,j} = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_m^2}{\sigma_i \sigma_j}$$

다섯째, shrinkage 상관행렬의 추정방법이다. 포트폴리오를 구성하는 모든 주식들의 정보를 포함하는 표준상관행렬(SC, C_{SC})에 특정한 방법(크기조정, 속성 통제 등)에 의하여 구조화된 상관행렬(C_{XC}, XC={ CC, NC, MC, FF3C })간의 가중평균으로 산출되는 상관행렬이다. Ledoit and Wolf(2003, 204)의 제안에 따라 가중치(loss function, $L(\delta)$, 에 의하여 생성된 δ^*, optimal shrinkage intensity)를 생성하여 각각에 가중치를 고려하여 상관행렬을 추정하는 것이다. 즉,

$$C = \delta^* C_{XC} + (1 - \delta^*) C_{SC}$$

$$L(\delta) = \| \delta V_{XC} + (1-\delta) V_{SC} - \Sigma \|^2 \rightarrow \hat{\delta^*} = \max\left\{0, \min\left\{\frac{\hat{K}}{T}, 1\right\}\right\} \quad \left(\hat{K} = \frac{\hat{\pi} - \hat{\rho}}{\hat{\gamma}}\right)$$

여기서, $\hat{\pi}$는 V_{SC} 공분산의 분산, $\hat{\rho}$는 V_{XC}과 V_{SC}을 결합한 상관행렬, $\hat{\gamma}$는 V_{XC}의 편의 정도이다.

〈부록 B: 표 1〉 포트폴리오 최적화의 성과비교: 미래투자기간 6개월

표는 1990년 7월부터 2017년 6월까지의 기간에서 6월의 미래 투자기간에 대한 최적화 포트폴리오 성과를 제시하였다. 분석기간 이동은 미래투자기간(6월)이 겹치지 않도록 설정하여 총 54회 반복한다. 표는 〈표 1〉과의 비교를 위해 3월 미래 투자기간으로 조정된 값을 제시한다. 최적화 포트폴리오는 최소분산 포트폴리오(패널B)와 접선 포트폴리오(패널C)의 2가지이고, 비최적화 포트폴리오(패널A)로 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오이다. 성과측정치는 포트폴리오 수익과 위험, 샤프성과지수, 허핀달지수, 그리고 비영(>0)의 가중치를 갖는 주식의 숫자이다. 그리고 표는 극단적 범위(하위 5%, 상위 5%)에 속하는 자료를 제외한 후의 평균값과 그 통계량을 제시한다. 괄호속의 값은 t-통계량으로 유의수준 1%, 5%, 10%에서 유의적인 결과를 a, b, c로 각각 구분 표시하였다.

	수익	위험	샤프지수	허핀달지수	가중치(>0)
패널A: 비최적화 포트폴리오					
동일가중, EW	0.0192 (1.51)	0.0228[a] (7.54)	2.26[c] (1.90)	0.0200 (0.00)	50.00
가치가중, VW	0.0144 (1.29)	0.0282[a] (7.65)	1.12 (1.32)	0.1473[a] (26.80)	50.00
패널B: 최소분산 포트폴리오 (GMVP)					
표본상관관계, SC	0.0005 (0.06)	0.0097[a] (8.12)	-0.71 (-0.54)	0.1271[a] (18.49)	19.37
일정상관관계, CC	-0.0037 (-0.53)	0.0097[a] (8.14)	-2.23[c] (-1.91)	0.1517[a] (13.30)	19.58
shrinkage CC	-0.0005 (-0.07)	0.0092[a] (8.14)	-1.31 (-1.00)	0.1326[a] (17.13)	20.08
시장상관관계, MC	0.0033 (0.38)	0.0101[a] (8.16)	0.14 (0.10)	0.1021[a] (16.32)	23.58
shrinkage MC	0.0007 (0.08)	0.0096[a] (8.05)	-0.63 (-0.46)	0.1198[a] (17.29)	20.99
3요인상관관계, F3C	0.0030 (0.37)	0.0096[a] (8.12)	-0.12 (-0.08)	0.1107[a] (16.75)	22.14
shrinkage F3C	0.0007 (0.09)	0.0095[a] (8.06)	-0.65 (-0.48)	0.1214[a] (17.38)	20.58
비시장상관관계, NC	0.0104 (0.97)	0.0178[a] (7.53)	1.92 (1.48)	0.0240[a] (70.70)	49.89
shrinkage NC	0.0015 (0.19)	0.0098[a] (8.08)	-0.32 (-0.24)	0.1065[a] (16.15)	24.01
패널C: 접선 포트폴리오 (TP)					
표본상관관계. SC	0.2904[a] (12.62)	0.0354[a] (8.21)	19.49[a] (10.18)	0.3157[a] (13.96)	6.87
일정상관관계, CC	0.3114[a] (12.03)	0.0394[a] (8.79)	17.90[a] (10.49)	0.3371[a] (14.49)	6.27
shrinkage CC	0.2986[a] (12.27)	0.0366[a] (8.38)	19.09[a] (10.26)	0.3238[a] (14.39)	6.62
시장상관관계, MC	0.2846[a] (12.99)	0.0341[a] (8.10)	19.89[a] (10.15)	0.2786[a] (13.10)	7.98
shrinkage MC	0.2916[a] (12.76)	0.0353[a] (8.24)	19.68[a] (10.16)	0.3070[a] (13.70)	7.12
3요인상관관계, F3C	0.2832[a] (12.82)	0.0342[a] (8.06)	19.70[a] (10.21)	0.2921[a] (13.40)	7.50
shrinkage F3C	0.2888[a] (12.62)	0.0350[a] (8.16)	19.62[a] (10.17)	0.3092[a] (13.73)	7.06
비시장상관관계, NC	0.1567[a] (17.40)	0.0223[a] (7.63)	16.34[a] (10.92)	0.1116[a] (6.28)	28.61
shrinkage NC	0.2838[a] (12.52)	0.0332[a] (8.15)	20.39[a] (10.08)	0.2765[a] (12.71)	8.23

〈부록 B: 표 2〉 포트폴리오 최적화의 성과비교: 미래투자기간 12개월

표는 1990년 7월부터 2017년 6월까지의 기간에서 12월의 미래투자기간에 대한 최적화 포트폴리오 성과를 제시하였다. 분석기간 이동은 미래 투자기간(12월)이 겹치지 않도록 설정하여 총 27회 반복한다. 표는 〈표 1〉과의 비교를 위해 3월 미래 투자기간으로 조정된 값을 제시한다. 최적화 포트폴리오는 최소분산 포트폴리오(패널B)와 접선 포트폴리오(패널C)의 2가지이고, 비최적화 포트폴리오(패널A)로 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오이다. 성과측정치는 포트폴리오 수익과 위험, 샤프지수, 허핀달지수, 그리고 비영(>0)의 가중치를 갖는 주식의 숫자이다. 그리고 표는 극단적 범위(하위 5%, 상위 5%)에 속하는 자료를 제외한 후의 평균값과 그 통계량을 제시한다. 괄호속의 값은 t-통계량으로 유의수준 1%, 5%, 10%에서 유의적인 결과를 a, b, c로 각각 구분 표시하였다.

	수익	위험	샤프지수	허핀달지수	가중치(>0)
패널A: 비최적화 포트폴리오					
동일가중, EW	0.0131 (0.96)	0.0358[a] (5.25)	2.05 (1.45)	0.0200 (0.00)	50.00
가치가중, VW	0.0078 (0.68)	0.0400[a] (5.84)	0.9732 (1.04)	0.1418[a] (21.77)	50.00
패널B: 최소분산 포트폴리오 (GMVP)					
표본상관관계, SC	0.0056 (0.52)	0.0154[a] (5.63)	-0.21 (-0.11)	0.1134[a] (13.94)	19.67
일정상관관계, CC	0.0008 (0.08)	0.0146[a] (5.97)	-1.39 (-1.00)	0.1325[a] (9.03)	20.36
shrinkage CC	0.0045 (0.43)	0.0144[a] (5.78)	-0.59 (-0.34)	0.1160[a] (12.65)	20.59
시장상관관계, MC	0.0076 (0.66)	0.0158[a] (5.47)	0.31 (0.15)	0.0910[a] (12.05)	23.90
shrinkage MC	0.0057 (0.53)	0.0152[a] (5.54)	-0.12 (-0.06)	0.1067[a] (12.77)	21.30
3요인상관관계, F3C	0.0077 (0.69)	0.0151[a] (5.47)	0.19 (0.10)	0.0991[a] (12.65)	22.34
shrinkage F3C	0.0057 (0.53)	0.0151[a] (5.57)	-0.16 (-0.08)	0.1084[a] (12.93)	20.89
비시장상관관계, NC	0.0071 (0.57)	0.0254[a] (5.90)	1.56 (1.16)	0.0235[a] (56.94)	49.76
shrinkage NC	0.0054 (0.50)	0.0156[a] (5.60)	-0.09 (-0.05)	0.0958[a] (11.54)	24.22
패널C: 접선 포트폴리오 (TP)					
표본상관관계, SC	0.2040[a] (10.78)	0.0583[a] (5.67)	14.73[a] (6.64)	0.3528[a] (9.34)	6.08
일정상관관계, CC	0.2168[a] (10.11)	0.0637[a] (6.14)	13.65[a] (6.75)	0.3827[a] (9.59)	5.54
shrinkage CC	0.2091[a] (10.57)	0.0599[a] (5.84)	14.45[a] (6.71)	0.3629[a] (9.58)	5.82
시장상관관계, MC	0.1985[a] (10.97)	0.0552[a] (5.48)	15.07[a] (6.58)	0.3151[a] (8.22)	7.22
shrinkage MC	0.2032[a] (10.80)	0.0575[a] (5.63)	14.87[a] (6.61)	0.3435[a] (9.10)	6.35
3요인상관관계, F3C	0.2014[a] (10.89)	0.0566[a] (5.58)	14.94[a] (6.61)	0.3304[a] (8.64)	6.74
shrinkage F3C	0.2037[a] (10.78)	0.0578[a] (5.65)	14.82[a] (6.63)	0.3468[a] (9.17)	6.27
비시장상관관계, NC	0.1164[a] (13.61)	0.0363[a] (4.26)	12.59[a] (6.97)	0.1420[a] (3.52)	26.80
shrinkage NC	0.1959[a] (10.78)	0.0537[a] (5.40)	15.38[a] (6.55)	0.3115[a] (8.24)	7.32

〈부록 B: 표 3〉 포트폴리오 최적화의 성과 비교: 100개 구성주식의 경우

표는 100개의 구성주식 숫자로 형성된 포트폴리오에 대한 시뮬레이션의 검증결과로, 1990년 7월부터 2017년 6월까지의 기간에서 최적화 포트폴리오 성과를 제시하였다. 분석기간 이동은 미래 투자기간(3월)이 겹치지 않도록 설정하여 총 108회 반복 분석을 한다. 최적화 포트폴리오는 최소분산 포트폴리오(패널B)와 접선 포트폴리오(패널C)의 2가지이고, 비최적화 포트폴리오(패널A)로 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오이다. 성과측정치는 포트폴리오 수익과 위험, 샤프지수, 허핀달지수, 그리고 비영(>0)의 가중치를 갖는 주식의 숫자이다. 그리고 표는 극단적 범위(하위 5%, 상위 5%)에 속하는 자료를 제외한 후의 평균값과 그 통계량을 제시한다. 괄호속의 값은 t-통계량으로 유의수준 1%, 5%, 10%에서 유의적인 결과를 a, b, c로 각각 구분 표시하였다.

	수익	위험	샤프지수	허핀달지수	가중치(>0)
패널A: 비최적화 포트폴리오					
동일가중, EW	0.0195[c] (1.66)	0.0129[a] (12.37)	3.63[a] (2.94)	0.0100 (0.00)	100.00
가치가중, VW	0.0176 (1.61)	0.0166[a] (11.32)	1.79[b] (2.05)	0.1168[a] (38.91)	100.00
패널B: 최소분산 포트폴리오 (GMVP)					
표본상관관계, SC	-0.0096 (-1.56)	0.0042[a] (9.24)	-5.97[a] (-2.58)	0.1310[a] (17.97)	23.97
일정상관관계, CC	-0.0152[a] (-2.92)	0.0040[a] (10.11)	-8.81[a] (-4.13)	0.1792[a] (14.64)	19.29
shrinkage CC	-0.0118[b] (-2.07)	0.0039[a] (9.24)	-7.45[a] (-3.09)	0.1443[a] (17.21)	23.06
시장상관관계, MC	-0.0061 (-0.88)	0.0045[a] (9.45)	-3.28 (-1.40)	0.0960[a] (18.48)	32.66
shrinkage MC	-0.0096 (-1.55)	0.0042[a] (9.17)	-6.00[b] (-2.53)	0.1242[a] (17.49)	25.96
3요인상관관계, F3C	-0.0072 (-1.18)	0.0041[a] (9.38)	-5.04[b] (-2.08)	0.1086[a] (17.91)	28.96
shrinkage F3C	-0.0096 (-1.57)	0.0041[a] (9.18)	-6.11[a] (-2.58)	0.1256[a] (17.47)	25.49
비시장상관관계, NC	0.0052 (0.54)	0.0100[a] (11.45)	1.67 (1.32)	0.0132[a] (61.74)	99.57
shrinkage NC	-0.0096 (-1.55)	0.0043[a] (9.22)	-5.62[b] (-2.44)	0.1152[a] (16.80)	28.58
패널C: 접선 포트폴리오 (TP)					
표본상관관계. SC	0.4413[a] (18.39)	0.0182[a] (10.02)	39.03[a] (14.79)	0.2263[a] (18.31)	10.17
일정상관관계, CC	0.5070[a] (15.95)	0.0223[a] (10.73)	34.42[a] (15.26)	0.2510[a] (18.80)	8.97
shrinkage CC	0.4663[a] (17.44)	0.0193[a] (10.24)	37.97[a] (14.89)	0.2346[a] (18.78)	9.68
시장상관관계, MC	0.4237[a] (18.72)	0.0168[a] (10.19)	40.63[a] (14.56)	0.1908[a] (16.72)	12.66
shrinkage MC	0.4410[a] (18.43)	0.0180[a] (10.04)	39.49[a] (14.71)	0.2202[a] (17.70)	10.62
3요인상관관계, F3C	0.4335[a] (18.35)	0.0174[a] (9.97)	40.16[a] (14.65)	0.2051[a] (17.42)	11.54
shrinkage F3C	0.4413[a] (18.39)	0.0180[a] (9.99)	39.45[a] (14.70)	0.2222[a] (17.82)	10.49
비시장상관관계, NC	0.2137[a] (24.86)	0.0115[a] (11.35)	27.42[a] (16.65)	0.0550[a] (8.48)	56.46
shrinkage NC	0.4259[a] (18.46)	0.0170[a] (9.87)	40.62[a] (14.58)	0.2008[a] (17.08)	11.87

참고문헌

Best, M. J., and R. R. Grauer (1991), 'On the Sensitivity of the Mean-Variance Efficient Portfolio to Changes in Asset Means: Son Analytical and Computational Results,' *Review of Financial Studies* 4(2), 315-342

Brinson, G. P., L. R. Hood, and G. L. Beebower (1986), 'Determinants of portfolio Performance,' *Financial Analysts Journal* 42(4), 133-138.

Brinson, G. P., L. R. Hood, and G. L. Beebower (1991), 'Determinants of portfolio Performance Ⅱ: An Update,' *Financial Analysts Journal* 47(3), 40-48.

Brown, S. J. 'The Number of Factors in Security Returns,' *Journal of Finance* 44(5), 1247-1262.

Chan, L. K. C., J. Karceski, and J. Lakonishok (1999), 'On Portfolio Optimization: Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model' *Review of Financial Studies* 12(5), 937-974

Connor, G. and R. A. Korajczyk (1993) 'A Test for the Number of Factors in an Approximate Factor Model' *Journal of Finance* 48(4), 1263-1291.

DeMiguel V., Garlappi L., Uppal R., 2009. Optimal versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy? *Review of Financial Studies* 22, 1915 - 1953.

Duchin, R., and H. Levy (2009), 'Markowitz Versus the Talmudic Portfolio Diversification Strategies,' *Journal of Portfolio Management*, 71-74.

Elton, E. J. and M. J. Gruber (1973), 'Estimating the Dependence Structure of Share Prices: Implications for Portfolio Selection', *Journal of Finance* 28, 1203 - 1232

Elton, E. J., M. J. Gruber, and T. Ulrich (1979), 'Are betas best?' *Journal of Finance* 23, 1375 - 1384.

Elton, E. J., M. J. Gruber and J. Spitzer (2006), 'Improved Estimates of Correlation Coefficients and Their Impact on Optimum Portfolios,' *European Financial Management* 12(3), 303-318.

Eom, C. (2017), 'Two-faced Property of a Market Factor in Asset Pricing and Diversification Effect,' *Physica A* 471, 190-199.

Eom, C., W. Jung, T. Kaizoji and S. Kim (2009), 'Effect of Changing Data Size on Eigenvalues in the Korean and Japanese Stock Markets,' *Physica A* 388, 4780-4786.

Eom, C., J. W. Park, Y, H. Kim and T. Kaizoji (2015) 'Effects of the Market Factor on portfolio Diversification: the case of Market Crashes,' *Investment Analysts Journal* 44(1), 71-83.

Eom, C., and J. W. Park (2017), 'Effects of Common Factors on Stock Correlation Networks and Portfolio Diversification,' *International Review of Financial Analysis* 49, 1-11.

Fama, E. F. (1970), 'Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work,' *Journal of Finance* 25(2), 383-417

Fama, E. F. (1991), 'Efficient Capital Markets: II,' Journal of Finance 46(5), 1575-1617.

Fama, E. F., and K. R. French (1993), 'Common Risk Factors in the Returns on

Stocks and Bonds,′ *Journal of Financial Economics* 33, 3-56.

King, B. F. (1966), ′Market and Inductry Factors in Stock Price Behavior′ *Journal of Business* 39(1), 139-190.

Ledoit, O. and Wolf, M., (2003) 'Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection', *Journal of Empirical Finance* 10, 603-621.

Ledoit, O. and Wolf, M., (2004) 'Honey, I shrunk the sample covariance matrix', *Journal of Portfolio Management*, 31, 110-119.

Markowitz H., 1952. Portfolio Selection. Journal of Finance 7(1), 77-91.

Markowitz, H. M. (1991), 'Foundations of Portfolio Theory,' *Journal of Finance* 46(2), 469-477.

Markowitz, H. M., (1999), 'The Early History of Portfolio Theory: 1600-1960,' *Financial Analysts Journal* 55(4), 5-16

Michaud, R. O., (1989), 'The Markowitz Optimization Enigma: Is 'Optimized' Optimal?' *Financial Analysts Journal* 45(1), 31-42.

Roll, R. and S. A Ross (1980) ′An Empirical Investigateion of the Arbitrage Pricing Theory,′ *Journal of Finance* 35(5), 1073-1103.

Rubinstein, M. (2002), 'Markowitz's "Portfolio Selection": A Fifty-Year Retrospective,' *Journal of Finance* 57(3), 1041-1045.

Sharpe, W.F. (1963) ′A simplified model for portfolio analysis,′ *Management Science* 9, 277 - 293.

Trzcinka, C. (1986), ′On the Number of Factors in the Arbitrage Pricing Model,′ *Journal of Finance* 41(2), 347-368.

Tu, J., and G. Zhou (2011), 'Markowitz Meets Talmud: A Combination of Sophisticated and Naive Diversifiation Strategies,' *Journal of Financial Economics* 99, 204-2015.

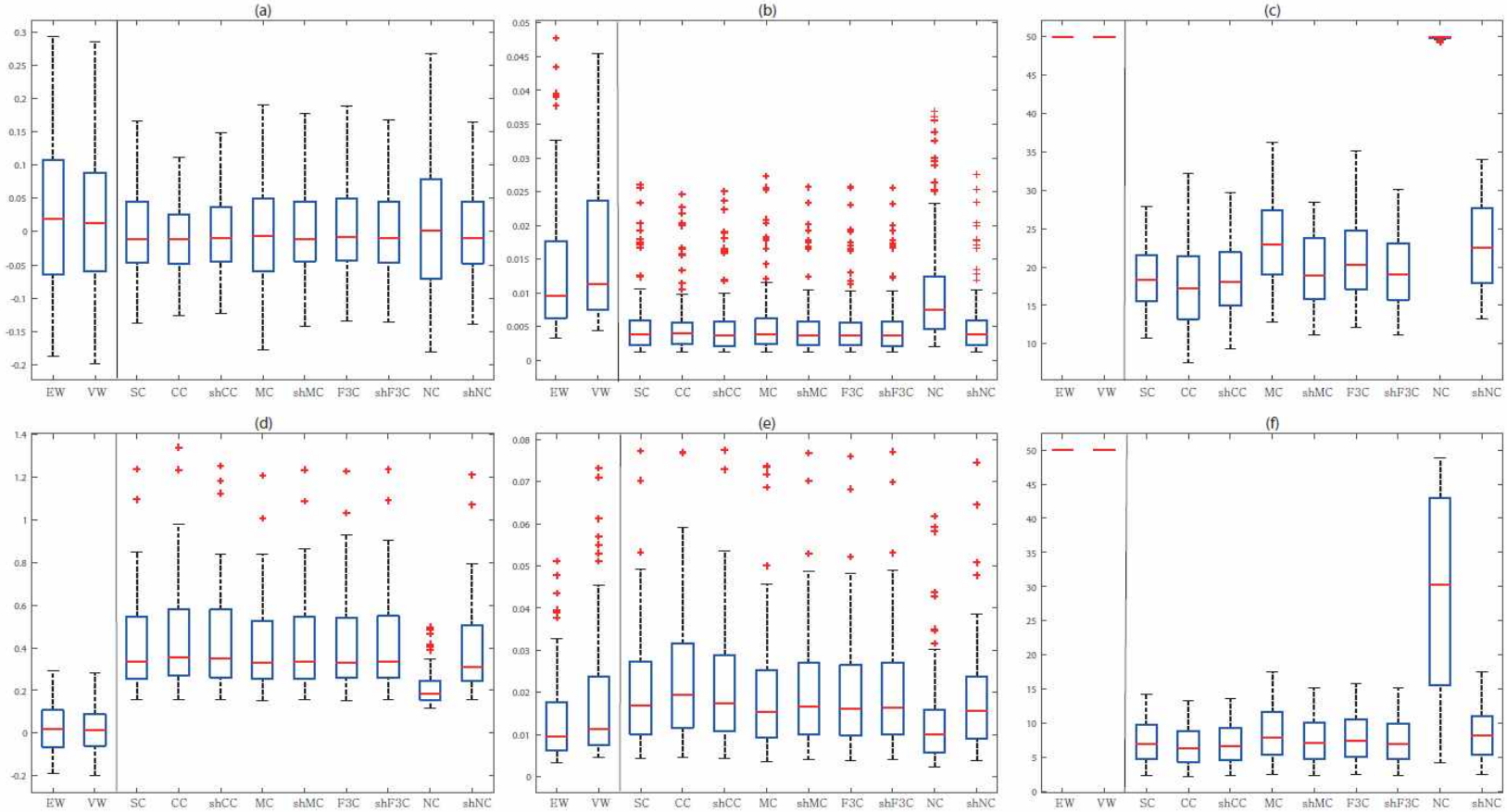
〈표 1〉 포트폴리오 최적화의 성과 비교

표는 1990년 7월부터 2017년 6월까지의 기간에서 최적화 포트폴리오 성과를 제시하였다. 분석기간 이동은 미래 투자기간(3월)이 겹치지 않도록 설정하여 총 108회 반복 분석 한다. 최적화 포트폴리오는 최소분산 포트폴리오(패널B)와 접선 포트폴리오(패널C)의 2가지이고, 비최적화 포트폴리오(패널A)로 동일가중 포트폴리오와 가치가중 포트폴리오이다. 성과측정치는 포트폴리오 수익과 위험, 샤프지수, 허핀달지수, 그리고 비영(>0)의 가중치를 갖는 주식의 숫자이다. 그리고 표는 극단적 범위(하위 5%, 상위 5%)에 속하는 자료를 제외한 후의 평균값과 그 통계량을 제시한다. 괄호속의 값은 t-통계량으로 유의수준 1%, 5%, 10%에서 유의적인 결과를 a, b, c로 각각 구분 표시하였다.

	수익	위험	샤프지수	허핀달지수	가중치(>0)
패널A: 비최적화 포트폴리오					
동일가중, EW	0.0193[c] (1.65)	0.0140[a] (12.67)	3.10[a] (2.72)	0.0200 (0.00)	50.00
가치가중, VW	0.0169 (1.53)	0.0183[a] (11.46)	1.49[c] (1.93)	0.1654[a] (40.87)	50.00
패널B: 최소분산 포트폴리오 (GMVP)					
표본상관관계, SC	-0.0076 (-1.17)	0.0055[a] (10.15)	-3.56[b] (-2.14)	0.1519[a] (25.32)	18.32
일정상관관계, CC	-0.0131[b] (-2.35)	0.0054[a] (10.66)	-5.68[a] (-3.60)	0.1834[a] (20.05)	17.27
shrinkage CC	-0.0096 (-1.58)	0.0053[a] (10.19)	-4.59[a] (-2.78)	0.1610[a] (24.18)	18.38
시장상관관계, MC	-0.0058 (-0.79)	0.0058[a] (10.12)	-2.17 (-1.22)	0.1199[a] (24.76)	22.95
shrinkage MC	-0.0075 (-1.13)	0.0055[a] (10.07)	-3.47[b] (-2.02)	0.1442[a] (24.36)	19.76
3요인상관관계, F3C	-0.0055 (-0.82)	0.0055[a] (10.17)	-2.96[c] (-1.69)	0.1324[a] (24.54)	21.07
shrinkage F3C	-0.0076 (-1.16)	0.0054[a] (10.09)	-3.56[b] (-2.09)	0.1463[a] (24.34)	19.37
비시장상관관계, NC	0.0053 (0.54)	0.0105[a] (11.79)	1.59 (1.30)	0.0256[a] (79.56)	49.89
shrinkage NC	-0.0073 (-1.09)	0.0056[a] (10.10)	-3.15[c] (-1.87)	0.1290[a] (22.55)	22.65
패널C: 접선 포트폴리오 (TP)					
표본상관관계. SC	0.4020[a] (18.68)	0.0232[a] (9.90)	28.61[a] (14.62)	0.2963[a] (21.47)	7.33
일정상관관계, CC	0.4405[a] (16.80)	0.0258[a] (10.98)	26.32[a] (15.07)	0.3122[a] (22.29)	6.76
shrinkage CC	0.4182[a] (17.99)	0.0240[a] (10.35)	28.06[a] (14.71)	0.3034[a] (22.03)	7.09
시장상관관계, MC	0.3884[a] (18.87)	0.0215[a] (10.36)	29.62[a] (14.50)	0.2607[a] (19.62)	8.67
shrinkage MC	0.4007[a] (18.66)	0.0229[a] (9.90)	28.99[a] (14.52)	0.2888[a] (20.80)	7.64
3요인상관관계, F3C	0.3961[a] (18.57)	0.0221[a] (10.22)	29.24[a] (14.57)	0.2753[a] (20.45)	8.06
shrinkage F3C	0.4016[a] (18.62)	0.0230[a] (9.88)	28.91[a] (14.53)	0.2913[a] (20.98)	7.54
비시장상관관계, NC	0.2111[a] (25.54)	0.0137[a] (11.18)	23.98[a] (15.98)	0.1020[a] (9.79)	28.84
shrinkage NC	0.3829[a] (18.62)	0.0213[a] (9.80)	30.01[a] (14.50)	0.2592[a] (19.50)	8.70

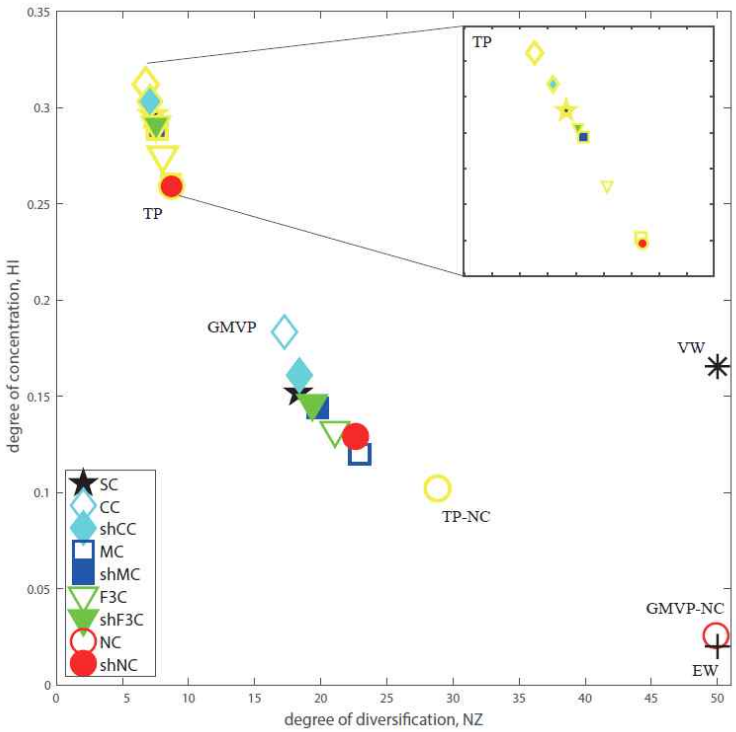
〈그림 1〉 포트폴리오 최적화 성과 비교: 전체기간 분포

표는 1990년 7월부터 2017년 6월까지의 기간에서 최적화 포트폴리오 성과를 제시한다. 최적화 포트폴리오는 최소분산 포트폴리오(a, b, c)와 접선 포트폴리오(d, e, f)의 2가지이고, 그림에서 X축은 비최적화 포트폴리오인 동일가중 및 가치가중 포트폴리오와 9가지 상관관계행렬 추정방법에 따른 포트폴리오 3가지 성과, 즉 수익률(a, d), 위험(b, e), 분산투자정도(c, f)로 구분한다. 그림은 극단적 범위(하위 5%, 상위 5%)에 속하는 성과를 제외한 후의 결과들에 대한 box-plot을 통한 분포로 나타낸다.



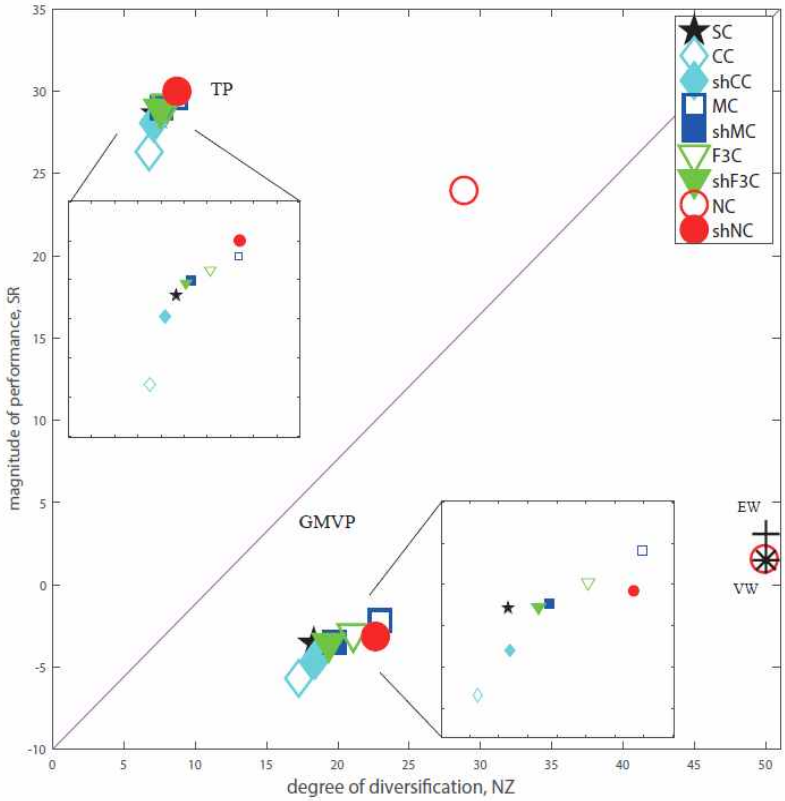
〈그림 2〉 포트폴리오 분산투자정도와 집중화정도 비교

그림은 9가지 상관관계행렬 추정방법에 따른 최적화 포트폴리오와 비최적화 포트폴리오(동일가중 EW, 가치가중 VW)의 분산투자정도와 집중화정도 간의 관계를 나타낸다. 분산투자정도는 비음(>0)의 가중치를 갖는 주식 숫자의 측정치(NZ, X축)를, 집중화정도는 허핀달지수 측정치(HI, Y축)를 이용한다. 상관관계행렬의 추정방법 각각에 대한 최소분산 포트폴리오(GMVP)와 접선 포트폴리오(TP)의 결과를 함께 제시하고, 접선 포트폴리오에 대한 검증결과는 우측 상단에 확대된 그림으로 포함한다.



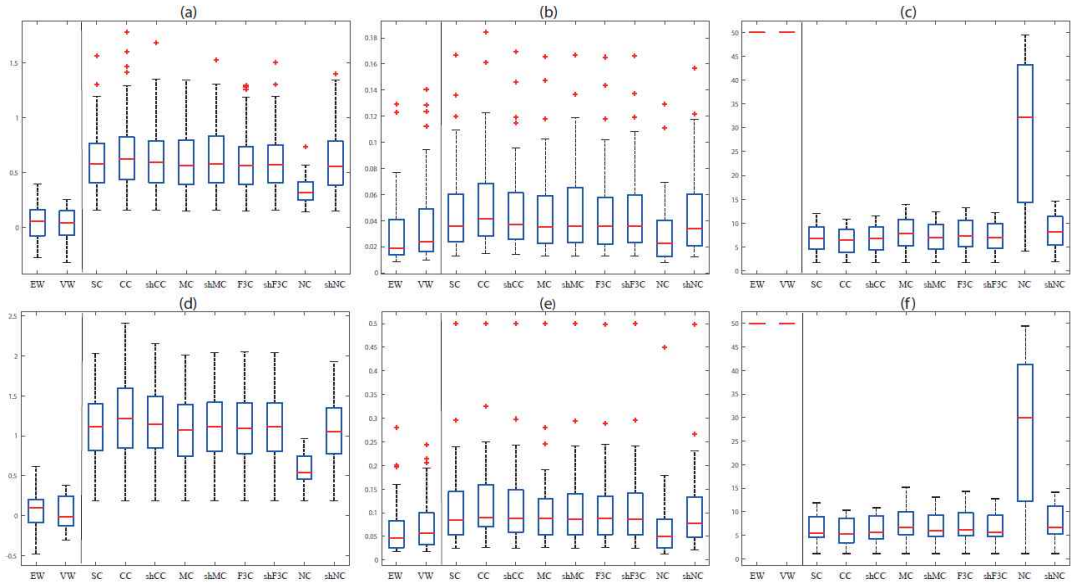
〈그림 3〉 포트폴리오 분산투자정도와 투자성과 비교

그림은 9가지 상관관계행렬 추정방법에 따른 최적화 포트폴리오와 비최적화 포트폴리오(동일가중 EW, 가치가중 VW)의 분산투자정도와 투자성과 간의 관계를 나타낸다. 분산투자정도는 비음(>0)의 가중치를 갖는 주식 숫자의 측정치(NZ, X축)를, 투자성과는 샤프성과지수(SR, Y축)를 이용한다. 상관관계행렬의 추정방법 각각에 대한 최소분산 포트폴리오(GMVP)와 접선 포트폴리오(TP)의 결과를 함께 제시하고, 각 포트폴리오는 대각선으로 위치 구분을 하였다. 또한 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오 내의 상관관계행렬 추정방법별 분명한 비교를 위해 확대된 작은 그림을 포함한다.



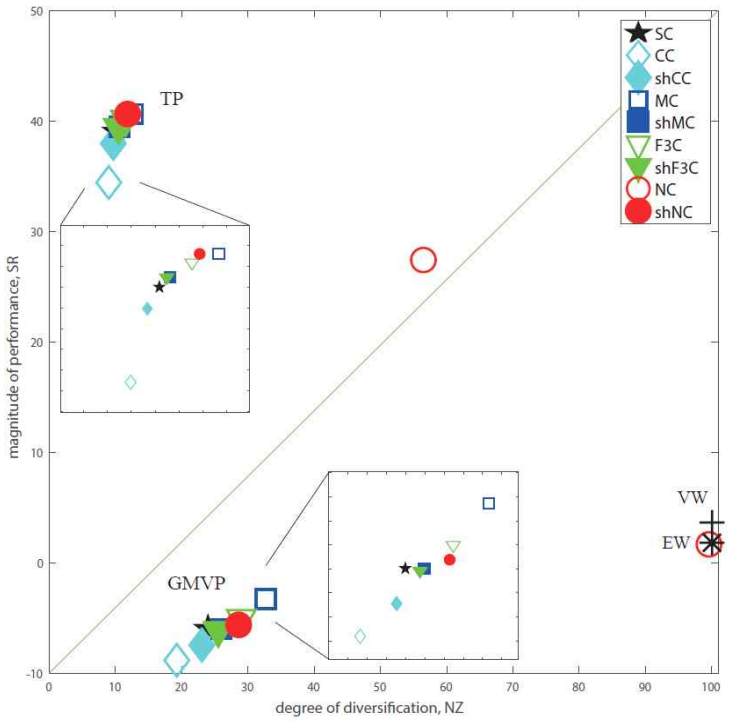
〈그림 4〉 포트폴리오 최적화 성과 비교: 미래투자기간 6개월과 12개월

그림은 1990년 7월부터 2017년 6월까지의 기간에서 6월과 12월의 2가지 미래 투자기간에 대한 최적화 포트폴리오 성과를 제시하였다. 분석기간 이동은 미래 투자기간(6월, 12개월)이 겹치지 않도록 설정하여 반복 분석을 한다. 그림의 최적화 포트폴리오는 접선 포트폴리오로 6월(a, b, c)과 12월(d, e, f)의 미래 투자기간으로 구분하였다. 그림에서 X축은 비최적화 포트폴리오인 동일가중 및 가치가중 포트폴리오와 9가지 상관관계행렬 추정방법에 따른 포트폴리오 3가지 성과, 즉 수익률(a, d), 위험(b, e), 분산투자정도(c, f)로 구분한다. 그림은 극단적 범위(하위 5%, 상위 5%)에 속하는 성과를 제외한 후의 결과들에 대한 box-plot을 통한 분포로 나타낸다.



〈그림 5〉 포트폴리오 분산투자정도와 투자성과 비교: 100개 구성주식의 경우

그림은 100개의 구성주식 숫자로 형성된 포트폴리오에 대한 시뮬레이션의 검증결과로, 9가지 상관관계행렬 추정방법에 따른 최적화 포트폴리오와 비최적화 포트폴리오(동일가중 EW, 가치가중 VW)의 분산투자정도와 투자성과 간의 관계를 나타낸다. 그림에서, X축의 분산투자정도는 비음(>0)의 가중치를 갖는 주식 숫자의 측정치(NZ)를, Y축의 투자성과는 샤프성과지수(SR)를 이용한다. 상관관계행렬의 추정방법 각각에 대한 최소분산 포트폴리오(GMVP)와 접선 포트폴리오(TP)의 결과를 함께 제시하고, 각 포트폴리오는 대각선으로 위치 구분을 하였다. 또한 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오 내의 상관관계행렬 추정방법별 분명한 비교를 위해 확대된 작은 그림을 포함한다.



〈표 2〉 포트폴리오 최적화 성과의 민감도 시뮬레이션

표는 1990년 7월부터 2017년 6월까지의 기간에서 최적화 포트폴리오 성과에 대한 민감도 분석의 결과를 제시한다. 민감도 분석은 진정한 값(〈표 1〉)에서 오류 값 간의 차이로 측정되며, 그 차이는 평균제곱근편차(RMSE)를 이용한다. 오류의 내용은 최적화 함수의 입력요소들 중, 수익오류와 위험오류의 2가지이다. 오류의 범위는 포트폴리오 구성주식 숫자 기준으로 최대 50% 수준으로, 1개(패널A), 5개(10%, 패널B), 10개(20%, 패널C), 25개(50%, 패널D)로 구분 제시한다. 최적화 포트폴리오는 최소분산 포트폴리오와 접선 포트폴리오의 2가지이고, 각 포트폴리오에 대한 수익과 위험의 민감도 분석 결과를 제시한다. 표는 극단적 범위(하위 5%, 상위 5%)에 속하는 자료를 제외한 후의 평균값과 그 통계량을 제시한다. 괄호속의 값은 t-통계량으로 유의수준 1%, 5%, 10%에서 유의적인 결과를 a, b, c로 각각 구분 표시하였다.

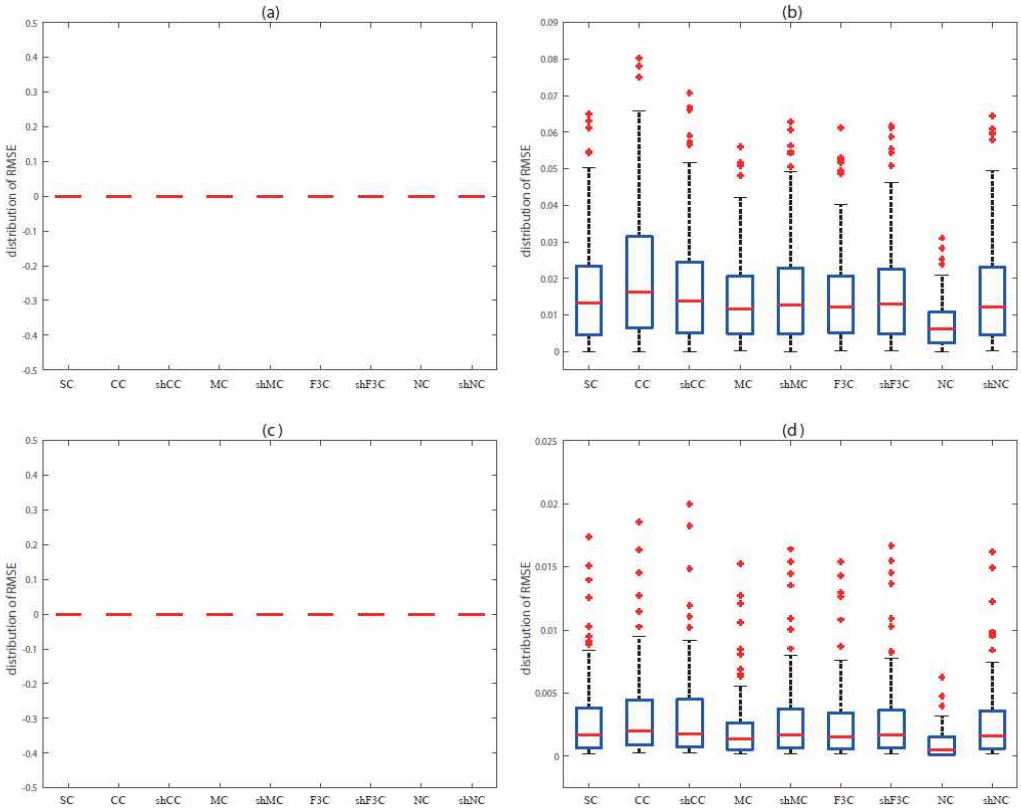
	최소분산 포트폴리오		접선 포트폴리오			
	위험오류의 영향		수익오류의 영향		위험오류의 영향	
	수익	위험	수익	위험	수익	위험
패널A: 오류의 범위 - 구성주식들 중 1개						
표본상관관계, SC	0.003190	0.000407	0.034187	0.001115	0.002739	0.000226
일정상관관계, CC	0.003563	0.000618	0.034604	0.001157	0.002659	0.000239
shrinkage CC	0.003481	0.000518	0.034364	0.001121	0.002910	0.000227
시장상관관계, MC	0.001456	0.000185	0.028914	0.000885	0.001495	0.000194
shrinkage MC	0.002940	0.000354	0.032990	0.001049	0.002604	0.000216
3요인상관관계, F3C	0.002453	0.000274	0.033325	0.001076	0.002317	0.000199
shrinkage F3C	0.003012	0.000379	0.034050	0.001117	0.002653	0.000222
비시장상관관계, NC	0.000573	0.000035	0.018590	0.000474	0.000693	0.000059
shrinkage NC	0.002733	0.000296	0.032551	0.001001	0.002263	0.000205
패널B: 오류의 범위 - 구성주식들 중 5개 (10%)						
표본상관관계, SC	0.009316	0.001029	0.087856	0.002201	0.007376	0.002027
일정상관관계, CC	0.011699	0.001818	0.096478	0.002765	0.009361	0.002238
shrinkage CC	0.010690	0.001318	0.090213	0.002343	0.008217	0.002140
시장상관관계, MC	0.006097	0.000556	0.081256	0.002315	0.006452	0.001826
shrinkage MC	0.008872	0.000942	0.086603	0.002181	0.007297	0.001995
3요인상관관계, F3C	0.007677	0.000756	0.086396	0.002267	0.007273	0.001831
shrinkage F3C	0.008910	0.000968	0.087772	0.002210	0.007438	0.001991
비시장상관관계, NC	0.002231	0.000173	0.057238	0.001062	0.002875	0.000415
shrinkage NC	0.008304	0.000857	0.084023	0.001971	0.006410	0.001731
패널C: 오류의 범위 - 구성주식들 중 10개 (20%)						
표본상관관계, SC	0.011373	0.001548	0.129992	0.003559	0.013102	0.003458
일정상관관계, CC	0.015444	0.002427	0.143545	0.004391	0.015182	0.003602
shrinkage CC	0.012807	0.001785	0.133936	0.003761	0.014301	0.003528
시장상관관계, MC	0.009208	0.000923	0.122506	0.003741	0.012214	0.003172
shrinkage MC	0.011111	0.001440	0.128692	0.003612	0.012890	0.003385
3요인상관관계, F3C	0.009762	0.001193	0.128255	0.003752	0.012815	0.003353
shrinkage F3C	0.011039	0.001464	0.129876	0.003624	0.013128	0.003412
비시장상관관계, NC	0.004130	0.000448	0.084303	0.001600	0.005637	0.000928
shrinkage NC	0.011028	0.001443	0.124404	0.003323	0.011586	0.003019

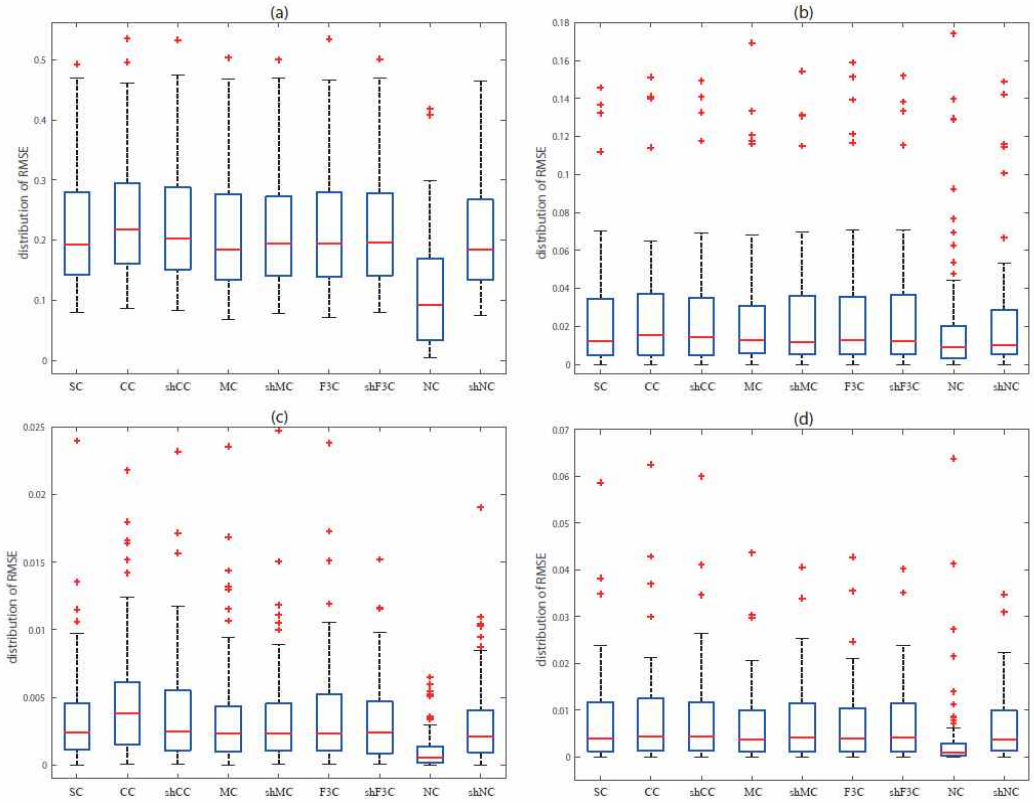
〈표 2〉 계속

	최소분산 포트폴리오		접선 포트폴리오			
	위험오류영향		수익오류영향		위험오류영향	
	수익	위험	수익	위험	수익	위험
패널D: 오류의 범위 - 구성주식들 중 25개						
표본상관관계, SC	0.022957	0.004480	0.232134	0.004907	0.140595	0.834732
일정상관관계, CC	0.031225	0.005710	0.254617	0.006507	0.169558	1.217873
shrinkage CC	0.024660	0.004800	0.240336	0.005406	0.152382	1.003033
시장상관관계, MC	0.019238	0.003661	0.225481	0.005195	0.140524	0.806088
shrinkage MC	0.022519	0.004477	0.231460	0.005005	0.142762	0.873395
3요인상관관계, F3C	0.020803	0.004057	0.231255	0.005266	0.147074	0.921719
shrinkage F3C	0.022572	0.004513	0.232375	0.005064	0.144354	0.900939
비시장상관관계, NC	0.010475	0.001459	0.142201	0.001876	0.036492	0.035623
shrinkage NC	0.022424	0.004403	0.221299	0.004210	0.123922	0.640636

〈그림 6〉 최소분산 포트폴리오에 대한 입력변수 오류의 민감도 시뮬레이션: 오류범위 25개

그림은 9가지 상관관계행렬 추정방법에 따른 최소분산 포트폴리오(GMVP)의 입력변수 오류에 대한 영향을 민감도 분석한 결과이다. 민감도 분석은 진정한 값(〈표 1〉)에서 오류 값 간의 차이로 측정되며, 그 차이는 평균제곱근편차(RMSE)를 이용한다. 입력변수의 오류는 기대수익 오류(a, c)와 표준편차 오류(b, d)의 2가지 경우이다. 오류범위는 50개 주식으로 구성된 포트폴리오에서 25개(50%) 주식들이 오류를 포함하는 경우이다. 그림에서, X축은 9가지 상관관계행렬의 추정방법을, Y축은 평균제곱근편차를 나타낸다. 평균제곱근편차의 분포는 시뮬레이션을 통해 산출한 값들의 극단적 범위(하위 5%, 상위 5%)를 제외한 후의 자료를 이용한 Box-plot방법을 이용한다.



〈그림 7〉 접선 포트폴리오에 대한 입력변수 오류의 민감도 시뮬레이션: 오류범위 25개

그림은 9가지 상관관계행렬 추정방법에 따른 접선 포트폴리오(TP)의 입력변수 오류에 대한 영향을 민감도 분석한 결과이다. 민감도 분석은 진정한 값(〈표 1〉)에서 오류 값 간의 차이로 측정되며, 그 차이는 평균제곱근편차(RMSE)를 이용한다. 입력변수의 오류는 기대수익 오류(a, c)와 표준편차 오류(b, d)의 2가지 경우이다. 오류범위는 50개 주식으로 구성된 포트폴리오에서 25개(50%) 주식들이 오류를 포함하는 경우이다. 그림에서, X축은 9가지 상관관계행렬의 추정방법을, Y축은 평균제곱근편차를 나타낸다. 평균제곱근편차의 분포는 시뮬레이션을 통해 산출한 값들의 극단적 범위(하위 5%, 상위 5%)를 제외한 후의 자료를 이용한 Box-plot방법을 이용한다.